

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

50 лет работы в Институте теоретической физики
им. Л.Д. Ландау

(к 100-летию со дня рождения И.М. Халатникова)

Г.Е. Воловик

Невозможно дать общий обзор всех фундаментальных работ в Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, которые внесли существенный вклад в физику, поэтому обсуждение ограничивается только такими работами, которые непосредственно влияли на работу автора в течение 50 лет (1968–2018). И.М. Халатников создал уникальный институт, в котором были представлены практически все важные области теоретической физики, что открывало широкие возможности для сотрудничества. Междисциплинарная рабочая среда Института им. Ландау была существенным стимулирующим элементом.

Ключевые слова: топологические дефекты, топологическая материя, майорановские и вейлевские фермионы, общая теория относительности и космология

PACS numbers: 01.65. + g, 02.40. – k, 67.30. – n

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.04.038560>

Содержание

1. Лекции Халатникова и спонтанно возникающий релятивизм в сверхтекучих жидкостях (1104).
2. Иорданский и макроскопическое квантовое туннелирование (1105).
3. Халатников, сверхтекучий ^3He , парадокс углового момента и киральная аномалия (1105).
4. Монополь Полякова и вихрь со свободным концом (1106).
5. Ферромагнитный ёж как магнитный монополь в синтетическом поле (1106).
6. Новиков, топология, струна Алисы, Березинский (1107).
7. Новиков, топология, скирмионы (1108).
8. Копнин и решётка вихревых скирмионов (1108).
9. Теория вращающейся сверхтекучей жидкости Бекаревича – Халатникова (1108).
10. Неустойчивость поверхности раздела: Коршунов, Кузнецов, Лушников (1108).
11. Большой взрыв в миниатюре, Копнин, Каменский, Манаков (1109).
12. Инстантоны Белавина – Полякова – Шварца – Тюпкина, киральные сверхтекучие жидкости, сверхпроводники (1109).
13. Дзялошинский, спиновые стёкла. Общая гидродинамика и безразмерная физика (1110).
14. Монополь Абрикосова – Бенеславского – Херринга (1111).
15. Грибов: релятивистская квантовая теория поля в майорана-вейлевской сверхтекучей жидкости $^3\text{He-A}$, московский нуль, конфайнмент кварков (1111).
16. Горьков: необычная сверхпроводимость, точки Вейля и линии Дирака (1112).

17. Статья Дзялошинского, Полякова и Вигмана и θ -член в $^3\text{He-A}$ (1113).
 18. Яковенко, Гриневич и топология в импульсном пространстве (1113).
 19. Ларкин и беспорядок (1113).
 20. Силы Копнина и Иорданского (1113).
 21. Копнин, фермионы Майораны и сверхпроводимость с плоской зоной (1115).
 22. Фомин, когерентная прецессия, магноны бозе-эйнштейновского конденсата (1115).
 23. Поляков, Старобинский, космологическая постоянная и релаксация вакуума (1116).
 24. Заключение (1117).
- Список литературы (1118).

1. Лекции Халатникова
и спонтанно возникающий релятивизм
в сверхтекучих жидкостях

Лекции И.М. Халатникова для студентов о сверхтекучем ^4He в Институте физических проблем им. П.Л. Капицы РАН привлекли моё внимание к неожиданной связи между гидродинамикой сверхтекучей жидкости и общей теорией относительности (вероятно, в 1967 г.). Релятивистский характер течения сверхтекучего ^4He проявляется при низких температурах, когда нормальная компонента жидкости представлена "релятивистскими" возбуждениями с линейным спектром — фононами. Уравнение (3.13) в книге Халатникова [1] демонстрирует свободную энергию фононов в присутствии противотока $w = v_n - v_s$ (поток нормальной компоненты жидкости относительно сверхтекучей компоненты):

$$F_{\text{ph}}(T, w) = \frac{F_{\text{ph}}(T)}{(1 - w^2/c^2)^2} \sim \left(\frac{T}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \right)^4, \quad (1)$$

где $F_{\text{ph}}(T) \propto T^4$. Это уравнение напоминает закон Толмена в общей теории относительности (ОТО), $T(r) = T/(g_{00}(r))^{1/2}$, что может навести (и в самом деле наве-

Г.Е. Воловик. Low Temperature Laboratory, Aalto University, P.O. Box 15100, FI-00076 AALTO, Finland;
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, просп. Академика Семёнова 1А, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация
E-mail: volovik@boo.jum.hut.fi

Статья поступила 5 апреля 2019 г.

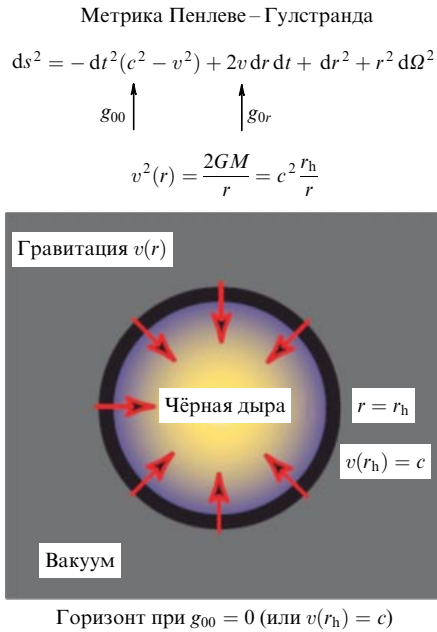


Рис. 1. Чёрная дыра в метрике Пенлеве–Гулстранда.

ло меня) на мысль о том, что вакуум является сверхтекучим, материя представлена возбуждениями, гравитационное поле является результатом течения вакуума со сверхтекучей скоростью $v_s^2/2 = GM/r$ (в полном термодинамическом равновесии $v_h = 0$, тогда как v_s может зависеть от координат, $g_{00}(r) = 1 - w^2/c^2 = 1 - v_s^2(r)/c^2$) и ОТО является неким расширением двухжидкостной гидродинамики Ландау–Халатникова. Моя попытка обсудить эту безумную идею с Ю.В. Шарвиним, который руководил студенческим семинаром в Институте Капицы, была неудачной. Я получил ответ, что ОТО является очень красивой теорией и её не следует портить необоснованными моделями. Теперь я понимаю, что это был абсолютно правильный ответ.

Однако в дальнейшем в статьях Унру о чёрных дырах появились аналоги движущихся жидкостей [2, 3]. Эффективную метрику, которая действует на звуковые волны в жидкостях (или на соответствующие фононы в сверхтекучих жидкостях), стали называть акустической метрикой, а течение жидкости с акустическим горизонтом — речной моделью чёрных дыр [4]. В ОТО акустическая метрика соответствует метрике Пенлеве–Гулстранда (ПГ) [5, 6] (рис. 1). Следуя этой тенденции, мы вместе с Тэдом Джекобсоном рассмотрели метрику ПГ, которая возникает для фермионных возбуждений в сверхтекучем ^3He (квазичастицы Боголюбова–Нambu) и обсудили возможность создавать аналоги горизонтов чёрных дыр и белых дыр с помощью движущихся текстур, солитонов [7].

Метрика ПГ полезна для рассмотрения происходящих внутри чёрных дыр процессов, связанных с пересечением горизонта, таких как излучение Хокинга. И для реальных чёрных дыр, и для их аналогов в конденсированных материалах излучение Хокинга можно рассматривать как полуклассическое квантовое туннелирование через горизонт (см. [8] для аналога чёрной дыры и [9] для реальной чёрной дыры).

Акустическая метрика позволяет моделировать различные варианты пространства-времени. Я вспоминаю доклад А.М. Полякова в 1981 г., в котором он заметил, что сигнатура Минковского в ОТО может возникать из

евклидовой в некотором фазовом переходе с нарушением симметрии. Эффективное изменение от сигнатуры Минковского до евклидовой происходит, в частности, для акустической метрики голдстоуновских мод в бозе-эйнштейновском конденсате магнонов [10, 11].

В 2003 г. многие другие примеры аналогии между конденсированными средами, с одной стороны, и релятивистскими квантовыми полями и гравитацией, с другой, были собраны в книге [12]. В системах с вейлевскими и дираковскими фермионами спонтанно возникающая гравитация формулируется в терминах тетрадных полей (см. также недавние работы [13, 14]), в отличие от метрической гравитации, возникающей в системах с бозе-конденсацией. Кроме того, в вейлевских материалах гравитация возникает вместе со всеми элементами релятивистских квантовых теорий поля (релятивистский спин, киральные фермионы, калибровочные поля, дираковские Γ -матрицы и т.п.) (см. также раздел 15).

2. Иорданский и макроскопическое квантовое туннелирование

В Институте им. Ландау моим научным руководителем был С.В. Иорданский — автор теории образования вихрей в сверхтекучих жидкостях за счёт тепловых флуктуаций [15] и совместно с А.М. Финкельштейном — теории квантового образования зародышей новой фазы в метастабильном кристалле [16, 17]. Иорданский предложил мне продолжить эту тему, в результате чего появилась работа об образовании вихрей в движущихся сверхтекучих жидкостях за счёт квантового туннелирования [18], другими словами — вихревого инстантона.

Основное отличие от макроскопического квантового туннелирования других типов заключается в том, что в вихревом инстантоне роль канонически сопряжённых квантовых переменных играют координаты z и r кольцевого вихря. Это приводит к объёмному закону для вихревого инстантона: действие содержит топологический член $S_{\text{top}} = 2\pi\hbar n V_L = 2\pi\hbar n_L$, где n — плотность частиц, V_L — объём, ограниченный поверхностью, охватываемой линией вихря в период между его образованием и аннигиляцией, n_L — число атомов внутри этого объёма (см. раздел 26.4.3 в книге [12]). В то же время для других линейных топологических дефектов и фундаментальных струн действие пропорционально площади [19].

Дальнейшее развитие такого макроскопического квантового туннелирования применительно к вихрям в сверхпроводниках можно найти в обзорной статье [20], большинство авторов которой из Института им. Ландау: М.В. Фейгельман, В.Б. Гешкенбейн и А.И. Ларкин.

3. Халатников, сверхтекучий ^3He , парадокс углового момента и киральная аномалия

Неудивительно, что эпоха сверхтекучего ^3He в Институте им. Ландау была инициирована Халатниковым. Моё участие в этой программе началось с совместной работы с И.М. Халатниковым и В.П. Минеевым по распространению гидродинамики сверхтекучего ^4He Ландау–Халатникова на динамику смеси сверхтекучих бозе- и ферми-жидкостей [21]. Здесь наиболее интересным вопросом был эффект Андреева–Башкина, в котором сверхтекучий ток одной из компонент зависит также от сверхтекучей скорости другой компоненты [22]. Сама

основополагающая работа А.Ф. Андреева и Е.П. Башкина [22] была опубликована в предыдущем выпуске *Журнала экспериментальной и теоретической физики (ЖЭТФ)*, что демонстрирует традиционные тесные связи между Институтом им. Ландау и Институтом Капицы.

Затем последовали попытки распространить гидродинамику Ландау–Халатникова на гидродинамику киральной сверхтекучей жидкости: $^3\text{He-A}$ с $p + ip$ -куперовским спариванием. И сразу возникли странные парадоксы, связанные с внутренним угловым моментом киральной жидкости [23–25]. Ожидаемый угловой момент стационарного состояния такой жидкости $L_z = \hbar N/2$, что соответствует \hbar для каждой из $N/2$ куперовских пар, где N — число атомов. Однако вычисленная величина динамического углового момента содержала множитель $(A_0/E_F)^2$, где A_0 — амплитуда щели в спектре фермионных квазичастиц, E_F — энергия Ферми. Этот множитель очень мал, $(A_0/E_F)^2 \sim 10^{-5}$.

И только примерно через десять лет было достигнуто понимание [26, 27], что источником парадокса углового момента и других соответствующих парадоксов в динамике $^3\text{He-A}$ является аналог киральной аномалии в релятивистской квантовой теории поля (РКТП) (см. уравнение (7)). Киральная аномалия реализуется в квантовом вакууме с вейлевскими фермионами, и именно такие топологически защищённые вейлевские фермионы возникают в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$ [12]. Необходимо было изменить гидродинамику Халатникова–Лебедева [28, 29] для киральной сверхтекучести, включив эффекты киральной аномалии [28].

Эффект киральной аномалии был подтверждён экспериментально в динамике скирмионов в $^3\text{He-A}$ [30] (см. раздел 20, а также недавнее обсуждение связи киральной аномалии с парадоксом углового момента в киральных сверхтекучих жидкостях и сверхпроводниках [31, 32]).

4. Монополю Полякова и вихрь со свободным концом

В 1974 г. А.М. Поляков выступил на семинаре в Институте им. Ландау в Черногоровке с докладом о монополе — еже в поле Хиггса, который впоследствии назвали монополем 'т Хоофта–Полякова [33, 34]. Вдохновлённые этим докладом, мы с В.П. Минеевым предложили аналог магнитного монополя в $^3\text{He-A}$ [35] (такое же предложение сделал С. Блаха [36]). В отличие от монополя 'т Хоофта–Полякова, наш монополю является точкой окончания линейного объекта — вихря или струны. Он может оканчивать, например, вихрь с двумя квантами, $N = 2$ (рис. 2а), который мы назвали вихрем со свободным концом, но также может служить концом двух вихрей с $N = 1$ (рис. 2б) либо четырёх полуквантовых вихрей с $N = 1/2$ (рис. 2в).

В электрослабой теории такой монополю, оканчивающий электрослабую струну, называют монополем Намбу [37]. Вихрь со свободным концом наблюдался в холодных газах [38].

5. Ферромагнитный ёж как магнитный монополю в синтетическом поле

Тема монополя-ежа, начатая Поляковым, а также некоторые неясные представления о возможном спонтанном возникновении калибровочных полей получили дальней-

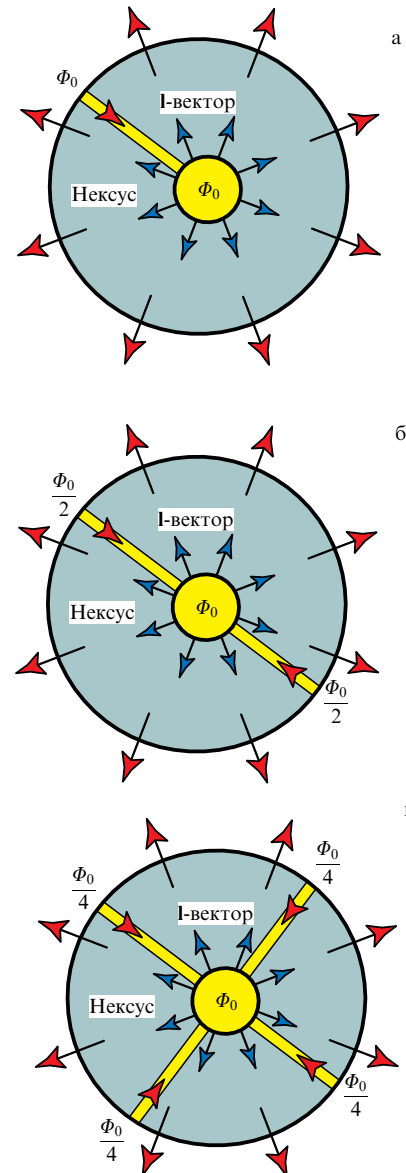


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Магнитный монополю в киральном сверхпроводнике — аналог монополя Намбу. (а) Монополю оканчивает вихрь с двумя квантами, $N = 2$. (б) Тот же монополю оканчивает два вихря с $N = 1$. (в) Неккус — монополю с четырьмя полуквантовыми ($N = 1/2$) вихрями (см. струну Алисы на рис. 4). Красные стрелки показывают направление магнитного потока, который втекает в монополю вдоль вихрей, а затем распространяется радиально из монополя. Синие стрелки представляют поле орбитального вектора l со структурой ежа.

шее развитие. Оказалось, что в ферромагнетиках фаза Берри приводит к возникновению синтетического электромагнитного поля [39]:

$$F_{ik} = \partial_i A_k - \partial_k A_i = -\frac{1}{2} \mathbf{m} (\partial_i \mathbf{m} \times \partial_k \mathbf{m}), \quad (2)$$

$$E_i = -\partial_t A_i - \partial_i A_0 = \frac{1}{2} \mathbf{m} (\partial_t \mathbf{m} \times \partial_i \mathbf{m}), \quad (3)$$

где \mathbf{m} — единичный вектор намагничивания. Эффективные электрическое и магнитное поля являются физическими: они действуют на электроны в ферромагнетиках и, в частности, создают действующую со стороны спиновой подсистемы силу, которая генерируется вре-

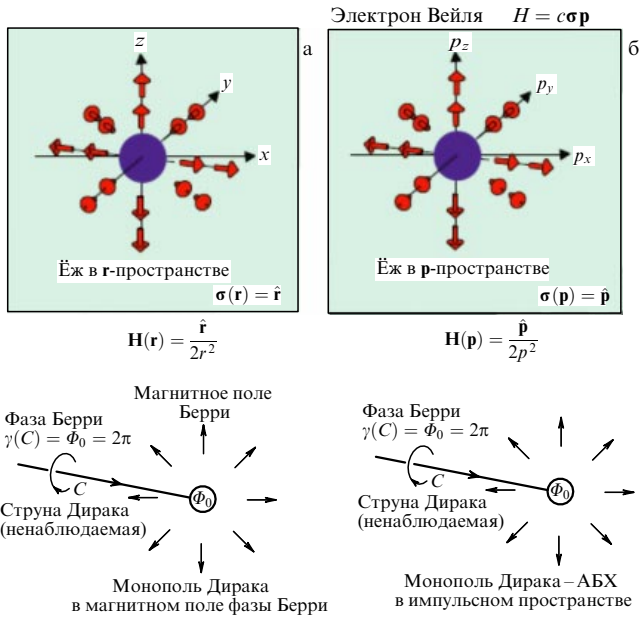


Рис. 3. Магнитный монополю, индуцированный фазой Берри, в реальном и импульсном пространствах. (а) Магнитный монополю в фазе Берри в ферромагнетиках. (б) Монополю Абрикосова–Бенеласового–Херринга (АБХ) в импульсном пространстве, ответственный за топологическую устойчивость вейлевских фермионов. В обоих случаях имеется ненаблюдаемая струна Дирака с набегом 2π в фазе Берри.

менной и пространственной производными намагничивания [39, 40]. Эта сила пропорциональна $\mathbf{E} - \mathbf{v} \times \mathbf{V}$, аналогично силе в квантовой электродинамике. Действующая со стороны спиновой подсистемы сила увеличивается в присутствии взаимодействия Дзялошинского–Мории [41].

Ёж в ферромагнетиках на рис. 3а представляет собой источник синтетического магнитного поля \mathbf{V} — синтетический магнитный монополю [39]. Это в некоторой степени похоже на ежа Полякова в векторном поле Хиггса, который также одновременно представляет собой магнитный монополю. Однако в этом сценарии нет полной аналогии между синтетическим и настоящим электромагнитным полем, которая имеется в сценарии спонтанно возникающего калибровочного поля в вейлевских материалах.

6. Новиков, топология, струна Алисы, Березинский

В докладе на семинаре в Институте им. Ландау о монополе А.М. Поляков как бы между прочим обронил: "Математики утверждают, что ёж невозможно уничтожить по топологическим причинам". Это привело к интенсивному изучению топологии и к обсуждениям с участниками группы С.П. Новикова в Институте им. Ландау (О.И. Богоявленский, П.Г. Гриневич и др.). Вышла также статья С.И. Анисимова и И.Е. Дзялошинского о дисклинациях [42], в которой обсуждались разнообразные структуры в жидких кристаллах. Вместе с В.П. Минеевым мы хотели понять, как и почему эти и другие структуры, в том числе наш вихрь со свободным концом (аналог монополя Намбу), являются или не являются топологически устойчивыми.

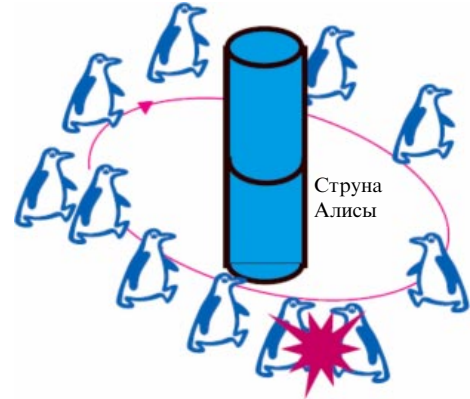


Рис. 4. Полуквантовый вихрь как струна Алисы [45]. Материя непрерывно преобразуется в антиматерию после обхода струны Алисы. Два пингвина начинают двигаться в противоположных направлениях вокруг струны. Когда пингвины встречаются, они аннигилируют.

Это привело нас к классификации топологических структур в терминах гомотопических групп [43, 44]. Среди таких структур выявились некоторые неожиданные экзотические топологические объекты, такие как полуквантовый вихрь в $^3\text{He-A}$ [43]. В РКТП аналогом полуквантового вихря является струна Алисы (рис. 4), обсуждавшаяся А.С. Шварцем [45], который работал совместно с А.А. Белавиным и А.М. Поляковым по проблеме инстантонов [46]. Экспериментально полуквантовые вихри были обнаружены только 40 лет спустя, сначала в полярной фазе ^3He , которая симметрична относительно обращения времени [47], а затем и в киральном $^3\text{He-A}$ [48]. Более того, было обнаружено, что полуквантовые вихри выживают при фазовом переходе в $^3\text{He-B}$, где они топологически нестабильны. При этом полуквантовый вихрь превращается в линию окончания нетопологической доменной стенки — аналог космической стенки Киббла–Лазаридеса–Шафи, которая ограничена струной [49] (рис. 5).

Вихри в $^3\text{He-A}$ описываются гомотопической группой Z_4 . Это означает, что $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 = 1 + 1 = 2 = 0$ и, таким образом, четыре полуквантовых вихря могут образовать монополю, изображённый на рис. 2. Кроме того, в таких системах, как жидкие кристаллы,

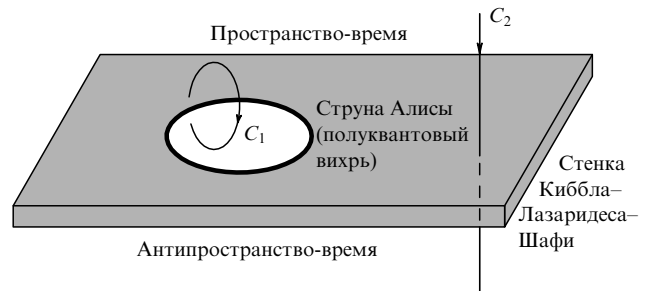


Рис. 5. В $^3\text{He-B}$ струна Алисы (полуквантовый вихрь) становится линией окончания нетопологической доменной стенки — стенки Киббла–Лазаридеса–Шафи [48]. Аналогия с РКТП подсказывает, что имеются два пути в антипространство: безопасный путь вокруг струны Алисы (вдоль контура C_1) и опасный путь вдоль C_2 сквозь стенку [50].

топологические дефекты — дисклинации — могут подчиняться даже неабелевым гомотопическим группам. Всё это вызвало интерес В.Л. Березинского к возможности расширения перехода Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) [51–53] на более общие картины нарушения симметрии, но, к несчастью, Березинский умер в 1980 г.

Сам С.П. Новиков также участвовал в работе над сверхтекучим ^3He . В частности, он разрешил парадокс, связанный с числом мод Намбу–Голдстоуна (НГ) в $^3\text{He-A}$: в пределе слабой связи есть девять мод НГ, но только восемь генераторов нарушенной симметрии [54, 55]. Новиков сформулировал новое правило подсчёта [56]: число мод НГ совпадает с размерностью касательного пространства. Несоответствие между общим числом бозонов НГ и числом генераторов нарушенной симметрии равно количеству дополнительных плоских направлений в потенциале Хиггса.

7. Новиков, топология, скирмионы

Следующий наш шаг в классификации топологических структур в конденсированных средах снова был инициирован окружением Института им. Ландау: топологический объект Белавина–Полякова в двумерных (2D) ферромагнетиках Гейзенберга [57], динамические солитоны в группе В.Е. Захарова [58] и многочисленные дискуссии с членами группы С.П. Новикова (В.Л. Голо и М.И. Монастырский [59]). Всё это привело нас к классификации непрерывных структур в терминах относительных гомотопических групп [60].

В число таких структур, в частности, входят аналоги трёхмерных (3D) скирмионов: частицеподобные солитоны, описываемые гомотопической группой π_3 [61] (которые называют монополюм Шанкара [62]). Изолированные 3D-скирмионы наблюдались в холодных газах [63]. Пока ещё трудно стабилизировать изолированные скирмионы в ^3He , но объекты группы π_3 были экспериментально получены как пересечения 1D- и 2D-топологических солитонов [64]. Топологический анализ таких комбинированных объектов был сделан Ю.Г. Махлиным и Т.Ш. Мисирпашаевым [65].

8. Копнин и решётка вихревых скирмионов

В отличие от 3D-скирмионов, 2D-скирмионы — это типичные объекты, возникающие в проводимых в Хельсинки экспериментах с киральным $^3\text{He-A}$ во вращающемся криостате. В сверхтекучем $^3\text{He-A}$ завихрённость может быть непрерывной (несингулярной) и может формировать периодическую текстуру во вращающемся сосуде — решётку 2D-скирмионов, которая обсуждалась с Н.Б. Копниным [66] (рис. 6). С этой статьи началась наша совместная работа с Копниным. 2D-скирмионы вскоре были обнаружены в экспериментах с помощью метода ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [67]. В дальнейшем в экспериментах с ультразвуком наблюдался топологический фазовый переход с изменением топологического заряда скирмионов [68]. Изменяя магнитное поле, можно было наблюдать переход первого рода между различными конфигурациями векторных полей. В слабых полях скирмион имеет нетривиальные топологические заряды в полях орбитального и спинного векторов, $N_l = 1$ и $N_d = 1$. В сильных полях скирмион теряет один из своих инвариантов, $N_l = 1$ и $N_d = 0$.

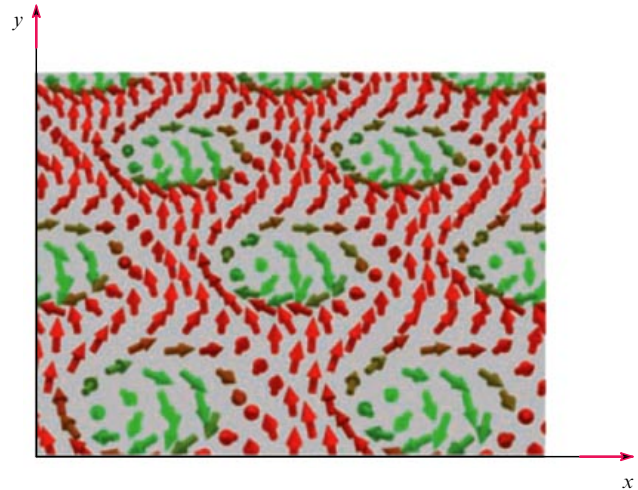


Рис. 6. Решётка скирмионов во вращающейся киральной сверхтекучей жидкости. Каждая ячейка содержит два кванта циркуляции сверхтекучей скорости.

Аналогичная решётка скирмионов была предложена Н.Б. Копниным для анизотропных сверхпроводников, в которых схема нарушения симметрии имеет вид $SU(2)_S \times U(1)_N/Z_2 \rightarrow U(1)_{S_z-N/2}$ [69].

9. Теория вращающейся сверхтекучей жидкости Бекаревича–Халатникова

Рисунок 7 демонстрирует решётку скирмионов во вращающемся криостате при наличии поверхности раздела между $^3\text{He-A}$ и $^3\text{He-B}$ [70]. В экспериментах можно создавать различные вихревые структуры, в том числе такую, в которой одна из сверхтекучих жидкостей, А-фаза, содержит равновесное число вихрей, тогда как другая, В-фаза, является безвихревой (рис. 7б). В этом случае вихри в А-фазе изгибаются и формируют вихревой лист. Для описания такого изгиба мы использовали гидродинамические уравнения, выведенные И.Л. Бекаревичем и И.М. Халатниковым [71].

10. Неустойчивость поверхности раздела: Коршунов, Кузнецов, Лушников

Конфигурация на рис. 7 позволяет экспериментально исследовать аналог неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в сверхтекучих жидкостях [72]. При некоторой критической скорости вращения поверхность раздела становится неустойчивой относительно образования рипплов на поверхности [73]. Первоначально неустойчивость Кельвина–Гельмгольца (КГ) в сверхтекучих жидкостях исследовалась С.Е. Коршуновым [74, 75]. Вместо обычной КГ-неустойчивости поверхности раздела между двумя жидкостями Коршунов рассмотрел весьма необычный случай: используя двухжидкостную модель Ландау–Халатникова, он исследовал неустойчивость поверхности жидкости при противотоке сверхтекучей и нормальной компонент одной и той же жидкости. Оказалось, что конфигурация на рис. 7 очень похожа на случай Коршунова. С одной стороны поверхности раздела завихрённая А-фаза вращается вместе с контейнером, $\langle \mathbf{v}_{SA} \rangle = \mathbf{v}_{nA} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. С другой стороны поверхности раздела в безвихревой В-фазе вместе с контейнером

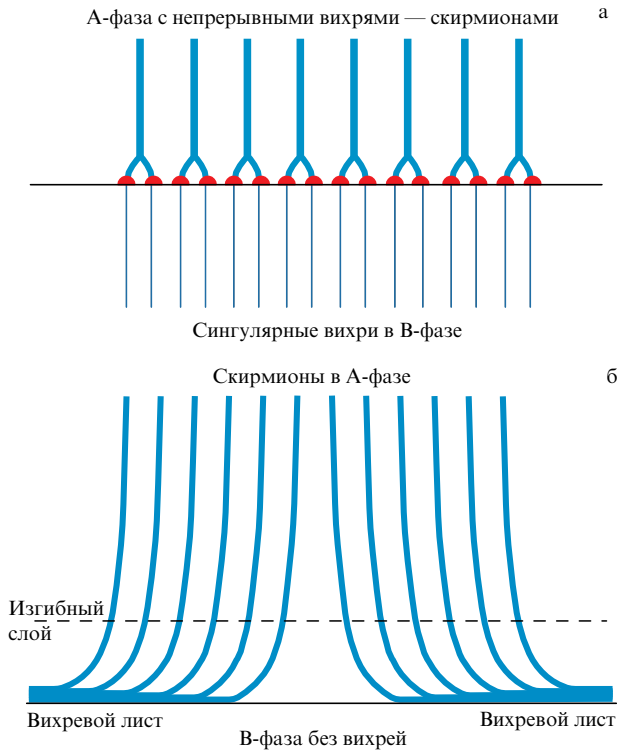


Рис. 7. Граница между киральным сверхтекучим $^3\text{He-A}$ и некиральным $^3\text{He-B}$ во вращающемся криостате. (а) Решётка скирмионов в А-фазе преобразуется в обычную решётку вихрей в В-фазе. Точка окончания вихря в В-фазе является аналогом монополя Намбу. (б) Решётка скирмионов преобразуется в вихревой лист на поверхности раздела, тогда как В-фаза остаётся безвихревой. Изгиб вихрей на поверхности раздела подчиняется теории вращающихся сверхтекучих жидкостей Бекаревича–Халатникова [71].

вращается только нормальная компонента, тогда как сверхтекучая компонента покоится: $\mathbf{v}_{\text{SB}} = 0$, $\mathbf{v}_{\text{NB}} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. Наблюдаемая неустойчивость возникает именно из-за противотока на стороне В-фазы, $\mathbf{w}_{\text{B}} = \mathbf{v}_{\text{NB}} - \mathbf{v}_{\text{SB}}$.

Нелинейная стадия КГ-неустойчивости рассматривалась Е.А. Кузнецовым и П.М. Лушниковым [76, 77]. В наших экспериментах развитие неустойчивости поверхности раздела приводит к проникновению скирмионов А-фазы через поверхность раздела в В-фазу, где они в конце концов преобразуются в отдельные вихри. Рисунок 8 демонстрирует возможный сценарий такого преобразования. Однако полного анализа этого процесса пока нет.

11. Большой взрыв в миниатюре, Копнин, Каменский, Манаков

Другое нелинейное неравновесное явление, экспериментально исследованное в сверхтекучем ^3He , имеет своим источником взаимное влияние физики высоких энергий и космологии. Это механизм образования топологических дефектов при фазовом переходе в расширяющейся Вселенной [78], механизм Киббла–Зурека. В $^3\text{He-B}$ Большой взрыв моделируется минивзрывом, который генерируется нейтронным облучением. Нейтроны вызывают ядерную реакцию и образование пузырька размером порядка 100 мкм, в котором температура выше температуры сверхтекучего перехода [78] (рис. 9). Затем охлаждение приводит к достаточно быстрому фазовому переходу в состояние с нарушенной симметрией, в результате чего создаются вихри, измераемые в ЯМР-экспериментах.

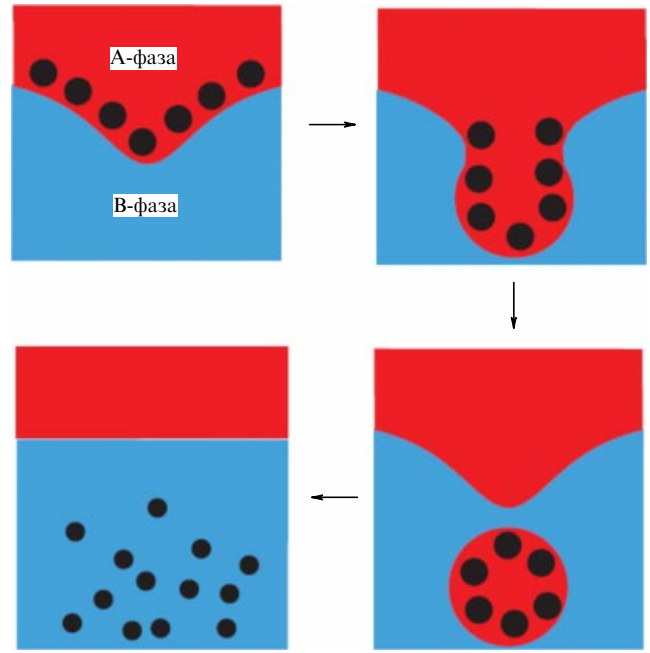


Рис. 8. Развитие неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца (неустойчивость Коршунова) на поверхности раздела между завихрённым киральным сверхтекучим $^3\text{He-A}$ и безвихревым некиральным $^3\text{He-B}$ во вращающемся криостате (см. рис. 7). Неустойчивость приводит к появлению вихрей в $^3\text{He-B}$. Возможный сценарий: капля А-фазы, завихрённость которой концентрируется в скирмионах, проникает через поверхность раздела фаз в В-фазу, где завихрённость преобразуется в отдельные вихри. ЯМР-эксперименты показывают, что число вихрей в В-фазе, образующихся при неустойчивости, согласуется с длиной волны критического риплона.

Объяснение наблюдаемого образования вихрей в рамках сценария Киббла–Зурека выглядит разумным. Более того, это подтверждается правильной степенной зависимостью числа создаваемых вихрей от скорости сверхтекучей жидкости. Тем не менее потребовались изменения и расширения сценария Киббла–Зурека для учёта пространственной неоднородности процесса. В частности, в нашей работе с Т.В.Б. Кибблом [80] и в работах Н.Б. Копнина с соавторами [81–83] рассматривалось влияние распространяющегося фронта фазового перехода. Но исходная идея о том, что вихри могут создаваться в результате распространения фронта фазового перехода второго рода, принадлежит В.Г. Каменскому и С.В. Манакову [84].

12. Инстантоны Белавина–Полякова–Шварца–Тюпкина, киральные сверхтекучие жидкости, сверхпроводники

Инстантоны Полякова [85] и Белавина–Полякова–Шварца–Тюпкина (БПШТ) [46] стали исходной точкой для исследования структуры инстантонов в конденсированных средах. Решётка инстантонов в пространстве размерностью $1 + 1$ [86] (рис. 10) объясняет осцилляции, наблюдавшиеся в экспериментах с противотоками в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$ [87]. Такая решётка инстантонов в плоскости (z, t) , где z — координата вдоль противотока, является аналогом решётки скирмионов в пространстве размерностью $2 + 0$, показанной на рис. 6. Аналогичная структура инстантонов для

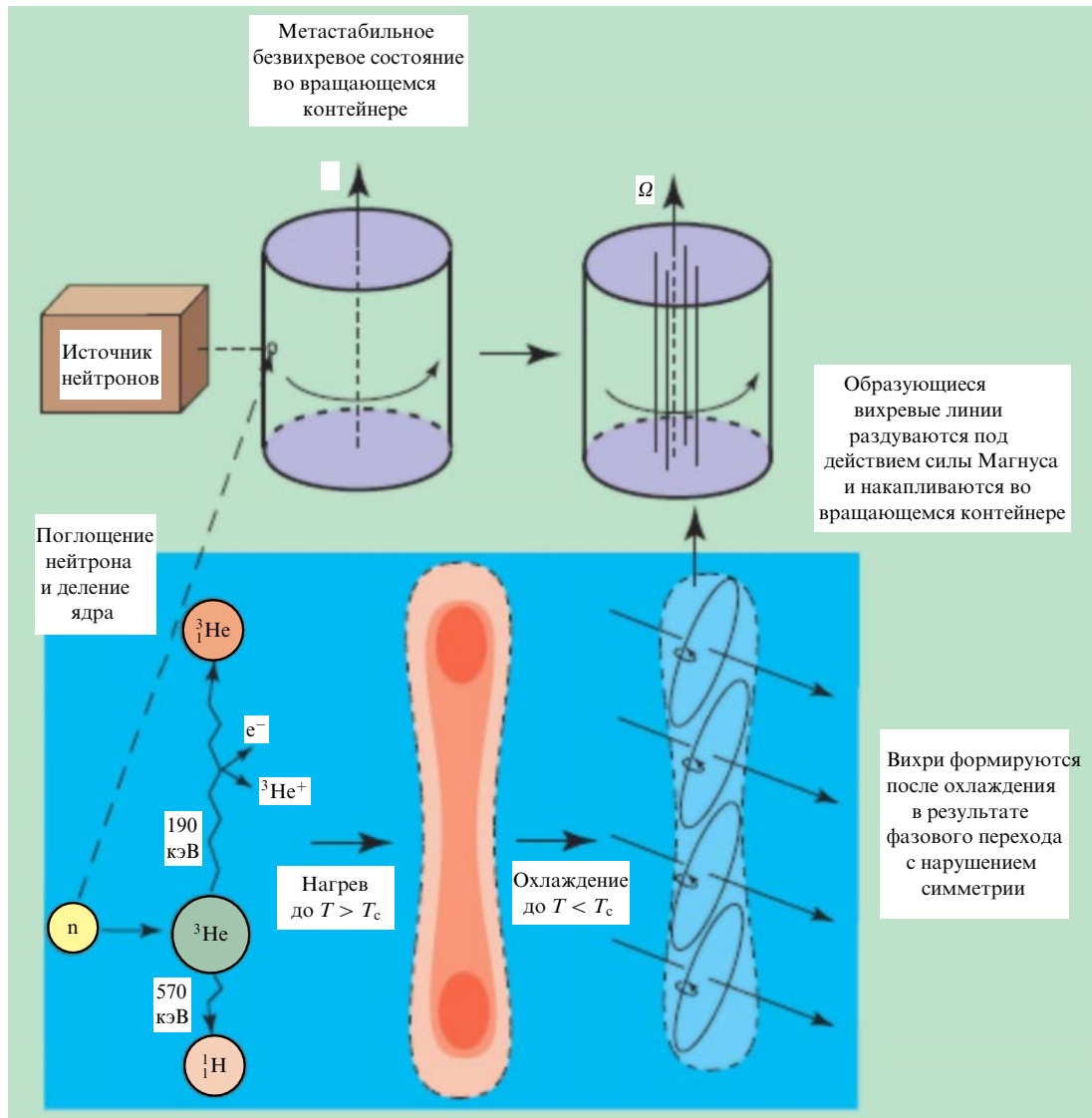


Рис. 9. Образование вихря в микроскопическом аналоге Большого взрыва, вызванном облучением нейтронами [79].

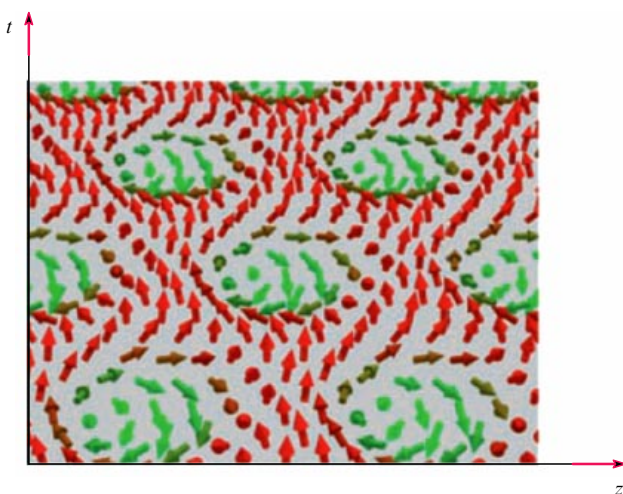


Рис. 10. Решётка инстантонов в динамике киральной сверхтекучей жидкости, аналогичная решётке скирмионов, приведённой на рис. 6, но в плоскости (z, t) .

решётки вихрей Абрикосова в сверхпроводниках обсуждалась в работе Б.И. Ивлева и Н.Б. Копнина [88].

13. Дзялошинский, спиновые стёкла. Общая гидродинамика и безразмерная физика

Естественными объектами для изучения топологически устойчивых структур являются магнитные материалы. Основным специалистом по этой теме в Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау был И.Е. Дзялошинский — автор взаимодействия Дзялошинского — Морри [89, 90]. Общий интерес к топологическим дефектам привёл к нашей совместной работе. Мы рассмотрели фрустрации в спиновых стёклах, введённые Ж. Вилленом [91], и предположили, что на уровне макроскопической гидродинамики фрустрации могут описываться в терминах топологических дефектов — дисклинаций, которые нарушают дальний магнитный порядок [92]. Непрерывное распределение дисклинаций и их динамика могут быть описаны с помощью эффективного калибровочного поля: калибровочное поле $U(1)$ в спиновых стёклах XY

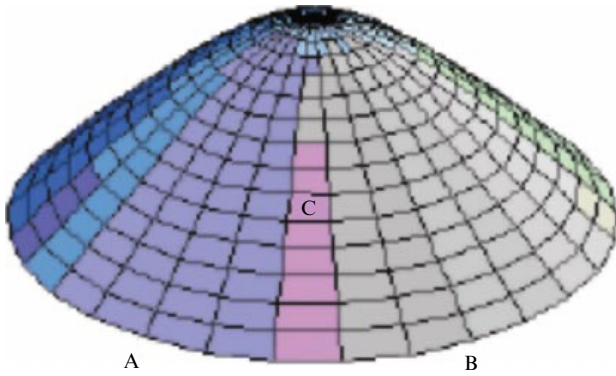


Рис. 11. 2D-иллюстрация сверхпластичного вакуума $3+1$, в котором отсутствует равновесный размер элементарной ячейки.

и калибровочное поле $SU(2)$ в спиновых стёклах Гейзенберга. Это приводит к ещё одному сценарию самопроизвольно возникающих калибровочных полей в дополнение к сценарию фазы Берри в ферромагнетиках и сценарию точек Вейля в $^3\text{He-A}$ и вейлевских полуметаллах.

В дальнейшем гидродинамика систем с распределёнными дефектами была распространена на сверхтекучие жидкости с вихрями и на кристаллы с дислокациями и дисклинациями [93, 94]. Соответствующие калибровочные поля, описывающие распределение дислокаций и дисклинаций, соответствуют кручению и кривизне Римана в тетрадном формализме ОТО.

Тетрады упругости $E_\mu^a(x)$, которые описывают упругие деформации кристаллической решётки, выражаются через систему деформированных кристаллографических плоскостей, поверхностей постоянной фазы $X^a(x) = 2\pi n^a$ [92, 95, 96]. Тетрады $E_\mu^a(x) = \partial_\mu X^a(x)$ имеют размерность обратной длины (или обратного времени). Если такие тетрады упругости применить к ОТО (так называемый сверхпластичный вакуум [97]), то оказывается, что скалярная кривизна, выраженная через эти тетрады, а также гравитационная постоянная Ньютона G и космологическая постоянная Λ становятся безразмерными: $[G] = [R] = [\Lambda] = 1$. Безразмерными также являются гравитационные члены более высокого порядка, такие как R^2 и $R^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$.

Более того, безразмерными становятся все физические величины. Причина этого заключается в том, что в сверхпластичном вакууме, который может произвольно деформироваться, отсутствует равновесный размер элементарной ячейки и, следовательно, отсутствует соответствующий микроскопический масштаб длины (такой, как масштаб Планка) (рис. 11). Поэтому все расстояния измеряются в терминах целочисленных позиций узлов в кристалле.

Гидродинамика систем с топологическими дефектами может быть полезной для описания спиновых и орбитальных стёкол других типов, наблюдаемых в сверхтекучих фазах ^3He в аэрогеле [98] (см. также раздел 19).

14. Монополю Абрикосова – Бенеславского – Херринга

"Сага" о еже-монополе-инстантоне Полякова имела одно важное продолжение, теперь уже на импульсное пространство. Аналог импульсного пространства для магнитного монополя в фазе Берри показан на рис. 36,

где приведена топологическая структура гамильтониана 2×2 , описывающего фермионы Вейля [99]. Спин (или псевдоспин в вейлевских материалах) образует ёж в импульсном пространстве, представляющий собой монополю в фазе Берри в импульсном пространстве. Устойчивость такого ежа также обеспечивается топологией, но уже топологией в импульсном пространстве. Топологическое описание точек соприкосновения энергетических зон можно найти в статье С.П. Новикова [100]. Топологическая устойчивость точек Вейля обеспечивает спонтанное возникновение фермионов Вейля в окрестности ежа даже в нерелятивистском вакууме в конденсированной материи, например в сверхтекучем $^3\text{He-A}$. Вместе с киральными фермионами Вейля в этой сверхтекучей жидкости также самопроизвольно возникают гравитация в терминах тетрадных полей и релятивистские квантовые калибровочные поля. Другими словами, в капле ^3He можно найти всю Вселенную (точнее, издевательскую карикатуру на неё) [12].

К сожалению, в это время я не знал о другой, существенно более ранней, Вселенной, созданной А.В. Абрикосовым, который совместно с С.Д. Бенеславским рассмотрел фермионы Вейля в полуметаллах [101 – 103]. Но в 1998 г. после симпозиума "Абрикосов-70" в Аргоннской национальной лаборатории (США) я получил от Абрикосова ссылку на его работы. Тогда я вспомнил, что студентом слушал выступление Абрикосова на семинаре в Черноголовке в 1970 г., когда он обсуждал "релятивистский" конический спектр электронов в полуметаллах. Хотя потом я забыл об этом семинаре, услышанное сохранилось где-то глубоко в моём подсознании. Монополю в фазе Берри в импульсном пространстве можно называть монополем Абрикосова – Бенеславского – Херринга (АБХ).

Топологический инвариант, который описывает точку Вейля в спектре фермионов, можно также выразить через функцию Грина с мнимой частотой [104]. Функция Грина имеет точку сингулярности в 4D-импульсном пространстве (ω, p_x, p_y, p_z) (см. уравнение (6) в разделе 18). Это является аналогом инстантона в импульсном пространстве. Описание в терминах функции Грина важно в случае сильных взаимодействий, когда одночастичный гамильтониан не имеет смысла.

15. Грибов: релятивистская квантовая теория поля в майорана-вейлевской сверхтекучей жидкости $^3\text{He-A}$, московский нуль, конфайнмент кварков

В течение многих лет особенно важной для меня была помощь В.Н. Грибова. Хотя его замечания на семинарах в Институте им. Ландау обычно были самыми критическими, он терпеливо отвечал на мои вопросы, возможно, потому что я был посторонним в физике высоких энергий, а иногда даже делился со мной своими идеями. Грибов прояснил для меня различные вопросы, относящиеся к самопроизвольно возникающей РКТП в сверхтекучей вейлевской жидкости $^3\text{He-A}$. В одном случае загадкой для меня был логарифмически расходящийся член в действии для ^3He , который в терминах эффективного калибровочного поля $U(1)$ имеет вид $(B^2 - E^2) \ln [E_{UV}^4 / (B^2 - E^2)]$, где E_{UV} — ультрафиолетовое (УФ) обрезание (см. в разделе 20 определение синтетического калибровочного поля ниже уравнения (7)).

Такой член становится мнимым при $E^2 > B^2$, и что с этим делать? После обсуждений с Грибовым стало ясно, что это не что иное, как неустойчивость вакуума относительно рождения швингеровских пар, которая возникает, когда синтетическое электрическое поле превышает синтетическое магнитное поле.

Сама логарифмическая расходимость является аналогом эффекта нуль-заряда — известного "московского нуля" Ландау, Абрикосова и Халатникова [105–107]. Эффект нулевого заряда естествен для калибровочного поля $U(1)$. Однако, к моему удивлению, синтетическое калибровочное поле $SU(2)$, которое также возникает в ${}^3\text{He-A}$, тоже следует поведению нулевого заряда, а не ожидаемой асимптотической свободе, которую обнаружили Д.Дж. Гросс, Ф. Вильчек и Д. Политцер [108, 109]. Обсуждение с Грибовым прояснило для меня и эту проблему. Грибов задал мне простой вопрос: "Сколько бозонов и фермионов имеется в вашем гелии?" Оказалось, что число фермионных полей мало по сравнению с числом бозонных полей. Однако фермионы доминируют из-за существенно более высокого УФ-обрезания E_{UV} , и именно они приводят к нуль-заряду.

Грибов объяснил мне также источник члена Весса–Зумино в гидродинамическом действии и некоторые другие вещи. Результатом этого стала работа о квантовых аномалиях в ${}^3\text{He-A}$ [110] с благодарностью Грибову за многочисленные полезные обсуждения. Член в уравнении (4.9) в статье [110] появился после того, как Грибов поделился со мной своим взглядом на проблему эффекта нулевого заряда для безмассовых фермионов, а затем я понял, что такой же член с таким же коэффициентом существует в гидродинамике сверхтекучего ${}^3\text{He-A}$. Это уравнение (25) в статье Грибова [111].

Грибов был также первым, кто обратил моё внимание на то, что квазичастицы Боголюбова в ${}^3\text{He-A}$ являются майорановскими фермионами. Фермионные моды с нулевой энергией, впервые полученные Копниным в коре вихря в ${}^3\text{He-A}$ [112] (см. также [113] и раздел 21), оказались майорановскими. В дальнейшем я проверил, что уровень нулевой энергии в коре вихря не смещается от нуля даже при наличии примесей [114], что является важной характеристикой майорановской природы квазичастиц.

Мои обсуждения с Грибовым, в частности, относящиеся к конфайнменту кварков в квантовой хромодинамике (КХД), продолжались даже после его переезда в Венгрию. Моё предложение объяснять конфайнмент в терминах ферромагнитного квантового вакуума после обсуждения с Грибовым оказалось модификацией старой идеи вакуума Г.К. Саввиди [115].

Ближе к настоящему времени мы с Ф.Р. Клинкамером попытались расширить грибовский сценарий конфайнмента (расходимость массы при малых k) и применить его к космологии [116]. Мы пришли к следующей оценке для плотности энергии вакуума (космологическая постоянная Λ) в настоящую эпоху [117]:

$$\Lambda = \rho_{\text{vac}} \sim H \Lambda_{\text{QCD}}^3, \quad (4)$$

где H — параметр Хаббла, Λ_{QCD} — энергетический масштаб КХД. К несчастью, полезная критика Грибова теперь недоступна (В.Н. Грибов скончался в 1997 г.). Линейная зависимость от H , полученная в феноменологической грибовской теории конфайнмента, была также предложена в других подходах к КХД [118, 119].

Для вселенной де Ситтера имеется зависимость $\Lambda \sim H^2 E_{\text{Planck}}^2$, поэтому для космологической постоянной получаем следующее значение:

$$\Lambda \sim \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^6}{E_{\text{Planck}}^2}. \quad (5)$$

Поскольку Λ_{QCD} имеет порядок массы протона m_p , уравнение (5) соответствует раннему предположению Зельдовича: $\Lambda \sim G m_p^6$ [120] (см. также недавнюю статью А.Ю. Каменщика, А.А. Старобинского и соавторов о механизме Паули–Зельдовича сокращения расходимостей энергии вакуума [121]).

16. Горьков: необычная сверхпроводимость, точки Вейля и линии Дирака

Наша совместная работа с Л.П. Горьковым началась, когда он вернулся с конференции, на которой обсуждались новые сверхпроводники с тяжёлыми фермионами. Наше сотрудничество привело к симметричной классификации сверхпроводящих состояний [122, 123]. Оказалось, что в большинстве классов сверхпроводимости имеются нули в энергетическом спектре: точки Вейля, точки Дирака и узловые линии Дирака. Одна из конфигураций с восемью точками Вейля (четыре правых и четыре левых) представлена на рис. 12. Расширение такой конфигурации на 4D-пространство создаёт 4D-аналог графена [124, 125] с восемью левыми и восемью правыми фермионами Вейля, как в каждом поколении фермионов в Стандартной модели (см. также статью, посвящённую памяти Горькова [126], в которой обсуждается сверхпроводящее состояние с 48 фермионами Вейля).

Линии Дирака появляются в сверхпроводниках многих классов, включая сверхпроводящие купраты. Линия

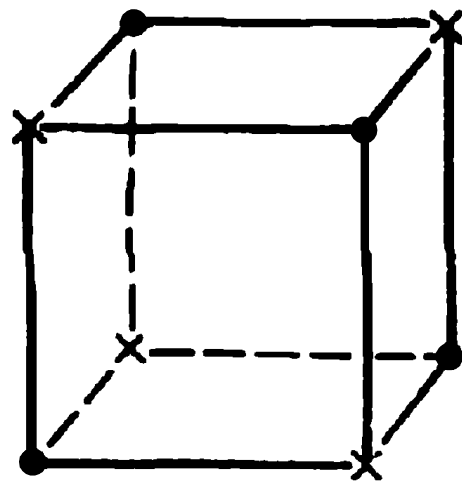


Рис. 12. Расположение нулей в энергетическом спектре в сверхпроводниках класса $O(D_2)$. Круги обозначают четыре вейлевские точки с топологическим зарядом $N = +1$ (ёж со спиной наружу), а кресты обозначают четыре вейлевские точки с $N = -1$ (ёж со спиной внутрь). В окрестности каждой вейлевской точки с $N = +1$ появляются киральные правосторонние фермионы Вейля, тогда как $N = -1$ является топологическим зарядом левосторонних квазичастиц. Такую конфигурацию можно сравнить с восемью правосторонними и восемью левосторонними частицами (кварки и лептоны) в каждом поколении фермионов в Стандартной модели. (Из статьи [123].)

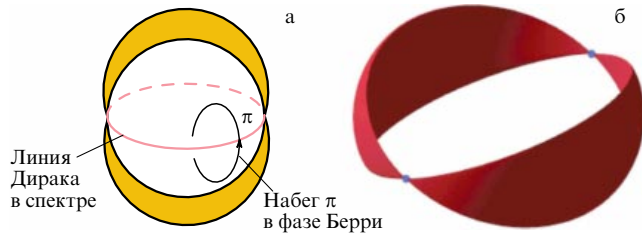


Рис. 13. Линия Дирака в полярной фазе ^3He (а) и её трансформация в боголюбовскую ферми-поверхность под воздействием сверхтекучего потока (б).

Дирака оказывает важное влияние на термодинамику сверхпроводников [127]. Причина заключается в том, что в присутствии сверхпроводящего тока линии Дирака преобразуются в ферми-поверхности (рис. 13). Такие ферми-поверхности возникают в сверхпроводниках из-за нарушения симметрии обращения времени или чётности, и теперь их называют боголюбовскими ферми-поверхностями [128]. Боголюбовская ферми-поверхность обеспечивает ненулевую плотность состояний, которая в случае линии Дирака пропорциональна сверхтекучей скорости. Для решётки вихрей Абрикосова поток вокруг вихрей создаёт плотность состояний, пропорциональную \sqrt{V} [127–129]. Горьков называл эту корневую зависимость "корешком".

17. Статья Дзялошинского, Полякова и Вигмана и θ -член в $^3\text{He-A}$

Статья И.Е. Дзялошинского, А.М. Полякова и П.Б. Вигмана [130] стимулировала исследование возможности θ -члена в тонких плёнках кирального сверхтекучего $^3\text{He-A}$ [131]. Следствием этого являются внутренний квантовый эффект Холла, спиновый квантовый эффект Холла и экзотические спины и статистика солитонов, зависящие от толщины плёнки [132]. Эти работы были выполнены при исключительно полезных обсуждениях с Вигманом.

18. Яковенко, Гриневич и топология в импульсном пространстве

Во время нашей совместной работы с В.М. Яковенко мы выразили внутренний (в отсутствие внешнего магнитного поля) квантовый эффект Холла и спиновый квантовый эффект Холла через топологические числа Черна π_3 в терминах функции Грина [133]. Те же инварианты, но с интегрированием вокруг точки Вейля в $4\text{D-}p_\mu$ -пространстве:

$$N = \frac{1}{24\pi^2} e_{\mu\nu\lambda\gamma} \text{tr} \int_{\sigma} dS^\sigma g_{\partial p_\mu} g^{-1} g_{\partial p_\nu} g^{-1} g_{\partial p_\lambda} g^{-1}, \quad (6)$$

были использованы в нашей с П.Г. Гриневичем работе для описания топологически защищённых точек Вейля [104]. Здесь σ — замкнутая 3D-поверхность вокруг точки в 4D- импульсно-частотном пространстве. Значение числа Черна в (6) равняется заряду АБХ-монополя (рис. 26), что соответствует инстантонному описанию монополя в импульсном пространстве (см. раздел 14).

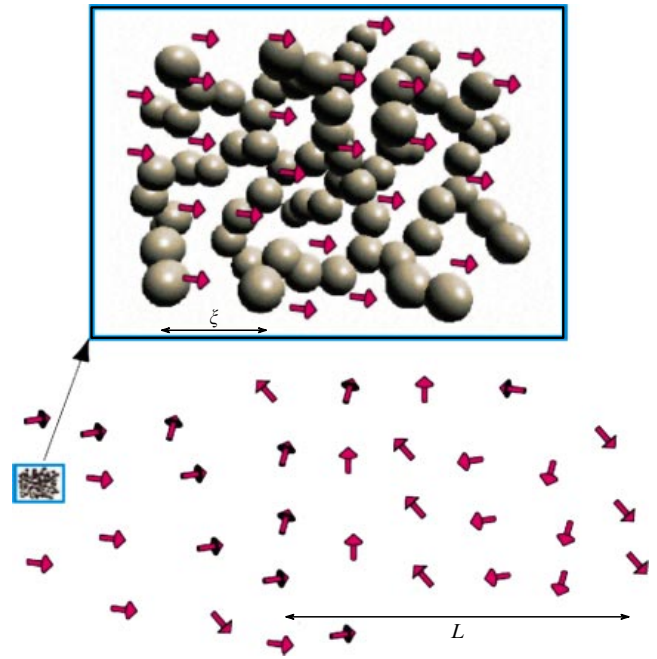


Рис. 14. Состояние Ларкина – Имри – Ма в аэрогеле $^3\text{He-A}$. Дальний ориентационный порядок разрушается слабым взаимодействием параметра порядка со случайной анизотропией аэрогеля. Масштаб длины L , на котором разрушается дальний порядок, намного превышает характерный масштаб случайной анизотропии.

19. Ларкин и беспорядок

А.И. Ларкин получил неожиданный результат: оказывается, даже небольшой беспорядок разрушает решётку вихрей Абрикосова [134]. В магнетиках аналогичным эффектом является разрушение дальнего магнитного порядка слабой случайной анизотропией [135]. Это явление оказалось универсальным, поэтому было выдвинуто предположение, что аналогичный эффект можно реализовать в $^3\text{He-A}$ в аэрогеле, где слабая случайная анизотропия, вызываемая структурами аэрогеля, может привести к нарушению дальнего ориентационного порядка [136] (рис. 14). И действительно, такое разупорядоченное состояние было обнаружено в ЯМР-экспериментах [137, 138]. Это состояние, которое мы назвали состоянием Ларкина–Имри–Ма, открыло целое направление для экспериментального исследования спиновых и орбитальных стёкол многих типов в сверхтекучем ^3He [98].

20. Силы Копнина и Иорданского

С 1981 г. я начал совместную работу с группой экспериментаторов в Хельсинки по исследованию вихрей различных типов и других топологических дефектов в уникальном вращающемся криостате при температурах порядка нескольких милликельвинов. Для этого я должен был исследовать динамику вихрей, которая в то время разрабатывалась Копниним для сверхпроводников.

На первый взгляд теория Копнина [139, 140] казалась очень сложной. К счастью, выяснилось, что эту теорию можно переформулировать в более простом виде. Вихрь представляет собой киральную систему, а в спектре фермионных мод, находящихся в коре вихря, имеется

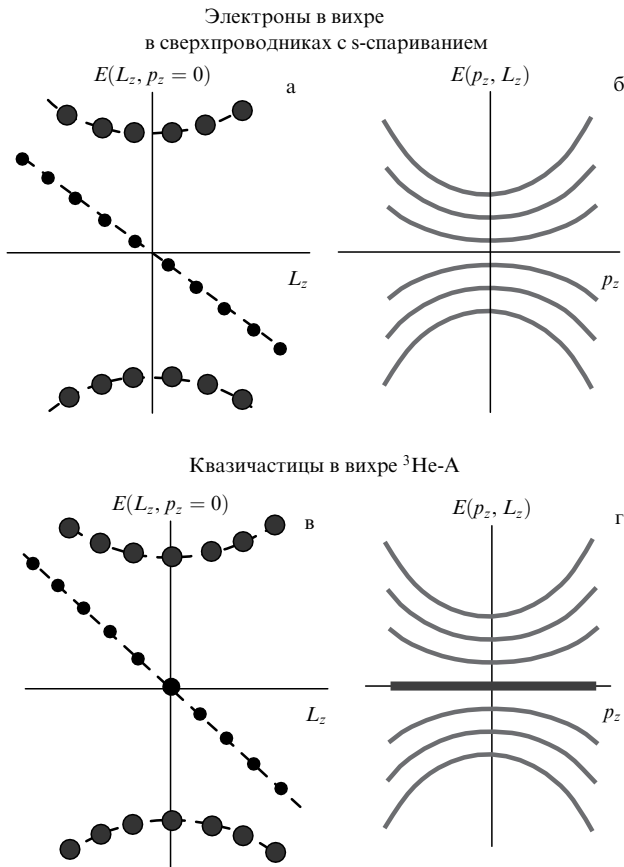


Рис. 15. (а) Киральная ветвь фермионов, существующих в коре вихрей Абрикосова в сверхпроводниках с s-спариванием. Спектр является функцией дискретного углового момента L_z . Спектральный поток вдоль этой аномальной ветви является источником дополнительной силы, действующей на вихрь, — силы Копнина. (б) Спектр как функция p_z при фиксированных значениях L_z . В спектре имеется очень узкая щель (минищель) порядка $\omega_0 = \Delta^2/E_F$. (в) Киральная ветвь фермионов, существующих в коре вихрей в киральной сверхтекучей жидкости с p-спариванием. Этот спектр содержит майорановскую моду с нулевой энергией. (г) Спектр как функция p_z в сверхтекучем $^3\text{He-A}$, в котором ветвь с $L_z = 0$ представляет собой плоскую зону майорановских фермионов.

аномальная ветвь, которая как функция дискретного углового момента L_z "пересекает" нуль энергии (рис. 15а, в). Оказалось, что спектральный поток вдоль этой аномальной ветви, вызываемый движением вихря, является ответственным за силу Копнина, действующую на вихрь. Таким образом, силу Копнина можно было объяснить в терминах киральной аномалии как аналог эффекта Каллана–Харви [141]. Киральность здесь возникает из завихренности: число аномальных ветвей, которые "пересекают" нуль, определяется числом квантов циркуляции вихря N .

Сила спектрального потока (сила Копнина) добавляется к обычной действующей на вихрь силе Магнуса, которая существует в обычных жидкостях, и к уже известной для двухжидкостной динамики сверхтекучих жидкостей силе Иорданского [142, 143]. Источником силы Копнина являются фермионы в коре вихря, и сила Копнина существует только в фермионных сверхтекучих жидкостях и сверхпроводниках.

Наша совместная работа с Копниным продолжалась и после выяснения происхождения силы Копнина [144,

145]. В конце концов теория Копнина была подтверждена в экспериментах с вихрями в $^3\text{He-B}$ [30]: измеренная зависимость силы Копнина от температуры согласуется с результатами его расчётов. Отметим, что сверхтекучий ^3He не содержит примесей, а вихри не пинингуются. Это позволяет измерять силы Копнина, Иорданского и Магнуса в их чистом виде (рис. 16).

В случае непрерывных вихрей в $^3\text{He-A}$ — скирмионов — силу Копнина можно полностью описать с помощью уравнения Адлера–Белла–Джекива для киральной аномалии:

$$\partial_\mu J_5^\mu = \frac{1}{4\pi^2} q^2 \mathbf{V} \mathbf{E}, \quad (7)$$

которое подтверждает, что киральная аномалия является источником силы Копнина в общем случае. В уравнении (7) синтетические калибровочные поля возникают из-за пространственной и временной зависимости положения вейлевской точки $\mathbf{K}(r, t)$ в спектре квазичастиц в присутствии движущихся скирмионов: $\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{K}$ и $\mathbf{E} = \partial_t \mathbf{K}$. В приближении слабой связи сила Копнина компенсирует силу Магнуса практически при всех температурах, что было подтверждено в экспериментах с вихрями в $^3\text{He-A}$ [30].

Сила Копнина оказалась также весьма важной для исследования турбулентности в сверхтекучем ^3He . Поскольку сила Копнина имеет такую же зависимость от скорости, как и сила взаимного трения между нормальной компонентой жидкости и квантованными вихрями, соответствующее число Рейнольдса $\text{Re}(T) = \omega_0 \tau$ не зависит от скорости, а зависит только от температуры, ω_0 представляет минищель, а $1/\tau$ — ширина уровней в коре вихря. Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при температурах, при которых $\text{Re}(T) \sim 1$. Такой переход, определяемый этим новым числом Рейнольдса (числом Копнина), наблюдался экспериментально (см. обзор [146]).

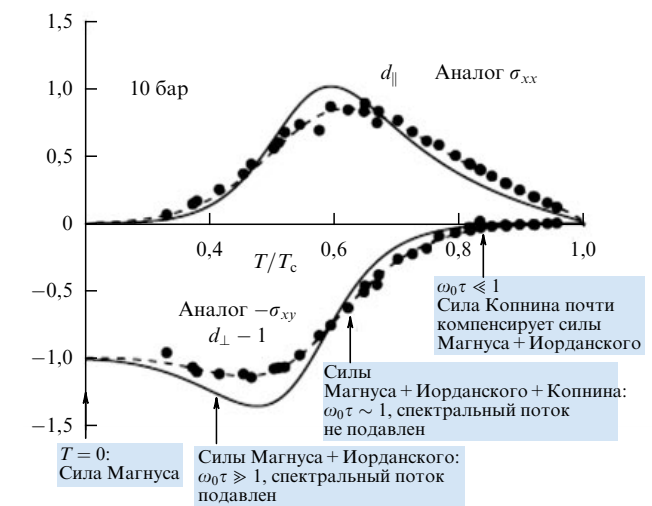


Рис. 16. Измерение трёх недиссипативных сил, действующих на квантованные вихри во вращающемся $^3\text{He-B}$: силы Магнуса, известной в обычных жидкостях, силы Иорданского, известной в двухжидкостной динамике сверхтекучих жидкостей, и силы Копнина, которая возникает только в фермионных сверхтекучих жидкостях как аналог киральной аномалии для фермионов, существующих в коре вихря. Сплошная кривая — результат расчётов Копнина.

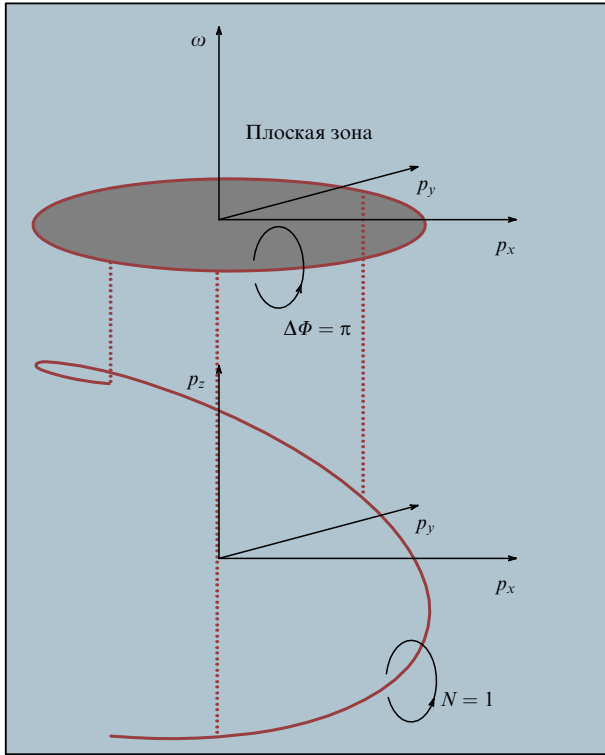


Рис. 17. Соответствие объём – граница в полуметаллах с дираковской линией в объёме. Линия Дирака приводит к появлению плоской зоны с нулевой энергией на поверхности полуметалла. Граница плоской зоны совпадает с проекцией линии Дирака на поверхность.

21. Копнин, фермионы Майораны и сверхпроводимость с плоской зоной

Очень интересный результат, полученный Копниным, относится к фермионным модам, существующим в сингулярном вихре с $N = 1$ в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$ (рис. 15в, г) [112 – 114]. Было обнаружено, что ветвь спектра с нулевым угловым моментом $L_z = 0$ не имеет дисперсии, $E_0(p_z) = 0$, в некоторой области импульсов, $-p_F < p_z < p_F$ (рис. 15в, г). Это наблюдение заставило искать топологический источник такой плоской 1D-зоны с нулевой энергией. Оказалось, что в двумерном кираль-

ном сверхпроводнике с нетривиальной топологией в импульсном пространстве в вихре Абрикосова есть состояние с точно равной нулю энергией — майорановская мода [114, 147]. Непосредственное распространение на трёхмерный киральный сверхпроводник показывает, что существование плоской 1D-зоны Майораны следует из существования точек Вейля в объёме: границы плоской зоны в вихре определяются проекциями точек Вейля на линию вихря [148]. Это один из многих примеров соответствия объём – граница и объём – вихрь, характерного для топологических материалов.

Более важным примером является топологическая плоская двумерная зона на поверхности таких полуметаллов, которые имеют линии Дирака в объёмном спектре. Граница поверхностной плоской зоны определяется проекцией этой линии на поверхность полуметалла [149] (рис. 17). Сингулярная плотность состояний в плоской зоне приводит к сверхпроводимости, генерируемой плоской зоной [150 – 152]. Такая сверхпроводимость характеризуется линейной зависимостью температуры перехода от взаимодействия g в куперовском канале, $T_c \sim gV_{\text{ФВ}}$, где $V_{\text{ФВ}}$ — объём или площадь плоской зоны [153]. Это отличается от обычной сверхпроводимости в металлах с ферми-поверхностями, где T_c экспоненциально подавляется.

Недавно была обнаружена сверхпроводимость в скрученном двухслойном графене [154, 155]. T_c достигает максимального значения при "магическом угле" скручивания, при котором электронная зона становится почти плоской (см. обсуждение в работах [156, 157]) (рис. 18).

В случае вихрей в сверхпроводящих жидкостях и сверхпроводниках с дираковскими линиями в объёме области вне кора вихря также важны, так как они дают особенности в термодинамике сверхпроводников (см. обсуждение "корешка" в разделе 16). Применительно к сверхпроводимости в купратах это обсуждается в работе [127] и в нашей с Копниным статье [158].

22. Фомин, когерентная прецессия, магныны бозе-эйнштейновского конденсата

И.А. Фомин получил премию им. Ф. Лондона вместе с экспериментаторами из Института им. Капицы Ю.М. Буньковым и В.В. Дмитриевым за открытие

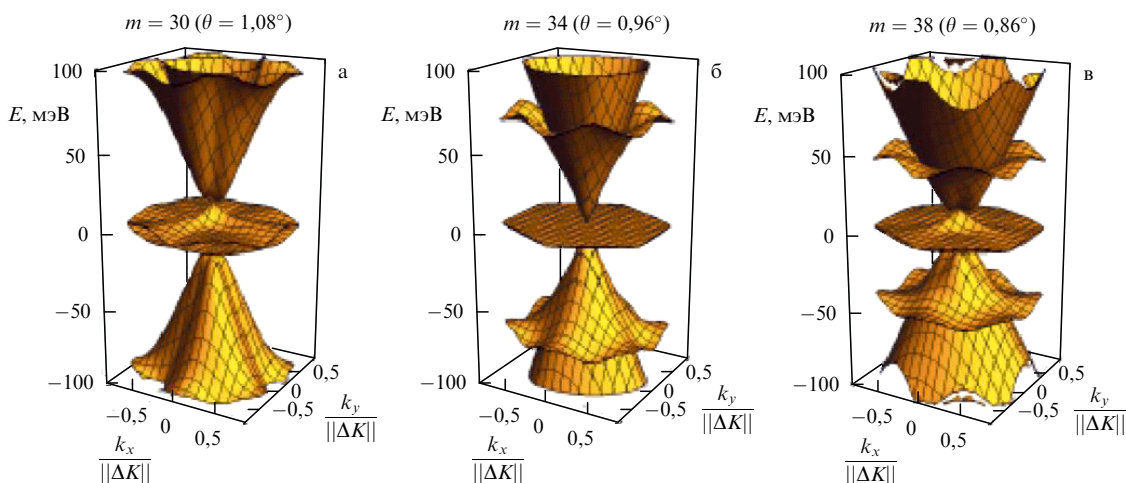


Рис. 18. Спектр электронов в скрученном двухслойном графене, где плоская зона возникает при магическом угле скручивания. (Из работы [157].)

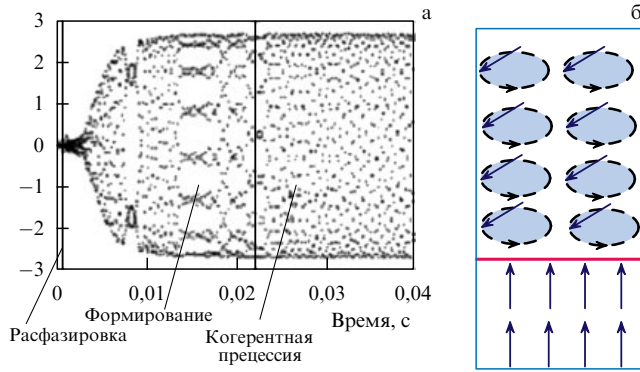


Рис. 19. Спонтанно формирующаяся когерентная прецессия намагниченности в $^3\text{He-B}$, обнаруженная в Институте Капицы в совместной работе с Фоминным. (а) После сильного импульса радиочастотного поля, которое изменяет направление намагниченности на большой угол, спины начинают прецессировать вокруг внешнего поля. Из-за неоднородности системы спины прецессируют с разными частотами, что приводит к расфазировке, и измеряемый сигнал полностью исчезает. Затем случается чудо: без какой-либо внешней накачки спонтанно формируется когерентное состояние, в котором все спины прецессируют с одинаковой коллективной частотой и одинаковой фазой, несмотря на неоднородность системы. (б) Прецессирующее состояние, которое концентрируется в части камеры, называют однородно прецессирующим доменом (ОПД). Прецессия медленно релаксирует, но в процессе релаксации остаётся когерентной по фазе, только объём прецессирующего домена медленно уменьшается со временем.

спонтанно формирующейся когерентной прецессии намагниченности в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ [159–161] (рис. 19). Это уникальный пример спонтанной самоорганизации в квантовых системах. Спины, исходно прецессирующие с различными частотами, формируют коллективное состояние, в котором все спины прецессируют с одинаковой частотой и одинаковой фазой. В отсутствие внешней накачки это состояние оказывается долгоживущим, несмотря на неоднородность системы.

Для меня это явление было не вполне ясным. Однако оно существовало. В лаборатории низких температур в Хельсинки благодаря её связи с Институтом Капицы тоже стали изучать это явление. Неожиданно ОПД оказался очень полезным инструментом для экспериментального изучения топологических дефектов в $^3\text{He-B}$ — вихрей и солитонов во вращающемся криостате. В частности, с помощью ОПД наблюдался и был идентифицирован экзотический топологический объект — комбинированный спин-массовый вихрь с солитонным хвостом [162]. Таким образом, волей-неволей мне пришлось детально разбираться с этим ОПД.

И снова, как и в случае с теорией Копнина для динамики вихрей, теория Фомина для ОПД оказалась прекрасной, но очень трудной для непосредственного применения к нашим проблемам. И опять оказалось, что теорию Фомина можно привести к более простому виду: в терминах бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) магнитных квазичастиц — магнонов [163] (см. также обзор [164]). У когерентной прецессии имеется недиагональный дальний порядок, аналогичный недиагональному дальнему порядку в сверхпроводниках и сверхтекучих жидкостях:

$$S_x + iS_y = \langle \hat{S}^+ \rangle = S \sin \beta \exp [i(\alpha + \omega t)], \quad (8)$$

где \hat{S}^+ — оператор рождения спина, β — угол наклона намагничивания. С помощью преобразования Хольстейна–Примакова это можно представить в терминах БЭК-магнонов, где параметр порядка является квазисредним оператором аннигиляции числа магнонов:

$$\Psi = \langle \hat{\Psi} \rangle = \sqrt{\frac{2S}{\hbar}} \sin \frac{\beta}{2} \exp [i(\alpha + \mu t)]. \quad (9)$$

Роль глобальной частоты прецессии ω играет химический потенциал накаченных магнонов μ .

Тесная связь когерентной прецессии спинов с состояниями сверхтекучести и сверхпроводимости с недиагональным дальним порядком также поддерживается наблюдением, что сверхпроводимость можно представить как когерентную прецессию псевдоспинов Андерсона [165]. Однако, в отличие от долгоживущей, но квазиравновесной когерентной прецессии обычных спинов, сверхпроводимость представляет собой явление истинного равновесия. Причина этого заключается в том, что проекция суммарного псевдоспина Андерсона совпадает с числом электронов i , таким образом, полностью сохраняется, в отличие от квазисохранения числа магнонов.

Если пренебречь спиновой релаксацией, то динамика прецессирующей системы может быть описана вариантом гидродинамики Ландау–Халатникова, теперь применяемой к спиновой сверхтекучей жидкости. И практически все явления, связанные с когерентной прецессией, могут быть описаны языком спиновой сверхтекучести: эффект Джозефсона на спиновом токе; БЭК магнонов в магнитной и текстурной ловушках; голдстоуновская мода прецессии — фонон в магнонном БЭК; магнонный аналог мешка адронов [166]; магнонный аналог релятивистского Q-шара [167] и т.д.

У когерентной прецессии имеются также признаки так называемого временного кристалла [168]. Если пренебречь спин-орбитальным взаимодействием, то число магнонов сохраняется и состояние прецессии является основным состоянием системы с фиксированным числом магнонов. Таким образом, мы имеем осцилляции системы в её основном состоянии, как предполагал Вильчек [169]. Но без спин-орбитального взаимодействия эти осцилляции являются ненаблюдаемыми.

Теория магнонного БЭК в твердотельных материалах (плёнки феррита-граната иттрия) рассматривалась Покровским (см. обзор [170]).

23. Поляков, Старобинский, космологическая постоянная и релаксация вакуума

Аналог ежа Полякова в импульсном пространстве — точка Вейля — естественным образом приводит к самопроизвольно возникающему гравитационному полю, действующему на вейлевские фермионы. Это в очередной раз привлекло мой интерес к вопросам, относящимся к гравитации, но теперь на более серьёзной основе, чем аналогия со сверхтекучим ^4He , отмеченная в разделе 1. В этом отношении особенно важными и исключительно полезными были консультации с А.А. Старобинским.

Одним из направлений являлось исследование излучения чёрной дыры, которое было начато Я.Б. Зельдовичем [171] и А.А. Старобинским [172] для вращающихся

чёрных дыр и продолжено Хокингом для неврашающихся чёрных дыр. В Институте им. Ландау эта тема была весьма популярной: я могу упомянуть В.А. Белинского [173], с которым у меня было много дискуссий, и А.В. Бялко [174].

Оказалось, что излучение Зельдовича–Старобинского от вращающейся чёрной дыры можно моделировать с помощью твёрдого тела, вращающегося в сверхтекучем вакууме [175, 176], а излучение Хокинга — с помощью сверхтекучего потока или движущихся текстур [7, 8]. Как излучение Хокинга, так и излучение Зельдовича–Старобинского можно описывать в терминах полуклассического туннелирования. Тот же полуклассический подход может быть применён к излучению от космологического горизонта де Ситтера. Но последнее уже ведёт в другом направлении — к проблемам, связанным с энергией вакуума и космологической постоянной. В этом направлении ключевым вопросом является инфляция Старобинского [177, 178].

В серии статей с Ф.Р. Клинкамером [179–181] мы предложили так называемую q -теорию, в которой вакуум описывается динамической переменной, введённой Хокингом, — полем в виде 4-формы [182–184]. Нелинейное расширение теории Хокинга позволило нам исследовать термодинамику и динамику квантового вакуума. Подход оказался достаточно общим. Вместо 4-формы можно использовать другие переменные, которые могут описывать физический вакуум, но приводят к тем же динамическим уравнениям. На одну из таких переменных [185] нас навели статья Е.И. Каца и В.В. Лебедева о свободно подвешенной плёнке [186].

Основное преимущество такого подхода заключается в том, что правильно определённая энергия вакуума, которая входит в уравнения Эйнштейна как космологическая постоянная, в полном термодинамическом равновесии обращается в нуль без всякой подстройки. Механизм обнуления является чисто термодинамическим и не зависит от того, является ли вакуум релятивистским или нет. Такой подход существенно отличается от обсуждающе-

гося Каменщиком и Старобинским [121] механизма Паули–Зельдовича, который основывается на сокращении вкладов релятивистских бозонов и релятивистских фермионов.

В термодинамическом подходе разрешается основная проблема космологической постоянной: в вакууме Минковского гигантская энергия вакуума сокращается естественным образом. Однако остаётся проблема в динамике. С помощью наших динамических уравнений (но без учёта диссипации) можно проследить, что происходит с энергией вакуума после Большого взрыва. Если предположить, что Большой взрыв начинается в изначально равновесном вакууме, то гигантская энергия вакуума релаксирует с осцилляциями. Её величина, усреднённая по быстрым осцилляциям, релаксирует к её современному значению [180] (рис. 20)

$$\langle A(t_{\text{present}}) \rangle \sim \frac{E_{\text{Planck}}^2}{t_{\text{present}}^2} \sim 10^{-120} E_{\text{Planck}}^4.$$

Этот процесс выглядит аналогичным инфляции Старобинского, но частота осцилляций в нашем случае имеет планковский масштаб, а не определяется массой инфлатона Хиггса.

Аналогичный распад с осцилляциями имеет место в сверхпроводниках после резкого возмущения [187–189] (см. в нижней части рис. 20). Такие осцилляции с частотой, равной массе (энергии) амплитудной моды Хиггса, $\omega = 2\Delta$, наблюдались экспериментально [190, 191]. В сверхтекучих жидкостях и сверхпроводниках роль энергии вакуума играет величина $(\Delta^2(t) - \Delta_0^2)^2$ (см. [12, раздел 7.3.6]). Тогда имеем

$$\Delta(t) \propto \omega^3 \frac{\sin^2(\omega t)}{t}, \quad \langle \Delta(t) \rangle \propto \frac{\omega^3}{t}.$$

Однако в общем случае, когда Большой взрыв происходит в неравновесном вакууме, из наших уравнений (опять без диссипации) следует, что Вселенная релаксирует к пространству-времени де Ситтера, а не к состоянию вакуума Минковского. Возникает вопрос: какова судьба вакуума де Ситтера? Существует ли излучение Хокинга от космологического горизонта де Ситтера? Если вакуум де Ситтера является излучающим, то приводит ли излучение Хокинга к уменьшению энергии вакуума? Является ли вакуум де Ситтера неустойчивым (Поляков [192–195]) или устойчивым (Старобинский)? Мой взгляд на эту проблему в статьях [196, 197] ближе к взгляду Старобинского.

24. Заключение

Источниками подавляющего большинства моих работ были окружение Института им. Ландау и/или сотрудничество с экспериментальной группой ROTA в Лаборатории низких температур в Университете Аалто. Я не упоминал здесь стимулирующие идеи и/или непосредственное сотрудничество в различных областях физики с В.М. Эдельштейном [198], Г.М. Элиашбергом, Е.И. Кацем [199], Д.Е. Хмельницким [200], Ю.Г. Махлиным [79, 196, 197, 201], В.И. Мельниковым [198], В.А. Покровским, Э.И. Рашбой, Я.И. Синаем и другими сотрудниками Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау, которых также собрал И.М. Халатников в этом уникальном Институте.

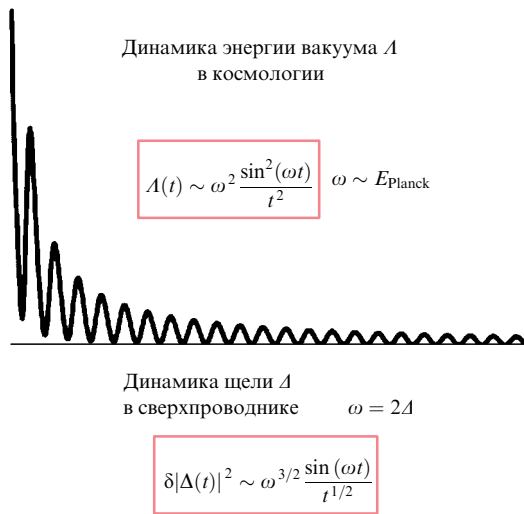


Рис. 20. Процессы при распаде вакуума после Большого взрыва во Вселенной и после резкого возмущения в сверхпроводниках и в фермионных сверхтекучих жидкостях. В обоих случаях распад сопровождается осцилляциями с частотой, соответствующей массе инфлатона — поля Хиггса или q -поля.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Европейского совета по научным исследованиям (ERC) по исследовательской программе ЕС Horizon 2020 и программе инноваций (соглашение о гранте № 694248).

Список литературы

1. Халатников И М *Теория сверхтекучести* (М.: Наука, 1971)
2. Unruh W G *Phys. Rev. Lett.* **46** 1351 (1981)
3. Schützhold R, Unruh W G *Phys. Rev. D* **66** 044019 (2002)
4. Hamilton A J S, Lisle J P *Am. J. Phys.* **76** 519 (2008); gr-qc/0411060
5. Painlevé P C. R. *Acad. Sci. Paris* **173** 677 (1921)
6. Gullstrand A *Arkiv. Mat. Astron. Fys.* **16** (8) 1 (1922)
7. Jacobson T A, Volovik G E *Phys. Rev. D* **58** 064021 (1998)
8. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **69** 662 (1999); *JETP Lett.* **69** 705 (1999)
9. Parikh M K, Wilczek F *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042 (2000)
10. Nissinen J, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **106** 220 (2017); *JETP Lett.* **106** 234 (2017)
11. Autti S et al. *Phys. Rev. Lett.* **121** 025303 (2018)
12. Volovik G E *The Universe in a Helium Droplet* (Oxford: Clarendon Press, 2003)
13. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **104** 660 (2016); *JETP Lett.* **104** 645 (2016)
14. Nissinen J, Volovik G E *Phys. Rev. D* **97** 025018 (2018)
15. Иорданский С В *ЖЭФТ* **48** 708 (1965); Iordanskii S V *Sov. Phys. JETP* **21** 467 (1965)
16. Иорданский С В, Финкельштейн А М *ЖЭТФ* **62** 403 (1972); Iordanskii S V, Finkelshtein A M *Sov. Phys. JETP* **35** 215 (1972)
17. Iordanskii S V, Finkelshtein A M *J. Low Temp. Phys.* **10** 423 (1973)
18. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **15** 116 (1972); Volovik G E *JETP Lett.* **15** 81 (1972)
19. Polyakov A M *Phys. Lett. B* **103** 207 (1981)
20. Blatter G et al. *Rev. Mod. Phys.* **66** 1125 (1994)
21. Воловик Г Е, Минеев В П, Халатников И М *ЖЭТФ* **69** 675 (1975); Volovik G E, Mineev V P, Khalatnikov I M *Sov. Phys. JETP* **42** 342 (1975)
22. Андреев А Ф, Башкин Е П *ЖЭТФ* **69** 319 (1975); Andreev A F, Bashkin E P *Sov. Phys. JETP* **42** 164 (1975)
23. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **22** 234 (1975); Volovik G E *JETP Lett.* **22** 108 (1975)
24. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **22** 412 (1975); Volovik G E *JETP Lett.* **22** 198 (1975)
25. Воловик Г Е, Минеев В П *ЖЭТФ* **71** 1129 (1976); Volovik G E, Mineev V P *Sov. Phys. JETP* **44** 591 (1976)
26. Balatskii A V, Volovik G E, Konyshev V A *ЖЭТФ* **90** 2038 (1986); Balatskii A V, Volovik G E, Konyshev V A *Sov. Phys. JETP* **63** 1194 (1986)
27. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **43** 428 (1986); Volovik G E *JETP Lett.* **43** 551 (1986)
28. Khalatnikov I M, Lebedev V V *Phys. Lett. A* **61** 319 (1977)
29. Лебедев В В, Халатников И М *ЖЭТФ* **73** 1537 (1977); Lebedev V V, Khalatnikov I M *Sov. Phys. JETP* **46** 808 (1977)
30. Bevan T D C et al. *Nature* **386** 689 (1997)
31. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **100** 843 (2014); *JETP Lett.* **100** 742 (2014)
32. Tada Y *Phys. Rev. B* **97** 214523 (2018); arXiv:1805.11226
33. Поляков А М *Письма в ЖЭТФ* **20** 430 (1974); Polyakov A M *JETP Lett.* **20** 194 (1974)
34. 't Hooft G *Nucl. Phys. B* **79** 276 (1974)
35. Воловик Г Е, Минеев В П *Письма в ЖЭТФ* **23** 647 (1976); Volovik G E, Mineev V P *JETP Lett.* **23** 593 (1976)
36. Błaha S *Phys. Rev. Lett.* **36** 874 (1976)
37. Nambu Y *Nucl. Phys. B* **130** 505 (1977)
38. Ray M W et al. *Nature* **505** 657 (2014)
39. Volovik G E *J. Phys. C* **20** L83 (1987)
40. Barnes S E, Maekawa S *Phys. Rev. Lett.* **98** 246601 (2007)
41. Yamane Y *Phys. Rev. B* **98** 174434 (2018); arXiv:1808.10076
42. Анисимов С И, Дзялошинский И Е *ЖЭТФ* **63** 1460 (1973); Anisimov S I, Dzyaloshinskii I E *Sov. Phys. JETP* **36** 774 (1973)
43. Воловик Г Е, Минеев В П *Письма в ЖЭТФ* **24** 605 (1976); Volovik G E *JETP Lett.* **24** 561 (1976)
44. Воловик Г Е, Минеев В П *ЖЭТФ* **72** 2256 (1977); Volovik G E, Mineev V P *Sov. Phys. JETP* **45** 1186 (1977)
45. Schwarz A S *Nucl. Phys. B* **208** 141 (1982)
46. Belavin A A et al. *Phys. Lett. B* **59** 85 (1975)
47. Autti S et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 255301 (2016)
48. Mäkinen J T et al. *Nature Commun.* **10** 237 (2019); arXiv:1807.04328
49. Kibble T W B, Lazarides G, Shafi Q *Phys. Rev. D* **26** 435 (1982)
50. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **109** 509 (2019); Volovik G E *JETP Lett.* **109** 499 (2019); arXiv:1903.02418
51. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1971); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **32** 493 (1971)
52. Березинский В Л *ЖЭТФ* **61** 1144 (1972); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **34** 610 (1972)
53. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C* **6** 1181 (1973)
54. Воловик Г Е, Хазан М В *ЖЭТФ* **82** 1498 (1982); Volovik G E, Khazan M V *Sov. Phys. JETP* **55** 867 (1982)
55. Воловик Г Е, Хазан М В *ЖЭТФ* **85** 948 (1983); Volovik G E, Khazan M V *Sov. Phys. JETP* **58** 551 (1983)
56. Новиков С П *УМН* **37** (5) 3 (1982); Novikov S P *Russ. Math. Surv.* **37** 1 (1982)
57. Белавин А А, Поляков А М *Письма в ЖЭТФ* **22** 503 (1975); Belavin A A, Polyakov A M *JETP Lett.* **22** 245 (1975)
58. Trullinger S E, Zakharov V E, Pokrovsky V L (Eds) *Solitons (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 17)* (Amsterdam: Elsevier, 1986)
59. Golo V L, Monastyrsky M I *Ann. Inst. Henri Poincaré A* **28** (1) 75 (1978)
60. Mineev V P, Volovik G E *Phys. Rev. B* **18** 3197 (1978)
61. Воловик Г Е, Минеев В П *ЖЭТФ* **73** 767 (1977); Volovik G E, Mineev V P *Sov. Phys. JETP* **46** 401 (1977)
62. Shankar R *J. Phys. France* **38** 1405 (1977)
63. Lee W et al. *Sci. Adv.* **4** ea03820 (2018)
64. Ruutu V M H et al. *Письма в ЖЭТФ* **60** 659 (1994); *JETP Lett.* **60** 671 (1994)
65. Makhlin Yu G, Misirpashaev T Sh *Письма в ЖЭТФ* **61** 48 (1995); *JETP Lett.* **61** 49 (1995)
66. Воловик Г Е, Копнин Н Б *Письма в ЖЭТФ* **25** 26 (1977); Volovik G E, Kopnin N B *JETP Lett.* **25** 22 (1977)
67. Seppälä H K et al. *Phys. Rev. Lett.* **52** 1802 (1984)
68. Pekola J P et al. *Phys. Rev. Lett.* **65** 3293 (1990)
69. Бурлачков Л И, Копнин Н В *ЖЭТФ* **92** 1110 (1987); Burlachkov L I, Kopnin N V *Sov. Phys. JETP* **65** 630 (1987)
70. Hänninen R et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 225301 (2003)
71. Бекаревич И Л, Халатников И М *ЖЭТФ* **40** 920 (1961); Bekarevich I L, Khalatnikov I M *Sov. Phys. JETP* **13** 643 (1961)
72. Blaauwgeers R et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 155301 (2002)
73. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **75** 491 (2002); *JETP Lett.* **75** 418 (2002)
74. Korshunov S E *Europhys. Lett.* **16** 673 (1991)
75. Korshunov S E *Письма в ЖЭТФ* **75** 496 (2002); *JETP Lett.* **75** 423 (2002)
76. Кузнецов Е А, Лушников П М *ЖЭТФ* **108** 614 (1995); Kuznetsov E A, Lushnikov P M *JETP* **81** 332 (1995)
77. Lushnikov P M, Zubarev N M *Phys. Rev. Lett.* **120** 204504 (2018)
78. Kibble T W B *J. Phys. A* **9** 1387 (1976)
79. Ruutu V M H et al. *Nature* **382** 334 (1996)
80. Kibble T W B, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **65** 96 (1997); *JETP Lett.* **65** 102 (1997)
81. Kopnin N B, Thuneberg E V *Phys. Rev. Lett.* **83** 116 (1999)
82. Aranson I S, Kopnin N B, Vinokur V M *Phys. Rev. Lett.* **83** 2600 (1999)
83. Aranson I S, Kopnin N B, Vinokur V M *Phys. Rev. B* **63** 184501 (2001)

84. Manakov S V, Kamensky V G "On the creation of vortices under phase transitions", in *Proc. in Nonlinear Science. Nonlinear Evolution Equations: Integrability and Spectral Methods. Proc. Workshop, Como, Italy, 4–15 July 1988* (Eds A Degasperis, A P Fordy, M Lakshmanam) (Manchester: Manchester Univ. Press, 1990) p. 477, Ch. 42; Каменский В Г, Манаков С В "Неустойчивое уравнение Гинзбурга – Ландау", не опубликовано
85. Polyakov A M *Phys. Lett. B* **59** 82 (1975)
86. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **27** 605 (1978); *JETP Lett.* **27** 573 (1978)
87. Paulson D N, Krusius M, Wheatley J C *Phys. Rev. Lett.* **36** 1322 (1976)
88. Ивлев Б И, Копнин Н Б *Письма в ЖЭТФ* **28** 640 (1978); Ivlev B I, Kornin N B *JETP Lett.* **28** 592 (1978)
89. Dzyaloshinskii I J. *Phys. Chem. Solids* **4** 241 (1958)
90. Moriya T *Phys. Rev.* **120** 91 (1960)
91. Villain J J. *Phys. C* **10** 1717 (1977)
92. Dzyaloshinskii I E, Volovik G E *J. Phys. France* **39** 693 (1978)
93. Dzyaloshinskii I E, Volovik G E *Ann. Physics* **125** 67 (1980)
94. Воловик Г Е, Доценко В С (мл.) *Письма в ЖЭТФ* **29** 630 (1979); Volovik G E, Dotsenko V S (Jr.) *JETP Lett.* **29** 576 (1979)
95. Nissinen J, Volovik G E *ЖЭТФ* **154** 1051 (2018); *JETP* **127** 948 (2018); arXiv:1803.09234
96. Nissinen J, Volovik G E *Phys. Rev. Research* **1** 023007 (2019); arXiv:1812.03175
97. Klinkhamer F R, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **109** 369 (2019); *JETP Lett.* **109** 364 (2019); arXiv:1812.07046
98. Volovik G E et al. *J. Low Temp. Phys.* **196** 82 (2019); arXiv:1806.08177
99. Воловик Г Е *Письма в ЖЭТФ* **46** 81 (1987); Volovik G E *JETP Lett.* **46** 98 (1987)
100. Новиков С П *ДАН СССР* **163** 298 (1965); Novikov S P *Sov. Math. Dokl.* **6** 921 (1965)
101. Абрикосов А А, Бенеславский С Д *ЖЭТФ* **59** 1280 (1970); Abrikosov A A, Beneslavskii S D *Sov. Phys. JETP* **32** 699 (1971)
102. Abrikosov A A *J. Low Temp. Phys.* **5** 141 (1972)
103. Abrikosov A A *Phys. Rev. B* **58** 2788 (1998)
104. Grinevich P G, Volovik G E *J. Low Temp. Phys.* **72** 371 (1988)
105. Ландау Л Д, Абрикосов А А, Халатников И М *ДАН СССР* **95** 497 (1954)
106. Ландау Л Д, Абрикосов А А, Халатников И М *ДАН СССР* **95** 773 (1954)
107. Ландау Л Д, Абрикосов А А, Халатников И М *ДАН СССР* **95** 1177 (1954)
108. Gross D J, Wilczek F *Phys. Rev. Lett.* **30** 1343 (1973)
109. Politzer H D *Phys. Rev. Lett.* **30** 1346 (1973)
110. Воловик Г Е *ЖЭТФ* **92** 2116 (1987); Volovik G E *Sov. Phys. JETP* **65** 1193 (1987)
111. Gribov V N *Phys. Lett. B* **194** 119 (1987)
112. Kornin N B, Salomaa M M *Phys. Rev. B* **44** 9667 (1991)
113. Misirpashaev T Sh, Volovik G E *Physica B* **210** 338 (1995)
114. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **70** 601 (1999); *JETP Lett.* **70** 609 (1999)
115. Savvidy G K *Phys. Lett. B* **71** 133 (1977)
116. Gribov V N *Nucl. Phys. B* **139** 1 (1978)
117. Klinkhamer F R, Volovik G E *Phys. Rev. D* **79** 063527 (2009)
118. Urban F R, Zhitnitsky A R *Nucl. Phys. B* **835** 135 (2010)
119. Zhitnitsky A R *Phys. JETP* **61** 843 (2014)
120. Зельдович Я Б *Письма в ЖЭТФ* **6** 883 (1967); Zel'dovich Ya B *JETP Lett.* **6** 316 (1967)
121. Kamenshchik A Yu et al. *Eur. Phys. J. C* **78** 200 (2018)
122. Воловик Г Е, Горьков Л П *Письма в ЖЭТФ* **39** 550 (1984); Volovik G E, Gor'kov L P *JETP Lett.* **39** 674 (1984)
123. Воловик Г Е, Горьков Л П *ЖЭТФ* **88** 1412 (1985); Volovik G E, Gor'kov L P *Sov. Phys. JETP* **61** 843 (1985)
124. Creutz M *JHEP* (04) 017 (2008)
125. Creutz M *Ann. Physics* **342** 21 (2014)
126. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **105** 245 (2017); *JETP Lett.* **105** 273 (2017)
127. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **58** 457 (1993); *JETP Lett.* **58** 469 (1993)
128. Brydon P M R et al. *Phys. Rev. B* **98** 224509 (2018); arXiv:1806.03773
129. Volovik G E *J. Phys. C* **21** L221 (1988)
130. Dzyaloshinskii I, Polyakov A, Wiegmann P *Phys. Lett. A* **127** 112 (1988)
131. Volovik G E and NORDITA *Phys. Scripta* **38** 321 (1988)
132. Воловик Г Е, Соловьев А, Яковенко В М *Письма в ЖЭТФ* **49** 55 (1989); Volovik G E, Solov'ev A, Yakovenko V M *JETP Lett.* **49** 65 (1989)
133. Volovik G E, Yakovenko V M *J. Phys. Condens. Matter* **1** 5263 (1989)
134. Ларкин А И *ЖЭТФ* **58** 1466 (1970); Larkin A I *Sov. Phys. JETP* **31** 784 (1970)
135. Imry Y, Ma S *Phys. Rev. Lett.* **35** 1399 (1975)
136. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **63** 281 (1996); *JETP Lett.* **63** 301 (1996)
137. Dmitriev V V et al. *Письма в ЖЭТФ* **91** 669 (2010); *JETP Lett.* **91** 599 (2010)
138. Askhadullin R Sh et al. *Письма в ЖЭТФ* **100** 747 (2015); *JETP Lett.* **100** 662 (2015)
139. Копнин Н Б, Кравцов В Е *Письма в ЖЭТФ* **23** 631 (1976); Kornin N B, Kravtsov V E *JETP Lett.* **23** 578 (1976)
140. Kornin N B *Theory of Nonequilibrium Superconductivity* (New York: Oxford Univ. Press, 2001)
141. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **57** 233 (1993); *JETP Lett.* **57** 244 (1993)
142. Iordansky S V *Ann. Physics* **29** 335 (1964)
143. Иорданский С В *ЖЭТФ* **76** 160 (1965); Iordanskii S V *Sov. Phys. JETP* **49** 225 (1966)
144. Kornin N B, Volovik G E, Parts Ü *Europhys. Lett.* **32** 651 (1995)
145. Kornin N B, Volovik G E *Phys. Rev. Lett.* **79** 1377 (1997)
146. Finne A P et al. *Rep. Prog. Phys.* **69** 3157 (2006); cond-mat/0606619
147. Ivanov D A *Phys. Rev. Lett.* **86** 268 (2001)
148. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **93** 69 (2011); *JETP Lett.* **93** 66 (2011)
149. Heikkilä T T, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **93** 63 (2011); *JETP Lett.* **93** 59 (2011)
150. Kornin N B *Письма в ЖЭТФ* **94** 81 (2011); *JETP Lett.* **94** 81 (2011)
151. Kornin N B, Heikkilä T T, Volovik G E *Phys. Rev. B* **83** 220503(R) (2011)
152. Kornin N B et al. *Phys. Rev. B* **87** 140503(R) (2013)
153. Ходель В А, Шагинян В Р *Письма в ЖЭТФ* **51** 488 (1990); Khodel' V A, Shaginyan V R *JETP Lett.* **51** 553 (1990)
154. Cao Y et al. *Nature* **556** 43 (2018)
155. Cao Y et al. *Nature* **556** 80 (2018)
156. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **107** 537 (2018); *JETP Lett.* **107** 516 (2018)
157. Peltonen T J, Ojajarvi R, Heikkilä T T *Phys. Rev. B* **98** 220504(R) (2018); arXiv:1805.01039
158. Kornin N B, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **64** 641 (1996); *JETP Lett.* **64** 690 (1996)
159. Фомин И А *Письма в ЖЭТФ* **40** 260 (1984); Fomin I A *JETP Lett.* **40** 1037 (1984)
160. Фомин И А *ЖЭТФ* **88** 2039 (1985); Fomin I A *Sov. Phys. JETP* **61** 1207 (1985)
161. Боровик-Романов А С и др. *ЖЭТФ* **88** 2025 (1985); Borovik-Romanov A S et al. *JETP* **61** 1199 (1985)
162. Kondo Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 3331 (1992)
163. Volovik G E *J. Low Temp. Phys.* **153** 266 (2008)
164. Bunkov Yu M, Volovik G E, in *Novel Superfluids* (International Series of Monographs on Physics, Vol. 156, Eds K-H Bennemann, J B Ketterson) Vol. 1 (Oxford: Oxford Univ. Press, 2013) p. 253
165. Anderson P W *Phys. Rev.* **112** 1900 (1958)
166. Autti S, Eltsov V B, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **95** 610 (2012); *JETP Lett.* **95** 544 (2012)

167. Autti S et al. *Phys. Rev. B* **97** 014518 (2018)
168. Autti S, Eltsov V B, Volovik G E *Phys. Rev. Lett.* **120** 215301 (2018); arXiv:1712.06877
169. Wilczek F *Phys. Rev. Lett.* **111** 250402 (2013)
170. Sun C, Nattermann T, Pokrovsky V L *J. Phys. D* **50** 143002 (2017)
171. Зельдович Я Б *Письма в ЖЭТФ* **14** 270 (1971); Zel'dovich Ya B *JETP Lett.* **14** 180 (1971)
172. Старобинский А А *ЖЭТФ* **64** 48 (1973); Starobinskii A A *Sov. Phys. JETP* **37** 28 (1973)
173. Belinski V A *Phys. Lett. A* **209** 13 (1995)
174. Бялко А В *Письма в ЖЭТФ* **29** 196 (1979); Byalko A V *JETP Lett.* **29** 176 (1979)
175. Calogeracos A, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **69** 257 (1999); *JETP Lett.* **69** 281 (1999)
176. Takeuchi H, Tsubota M, Volovik G E *J. Low Temp. Phys.* **150** 624 (2008)
177. Starobinsky A A, Yokoyama J *Phys. Rev. D* **50** 6357 (1994)
178. Kofman L, Linde A, Starobinsky A A *Phys. Rev. D* **56** 3258 (1997)
179. Klinkhamer F R, Volovik G E *Phys. Rev. D* **77** 085015 (2008)
180. Klinkhamer F R, Volovik G E *Phys. Rev. D* **78** 063528 (2008)
181. Klinkhamer F R, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **88** 339 (2008); *JETP Lett.* **88** 289 (2008)
182. Hawking S W *Phys. Lett. B* **134** 403 (1984)
183. Duff M *Phys. Lett. B* **226** 36 (1989)
184. Wu Z C *Phys. Lett. B* **659** 891 (2008)
185. Klinkhamer F R, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **103** 711 (2016); *JETP Lett.* **103** 627 (2016)
186. Kats E I, Lebedev V V *Phys. Rev. E* **91** 032415 (2015)
187. Волков А Ф, Коган С М *ЖЭТФ* **65** 2038 (1973); Volkov A F, Kogan S M *JETP* **38** 1018 (1974)
188. Barankov R A, Levitov L S, Spivak B Z *Phys. Rev. Lett.* **93** 160401 (2004)
189. Foster M S et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 076403 (2014)
190. Matsunaga R et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 057002 (2013)
191. Matsunaga R et al. *Science* **345** 1145 (2014)
192. Polyakov A M *Nucl. Phys. B* **797** 199 (2008)
193. Polyakov A M *Nucl. Phys. B* **834** 316 (2010)
194. Krotov D, Polyakov A M *Nucl. Phys. B* **849** 410 (2011)
195. Pimentel G L, Polyakov A M, Tarnopolsky G M *Rev. Math. Phys.* **30** 1840013 (2018); arXiv:1803.09168
196. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **90** 3 (2009); *JETP Lett.* **90** 1 (2009)
197. Volovik G E *Int. J. Mod. Phys. D* **18** 1227 (2009)
198. Воловик Г Е, Мельников В И, Эдельштейн В М *Письма в ЖЭТФ* **18** 138 (1973); Volovik G E, Mel'nikov V I, Edel'shtein V M *JETP Lett.* **18** 81 (1973)
199. Воловик Г Е, Хмельницкий Д Е *Письма в ЖЭТФ* **40** 469 (1984); Volovik G E, Khmel'nitskii D E *JETP Lett.* **40** 1299 (1984)
200. Белинский А А, Воловик Г Е, Кац Е И *ЖЭТФ* **87** 1305 (1984); Belinskii A A, Volovik G E, Kats E I *Sov. Phys. JETP* **60** 748 (1984)
201. Makhlin Yu G, Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **62** 923 (1995); *JETP Lett.* **62** 941 (1995)

Fifty years of research at the Landau Institute for Theoretical Physics

(on the 100th anniversary of the birth of I.M. Khalatnikov)

G.E. Volovik

Low Temperature Laboratory, Aalto University, P.O. Box 15100, FI-00076 AALTO, Finland;
Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Semenova 1A, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation
E-mail: volovik@boojum.hut.fi

Reviewing all the basic research performed at the Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences, that have made a significant contribution to physics is an unrealistic task. I, therefore, only focus on those studies that have directly affected the author's explorations during 50 years (1968–2018). I.M. Khalatnikov created a unique institution that brought together virtually all areas of theoretical physics of importance thus opening vast opportunities for scientific collaboration. The Landau Institute's multi-disciplinary environment was a significant driver of research.

Keywords: topological defects, topological matter, Majorana and Weyl fermions, general relativity and cosmology

PACS numbers: **01.65. + g, 02.40. – k, 67.30. – n**

Bibliography — 201 references

Received 5 April 2019

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (10) 1104–1120 (2019)

Physics–Uspekhi **62** (10) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.04.038560>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.04.038560>