

Отзыв официального оппонента на диссертацию А.А.
Гелаша

"НЕЛИНЕЙНАЯ СТАДИЯ МОДУЛЯЦИОННОЙ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ"

представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.04.02 - теоретическая физика.

Диссертация посвящена построению и анализу важных специальных классов решений фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера (а также его векторного аналога) на фоне конденсата. Соответствующие (многопараметрические) классы решений исследовались ранее многими авторами однако диссертанту удалось добиться значительного прогресса в их исследовании. Следует отметить что упомянутые решения играют центральную роль в описании явления модуляционной неустойчивости и некоторых типов воли убийц в гидродинамике и нелинейной оптике а их теоретический анализ и экспериментальные реализации в последние годы были предметом активного интереса физического и математического сообщества. Диссертация состоит из краткого исторического введения четырех глав и заключения.

В первой главе изложена конструкция "многосолитонных" решений на произвольном фоне доведенная до новых детерминантных формул, - как для решений самого уравнения НШ так и для решений вспомогательной линейной задачи. Эти формулы, полученные применением бинарного преобразования Дарбу т.е. с одновременным использованием прямой и сопряженной пар Лакса (19)-(20), позволили получить более компактное и изящное представление для результата N -кратного одевания конденсата (одевания решения типа простой волны), по сравнению с ранее известными. Вывод соответствующей формулы в диссертации выполнен в духе общей идеи метода преобразований Дарбу. Он является чисто алгебраическим и не апеллирует к методу задачи Римана. В этой же главе обсуждается асимптотическое поведение общего N -солитонного решения на фоне конденсата и выводится общее условие регулярности в терминах выбора фазовых параметров N -солитонного решения (см. формулы (96,100)). Эти результаты являются принципиально новыми.

Во 2-й главе дается очень подробный анализ одно- и двух-солитонного решения на фоне конденсата, объясняя детально место решений Кузнецова и Ахмедиева в общей картине. В частности в ней объясняется что среди 1-солитонных только решение Кузнецова и его вырожденный случай решение Перегринна являются регулярными. Соответствующий детальный анализ

также никогда ранее не проводился. Он показывает богатство возможностей разнообразных комбинаций и суперпозиций солитонных решений уже на уровне двухсолитонных решений. в ней в частности подробно анализируются решения отвечающие совпадению двух групповых скоростей в общем двухсолитонном решении (автор называет ее двухсолитонным атомом) Это решение представляет кластер из двух солитонов движущихся совместно. Там же объясняется существование N -солитонных атомов отвечающих совпадению всех групповых скоростей в многосолитонном решении на фоне конденсата. В этой же главе кратко описываются класс решений получаемых одевашем Перегриновского бризера, хотя детальный анализ соответствующих решений не проводится. В конце главы проводится анализ замечательного эффекта аннигиляции двух ахмедиевских бризеров отвечающих специальному двух-солитонному решению и указывается выбор параметров ведущих к аналогичному эффекту в случае решений, функции Бейкера -Акхиезера которых имеют $2N$ пар полюсов.

В третьей главе самой интересной и большой по объему рассматривается замечательный подкласс регулярных $2N$ солитонных решений, (отвечающих дальнейшей специализации параметров), которые автор называет суперрегулярными и исследуются его свойства. Простейшее из этих решений (см стр.53) возникновение из малого локализованного возбуждения конденсата пары Ахмедиевских бризеров, распространяющихся в противоположных направления с большой групповой скоростью при этом после разбегания бризеров на месте остается конденсат с фазой сдвинутой на конечную величину по отношению к фазе на бесконечности. Это решение зависит от 5 нетривиальных свободных параметров. Замечательно то что суперрегулярные решения повидимому могут быть реализованы экспериментально как в гидродинамических так и в оптических экспериментах. Автор высказывает убедительные аргументы в пользу реализации этой возможности.

В четвертой главе намечены основные этапы распространения предыдущих результатов на векторное уравнение НШ т.е. уравнение Манакова и его решений на фоне конденсата. Ее содержание также является новым и интересным и послужит естественной базой для дальнейших исследований важных для нелинейной оптики.

В целом диссертация является законченным научным исследованием вносящим важный вклад в актуальную проблематику исследования эффектов модуляционной неустойчивости и в теорию волн убийц. Ее результаты несомненно являются стимулирующими для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

1 Замечания

1. Следует отметить что существуют разные стратегии для описания появления различных типов модуляционной неустойчивости решений фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера. Один из них базируется на формулах для конечнозонных решений этого уравнения этого уравнения полученных в 1976 году в работах Итса и Котлярова. различные предельные случаи этих решений содержат эффективные формулы допускающие не только описать модуляционные неустойчивости решений типа простой волны описываемые рациональными комбинациями экспонент
2. В работе имеются мелкие небрежности в исторических комментариях и в оформлении библиографии. На стр.17 формула для однократного одевания произвольного фонового решения, полученная в 1982 году в опубликованной в ТМФ работе М.А. Салля т.53 (2) стр.227-237 (1982) , (в которой были впервые получены детерминантные формулы для решений уравнения НШ на произвольном фоне, описывающие результат многократного применения преобразования Дарбу) приписывается более поздней работе [33].
3. Комментарий автора к работе Ахмедиева, Елеонского и Кулагина также неполон. Во первых авторы [34] предположили что ими найдено периодическое решение фокусирующего уравнения НШ, которое невозможно получить из процитированных ими конечнозонных решений типа Итса-Котлярова. В работе Итса Рыбина и Салля [33] было показано что это неверно и что вырождением общих конечнозонных решений можно вычислить не только Ахмедиевский бризер, но и широкий класс гладких, многофазных , условно периодических по x решений описывающих новый многопараметрический класс решений фокусирующего уравнения НШ в элементарных функциях и описали асимптотическое поведение этого класса решений при $t \rightarrow \pm\infty$. В общем случае это поведение описывается различными фазовыми сдвигами экспоненты при $t \rightarrow \pm\infty$. Чисто периодические по x решения выделяются при этом простой, (в отличие от невырожденного случая !), специализацией параметров. Хотя задача выделения (регулярных по терминологии автора) решений отвечающих отсутствию или совпадению фазовых сдвигов на разных бесконечностях, решенная автором, в [33] не изучалась было показано (см недавние работы P.Gaillard 2012-2014) что дальнейшее вырождение формул [33] позволяет описать все рациональные решения, включая перегриновские, высшие перегриновские и мульти-перегриновские бризеры, образующие многопараметрические семейства регулярных решений. Следует также

отметить что со спектральной точки зрения решения работы [33] являются многополюсными.

Сделанные выше замечания не затрагивают общий высокий уровень диссертации и никоим образом не компрометируют полученные автором результаты.

Работа диссертанта потребовала высококвалифицированного комбинирования аналитически и численных методов а также методов символьного программирования. Представленная диссертация А.А. Гелаша является законченной научно-квалификационной работой основные достижения которой могут быть оценены как существенные научные достижения в в теории интегрируемых классических систем а также в теоретической нелинейной оптике и гидродинамике. Диссертация хорошо написана и удачно структурирована.

Все основные результаты автора полно и своевременно опубликованы в международных научных журналах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Работа А.А.Гелаша соответствует всем требованиям предъявляемыми к кандидатским диссертациям по специальности 01.04.02 (теоретическая физика, а ее автор безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

*Главный научный сотрудник кафедры высшей математики
Института инноватики и базовой магистерской подготовки ФГАОУ ВПО
"Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения
Доктор физико-математических наук,
профессор*

05.12.2014 г.

В.Б. Матвеев

*Подпись В.Б. Матвеева заверяю
Начальник отдела кадров ГУАП*

А.А. Плотников

