



## НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова  
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»  
(НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ)

мкр. Орлова роща, д. 1, г. Гатчина, Ленинградская область, 188300  
Телефон: (81371) 4-60-25, факс: (81371) 3-60-25. E-mail: dir@pnpi.nrcki.ru  
ОКПО 02698654, ОГРН 1034701242443, ИНН 4705001850, КПП 470501001

УТВЕРЖДАЮ

№ 17  
«11» июня 2019 г.



Заместитель директора по научной работе  
НИЦ «Курчатовский институт» - ПИЯФ

д.ф.-м.н. **В.В. Воронин**

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного бюджетного учреждения «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» на диссертацию **Островского Павла Михайловича «Электронные свойства неупорядоченного графена»**, представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 «Теоретическая физика».

Диссертационная работа П.М. Островского посвящена изучению плотности электронных состояний и электрической проводимости графена и других двумерных киральных металлов с различными типами примесей. В основе построенной автором теории лежит симметричный анализ беспорядка. Такой подход позволяет в самом общем виде предсказывать электронные свойства графена и, в частности, явления локализации. В диссертации П.М. Островского также разработаны несколько

специализированных методов исследования электронного транспорта в металлах с дираковским спектром для описания отдельных типов примесей: баллистическая ренормализационная группа для случая слабого беспорядка общего вида, нелинейная сигма-модель с особыми топологическими членами для различных видов плавного беспорядка, метод развернутых функций Грина для металлов с сильными примесями.

**Актуальность темы.** Изучение физических свойств графена — двумерного слоя углерода толщиной в один атом — представляет собой отдельное направление современной физики, бурно развивающееся на протяжении последних 15 лет. В работах А. Гейма и К. Новоселова, отмеченных Нобелевской премией по физике, впервые были продемонстрированы уникальные электронные и оптические свойства графена, обусловленные специфическим дираковским характером его электронного спектра. В качестве наиболее значительных примеров таких свойств можно отметить минимальную электрическую проводимость графена в дираковской точке порядка  $4e^2/h$ , квантовый эффект Холла, в котором наблюдаются лишь плато с номерами  $(4n+2)e^2/h$ , а также универсальную оптическую прозрачность однослойного графена, которая составляет  $\pi e^2/2h$ . Теоретическое описание физических свойств графена требует развития особых методов исследования, применимых к дираковскому спектру и выходящих за рамки обычной физики металлов.

**Основные цели диссертации П.М. Островского** состоят в 1) построении теории электронной проводимости графена вдали от дираковской точки, 2) определении возможных механизмов локализации электронов в графене, 3) построении теории полного переноса заряда в графене в баллистическом режиме, 4) изучении влияния сильных примесей на спектральные и транспортные свойства графена, 5) развитии теории локализации в двумерных киральных металлах. На основании сказанного можно сделать вывод о высокой актуальности темы диссертации П.М. Островского.

**Структура диссертации и основные результаты.** Диссертация П.М. Островского состоит из введения, шести глав, двух приложений, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации и списка литературы.

Во введении приведен краткий, но содержательный обзор имеющихся физических наблюдений и теорий, посвященных физике графена и неупорядоченных металлов, обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы, и перечислены основные результаты, охарактеризована новизна и практическая ценность развитых методов.

В первой главе построена простейшая модель графена с беспорядком и выведена симметричная классификация возможных типов примесей. Такая классификация позволяет проделать систематический анализ электронного

спектра и транспортных свойств графена для всех возможных видов беспорядка. Изучено поведение плотности электронных состояний и проводимости, когда уровень Ферми расположен далеко от дираковской точки. Отдельно рассмотрен случай слабого беспорядка, для описания которого выведены уравнения ренорм-группы. Также в рамках метода самосогласованной T-матрицы изучен предел унитарно сильных примесей и проведено сравнение результатов с имеющимися экспериментальными наблюдениями.

Вторая глава посвящена изучению проводимости графена в дираковской точке и возможному объяснению явления минимальной проводимости. Доказано общее утверждение о том, что проводимость в точности принимает значение  $4e^2/\pi h$ , когда беспорядок не нарушает киральную симметрию дираковского гамильтониана. Также рассмотрен случай плавного беспорядка, для которого выведена нелинейная сигма-модель с особым топологическим членом и приведены аргументы в пользу отсутствия квантовой локализации. Показано, что именно плавный беспорядок может объяснить наблюдаемые в эксперименте особенности квантования холловской проводимости.

В третьей главе рассмотрен перенос электронов в графене в баллистическом пределе. Найдена зависимость кондактанса и мощности дробового шума (фактора Фано) от концентрации носителей. Также выведена функция распределения коэффициентов прохождения в дираковской точке и показано, что в случае чистого графена она совпадает с дороховской функцией распределения для классических диффузных металлических проволок. Для описания эффекта примесей в баллистическом режиме развит формализм матричных функций Грина, напоминающий келдышевскую технику. Выведены явные выражения для матричной функции Грина с источниками. При помощи стандартной диаграммной техники вычислены поправки от слабого беспорядка к кондактансу и фактору Фано. Также рассмотрен диффузный предел, для которого усреднение матричной функции Грина проделано при помощи нелинейной сигма-модели.

В четвертой главе изучено влияние сильных примесей, в частности вакансий, на кондактанс графена. Для этого применяется построенный ранее формализм матричных функций Грина с источниками, а для описания примесей используются точные выражения для их T-матриц. В рамках такого подхода получено точное выражение для кондактанса при заданном расположении примесей. Вычисление кондактанса сводится к обращению матрицы, размер которой определяется полным количеством примесей в образце. С помощью этого метода численно изучен кроссовер из баллистического в диффузный режим по мере увеличения концентрации примесей. Рассмотрены случаи плавных и точечных примесей, в том числе вакансий, различные распределения примесей по подрешеткам графена, вычислен кондактанс при наличии внешнего магнитного поля. В зависимости от условий задачи продемонстрированы явления квантовой локализации и антилокализации, различные критические состояния с

фиксированной проводимостью, в том числе состояние, аналогичное переходу квантового эффекта Холла, а также изучены возможные кроссоверы между этими режимами.

В пятой главе построена общая теория локализации в двумерных киральных металлах. Материал этой главы имеет значение не только для электронных свойств графена, но также представляет более общий научный интерес. В рамках нелинейной сигма-модели киральных классов рассмотрены непертурбативные явления, связанные с возможным образованием вихрей, и показано, что динамика этих вихрей может приводить к локализации. Механизм такой локализации во многом аналогичен переходу БКТ. Также изучены варианты киральной сигма-модели с дополнительными топологическими членами, которые практически всегда возникают при рассмотрении неупорядоченных систем с дираковским спектром, в первую очередь графена. Оказывается, что при наличии нетривиальной топологии вихри в сигма-модели не появляются и локализация не происходит.

Шестая глава продолжает рассмотрение общих свойств двумерных киральных металлов. Она посвящена изучению плотности состояний около центра зоны при наличии вакансий. Как и в предыдущей главе, используется нелинейная сигма-модель, в которую добавлен дополнительный член, отвечающий за классические флуктуации вакансий между двумя подрешетками. Проанализирована перенормировка действия сигма-модели с таким дополнительным членом и получена необычная сингулярная зависимость плотности состояний от энергии.

**Достоверность результатов** диссертации подтверждается как хорошей обоснованностью использованных методов исследования, так и подробным сравнением с имеющимися экспериментальными и численными данными, в том числе полученными независимо другими авторами. Кроме того некоторые результаты диссертации получены несколькими альтернативными способами. Материалы диссертации докладывались автором на многочисленных научных семинарах и международных конференциях. Все результаты прошли научное рецензирование и опубликованы в ведущих международных журналах.

**Научная и практическая значимость** диссертации П.М. Островского не вызывает сомнений. Построенные в диссертации модели беспорядка хорошо описывают многие экспериментально наблюдаемые свойства графена и других материалов с дираковским спектром, в том числе топологических изоляторов. Их можно также использовать для предсказания новых явлений и для создания на основе графена новых материалов с определенными физическими свойствами. Развитый в диссертации метод развернутых функций Грина имеет фундаментальную ценность. Его можно применять для решения широкого класса задач по вычислению квантовых транспортных свойств практически любых металлов с примесями

произвольного вида. Особую значимость имеют также результаты о критических свойствах киральных металлов. Эти результаты дают хорошее количественное объяснение многим наблюдающимся свойствам таких материалов.

Диссертация П.М. Островского написана хорошим языком, в ней достаточно подробно объяснены многие технические приемы со ссылками на обширную литературу. Производит хорошее впечатление стремление автора провести вывод ключевых результатов разными способами, в том числе с использованием численных расчетов. Однако, по диссертации следует высказать **несколько замечаний**, не имеющих принципиального характера:

1. Формулой Кубо для проводимости следовало бы называть выражение (1.20), проинтегрированное с производной от фермиевской функции распределения. Это различие исчезает в пределе низких температур, подразумеваемых в диссертации.

2. Ряд мелких замечаний, связанных с оформлением. В частности, сокращение РН введено на стр. 89, но впервые использовано на стр. 52. В ур. (2.17) пропущен знак логарифма. Для обратной транспонированной матрицы на стр. 113 использовано весьма необычное обозначение.

3.

Эти замечания не влияют на общую высокую оценку работы и ни в коей мере не ставят под сомнение научную ценность работы П.М. Островского и достоверность полученных в ней результатов.

Диссертация Павла Михайловича Островского представляет собой законченное научное исследование, выполненное на самом высоком уровне. Результаты этой работы дают объяснение многочисленным эффектам беспорядка в графене и других киральных металлах, значительно расширяют понимание явлений квантового транспорта в таких системах и закладывают основы и методы для дальнейших исследований в смежных областях теоретической физики. Материалы диссертации опубликованы в ведущих международных научных журналах и докладывались на многочисленных конференциях. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа П.М. Островского «Электронные свойства неупорядоченного графена» в полной мере соответствует критериям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней (Постановление Правительства РФ № 842 от 24.09.2013), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Ее автор безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Отзыв заслушан и одобрен на заседании Ученого совета Отделения теоретической физики НИЦ «Курчатовский институт» - ПИЯФ 25 мая 2019 г., протокол заседания № 119.

**Отзыв составил**

Заведующий сектором теории  
конденсированного состояния  
НИЦ «Курчатовский институт» - ПИЯФ  
доктор физ.-мат. наук



Д.Н. Аристов  
aristov@thd.pnpi.spb.ru

Учёный секретарь НИЦ «Курчатовский  
институт» - ПИЯФ, к.ф.-м.н.



С.И. Воробьев  
Vorobyev\_SI@pnpi.nrcki.ru

**Контакты ведущей организации:**

ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова  
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт».  
188300, Ленинградская область, г. Гатчина, мкр. Орлова роща, д. 1.  
Тел.: +7 (81371) 460-25, E-mail: dir@pnpi.nrcki.ru.