

**Отзыв официального оппонента о диссертационной работе**  
**Островского Павла Михайловича**  
**«Электронные свойства неупорядоченного графена»,**  
представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 01.04.02 — теоретическая физика

**Актуальность темы диссертации.** Создание атомарно тонких гексагональных решеток углеродных атомов (графена) открыло физикам 21-го века необычный двумерный мир. Широким фронтом ведутся экспериментальные и теоретические исследования графена, рассматриваются также перспективы его использования в прикладных целях. Одним из ведущих направлений является изучение электронного транспорта в графене. Необычные свойства проводимости и особенности квантового эффекта Холла в графене были обнаружены уже в пионерских работах открывших графен А. Гейма и К. Новоселова. В отличие от обычных двумерных электронных систем, сильно подверженных влиянию беспорядка, измеряемая проводимость графена оказывается сравнительно более стабильной, слабо зависящей от температуры и сравнимой по порядку величины с проводимостью чистого графена в точке Дирака. Сравнительно стабильным оказывается и необычное условие квантования Холловской проводимости, связанное с наличием нулевого уровня Ландау. Понимание природы этих явлений требует углубленного изучения электронного транспорта при наличии примесей. Особенности кристаллической структуры графена (две подрешетки и две неэквивалентные точки Дирака в зоне Бриллюэна) приводят к зависимости процессов рассеяния от симметрии возмущающего беспорядка. Исследование влияния рассеивающих центров различных симметрий на электронный транспорт при различных режимах проводимости (от баллистического до диффузионного) является сложной и весьма востребованной задачей. Решению этой задачи, а также построению общей теории локализации в киральных системах и посвящена диссертационная работа П.М. Островского, тема которой является высоко актуальной.

**Содержание диссертации, новизна и достоверность полученных результатов.**

В диссертации П.М. Островского ставится и решается задача описания электронного транспорта в киральных системах с приложением к наиболее известной из них - графену. Проводится систематическое исследование эффектов рассеяния электронов на примесях различной симметрии.

***Структура диссертации:*** Введение, которое содержит обзор известных свойств графена, экспериментальных результатов и проблем их теоретического осмысления, что является **мотивацией и обоснованием актуальности и новизны** выполненного исследования. Введение содержит также обзор актуальных публикаций, формулировку целей диссертации. В нем же описывается содержание шести глав диссертации и полученные в них основные результаты. Описание полученных оригинальных научных результатов и их вывод представлены **шестью главами и двумя приложениями**. Диссертация завершается **заключением**, списком использованных в диссертации публикаций автора и общим списком литературы.

В **первой главе** диссертации содержит краткое введение в теорию электронных состояний чистого графена и систематически анализируется симметрия различных отклонений структуры от идеальности. Симметричный анализ позволяет предсказать качественный характер поведения системы (соответствующий тип известной классификации многообразий, порождаемых



релевантными степенями свободы системы), независимо от конкретных деталей возмущения. Проводимость и плотность состояний графена вдали от Дираковской точки вычисляются с помощью самосогласованного борновского приближения, в формализме самосогласованной T-матрицы, а также - с помощью более изощренного подхода - баллистической ренормгруппы. Рассматриваются случаи слабых и сильных примесей. Получен важный вывод о том, что для сильных примесей зависимость проводимости от плотности электронов является линейной, что согласуется с экспериментальными данными.

Во **второй главе** диссертации изучаются транспортные свойства графена вблизи Дираковской точки. Для важного случая кирального беспорядка показано, что проводимость остается "идеальной" с точностью до экспоненциально малых ( $C_z$  - симметрия) или степенных ( $C_0$  - симметрия), но не растущих, поправок. Для случая слабого беспорядка, не вызывающего междолинное рассеяние, удалось построить красивое и мощное теоретико-полевое описание с помощью выведенной нелинейной суперсимметричной сигма-модели. Модель содержит топологический  $\theta$ -член (возникающий из мнимой части суперсимметричного действия), который останавливает локализационную траекторию ренормгруппы и превращает ее в антилокализационную. Показано также, что порожденная квантовой аномалией часть  $\theta$ -члена выживает и во внешнем магнитном поле, что дает сдвиг положений плато квантового эффекта Холла и нечетное квантование холловской проводимости даже в присутствии (не смешивающего долины) беспорядка.

В **третьей главе** изучается статистика переноса заряда в конфигурации, когда баллистический образец графена находится между двумя внешними контактами. Вычисляются не только кондуктанс и фактор Фано, но полная функция распределения коэффициентов прохождения (прозрачностей) в чистом графене при произвольной энергии. Удивительным обстоятельством оказывается совпадение этого распределения в точке Дирака чистого графена с известным распределением Дорохова, полученным для совершенно иной системы - квазиодномерной диффузной металлической проволоки. Далее с помощью формализма матричных функций Грина вычисляются баллистические поправки к функции распределения прозрачностей в присутствии слабого беспорядка. Для диффузного предела развивается подход с нелинейной сигма-моделью, включающей источники. Модель позволяет вычислить ведущие квантовые поправки (куперонный вклад) к квазиклассическому вкладу (дороховскому распределению). В этой же главе изучается влияние контактов на локальную плотность состояний графена.

В **четвертой главе** изучаются транспортные свойства графена с сильными примесями. Вычисляются поправки к кондуктансу и Фано-фактору как от одной примеси, так и от их ансамбля. Интересно, что максимальный вклад каждой примеси имеет в унитарном пределе универсальную величину ( $\sim$  квант кондуктанса). Анализ проводится на основе развитого формализма матричной функции Грина с источниками. Для сильных примесей типа вакансий изучается зависимость транспорта от распределения вакансий по узлам решетки. Для определенного расположения вакансий обнаружен любопытный эффект анизотропного супердиффузного транспорта. Рассматриваются также особенности транспорта в очень сильных магнитных полях.

В **пятой главе** рассматриваются общие вопросы локализации в двумерных киральных металлах. Рассмотрение идет на основе репличной нелинейной сигма-модели со специфическим дополнительным членом (Гаде) в действии. Исследуется не рассматривавшаяся ранее роль вихревых возмущений, связанных с одномерной унитарной степенью свободы Q-поля. Показано, что механизм



распаривания вихрей (Березинский-Костерлиц-Таулес) может привести к фазовому переходу в сигма-модели, что соответствует локализационному переходу металл-изолятор. В то же время, показано, что наличие топологического члена в сигма-модели для неупорядоченного дираковского гамильтониана подавляет вклад вихрей, что и обеспечивает стабильность системы типа графена по отношению к локализации.

В **шестой главе** рассматривается задача о плотности состояний в двумерном киральном металле с вакансиями. Изучается влияние локально неравных флуктуаций концентраций вакансий в двух подрешетках. С помощью сигма-модельного подхода описаны корреляционная длина и сингулярность плотности состояний. Для ненулевого среднего дисбаланса концентраций вакансий изучаются хвосты плотности состояний внутри возникающей "щели". Для сильного дисбаланса хвост описывается инстантонным седловым решением.

Относительно громоздкие описания двухпетлевой перенормировки слабого потенциального беспорядка в графене и алгоритма обращения матриц в формализме развернутых функций Грина вынесены в **приложения**.

В **заключении** сформулированы основные научные результаты, полученные в диссертации, и выводы по проведенному систематическому исследованию.

Перечисленное выше содержание диссертации и решенных в ней задач подтверждает **новизну результатов**. Их **достоверность** обеспечена проведенным анализом на основе мощных методов теоретической физики, таких как анализ симметрии, ренормгрупповой подход и нелинейная сигма-модель. Результаты являются взаимно согласованными и в ряде случаев могут быть сравнены с численными расчетами. Результаты опубликованы в высокорейтинговых рецензируемых научных журналах и докладывались на многих конференциях и семинарах.

Несомненна **научная и практическая значимость** диссертации

П.М. Островского как для физики графена, так и для развития теории локализации. Ряд полученных результатов позволяют сделать выводы о том, какие именно процессы рассеяния являются доминирующими в типичных экспериментах. Устанавливаются также пределы применимости модели невзаимодействующих электронов для описания некоторых наблюдаемых. Тем самым обозначаются новые направления развития теории. Мощный и элегантный формализм нелинейной сигма-модели с определенными дополнительными членами может найти применения и в описании других двумерных электронных систем.

Диссертационная работа П.М. Островского вызывает несколько **вопросов и замечаний**:

- 1) Допускает ли удивительное совпадение функций распределения прозрачностей чистого графена в точке Дирака и в квазиодномерной проволоке в диффузионном режиме простое, но строгое физическое объяснение?
- 2) При рассмотрении баллистического образца графена с контактами, насколько допустимо описание рассеяния на сильной резонансной примеси с помощью T-матрицы, вычисленной для примеси в бесконечном пространстве? Не следует ли в пределе большой длины рассеяния (превышающей размер образца) учитывать при расчете самосогласованной T-матрицы граничные условия?
- 3) В третьей главе "квантовая" поправка к функции распределения прозрачностей

в диффузионном пределе вычисляется с помощью нелинейной сигма-модели. Нельзя ли было вычислить эту "куперонную" поправку с помощью аналога крестовой техники, без использования сигма-модели?

Однако, эти вопросы и замечания не ставят под сомнение выводы и результаты работы и не снижают высокой оценки диссертации.

Диссертация Павла Михайловича Островского является завершённой научной работой очень высокого уровня. Она аккумулирует практически все, что современная теория может сделать в рассмотренных моделях невзаимодействующих электронов с примесями. Результаты работ, включённых в диссертацию, опубликованы в профессиональных рецензируемых журналах (в том числе высокорейтинговых), докладывались на многих международных конференциях и получили широкое признание. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Резюмируя, по актуальности тематики, обоснованности выводов, новизне и достоверности полученных результатов диссертационная работа П.М. Островского «Электронные свойства неупорядоченного графена» полностью отвечает критериям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в соответствии с п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. (ред. от 01.10.2018), а ее автор, Островский Павел Михайлович, безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Главный научный сотрудник  
Лаборатории физики конденсированного состояния, Факультет физики,  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
доктор физико-математических наук, профессор  
Юдсон Владимир Исаакович  
101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 20.  
Тел.: + 7 916 958 74 85  
E-mail: vyudson@hse.ru

Подпись В.И. Юдсона удостоверяю:

Управление персонала НИУ ВШЭ



«13» \_\_\_\_\_ 2019 года  
ИЮНЬ

13.06.2019