Учреждение Российской академии наук.
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН

На правах рукописи

ВОРОБЬЕВ Петр Евгеньевич

Динамические явления в композитных средах

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена в *Учреждении Российской академии наука Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН Лебедев В. В.*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук Кац Е.И.*

доктор физико-математических наук Сарычев А.К.

Ведущая организация: *Учреждение Российской академии наук Институт физики твердого тела РАН, Московская обл., г.Черноголовка*

Защита состоится 24 июня 2010 года. в 11 часов 30 минут на заседании диссертационного совета *Д 002.207.01* при *Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН*, расположенном по адресу: *142432, Московская обл., Ногинский р-н., поселок Черноголовка, Институт физики твердого тела РАН.*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке *Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.*

Автореферат разослан 21 мая 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук *Гриневич П.Г.*

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

В данной работе рассмотрены задачи, касающиеся гидродинамики мембранных систем и электродинамики металл-диэлектрических систем.

Мембраны являются элементом живых клеток, и от свойств мембран зависят многие жизненно важные функции клеток. Мембраны оказывают существенное влияние на течение окружающей жидкости. Это влияние зависит от состояния мембраны (жидкое, кристаллическое) и от ее характеристик, таких, как изгибный модуль и внутреняя вязкость [1, 2]. В данной работе исследовалось влияние свойств мембран на гидродинамическое взаимодействие частиц, взвешенных в жидкости в мембранных системах. Установлено, что мембраны оказывают качественный эффект на это взаимодействие.

Маталл-диэлектрические системы являются в последнее время предметом активных исследований, в частности, в связи с созданием композитных материалов с эффективным отрицательным показателем преломления электромагнитных волн. Это достигается путем внедрения в диэлектрическую матрицу металлических структур, имеющих размеры меньшие, чем длина падающей волны [3, 4]. Одним из явлений, возникающих в таких структурах, является локальное усиление электрического поля волны в узких зазорах между металлическими гранулами [5]. Это явление нашло себе применение, например, в методе поверхностно-усиленной Рамановской спектроскопии [6].

Из экспериментальных данных известно, что наибольшее усиление локального поля достигается на определенных частотах, что позволяет сделать вывод о резонансном характере этого явления [7]. Представляет существенный интерес пространственная структура поля собственных мод таких систем, а также влияние геометрических характеристик на коэффициент усиления поля. Это может быть важным для создания в небольшой области пространства больших по величине полей.

В более сложных системах периодически расположенных металлических частиц, резонанс оказывается распространен на некоторую частотную область. В этом случае, представляет интерес ширина этой области, а также дисперсия моды.

Цель работы Цель работы состоит в теоретическом исследовании влияния мембран на гидродинамическое взаимодействие частиц и в изучении усиления электрического поля в металл-диэлектрических композитных системах.

Основные результаты

1. Исследовано влияние мембран на отклик жидкости на действие сосредоточенной силы. Найдены явные выражения для поля скоростей в случаях, когда сила действует между двумя плоскими параллельными мембранами и внутри сферической везикулы. Полученные результаты были применены к исследованию корреляционных функций смещений частиц при Броуновском движении. Установлено, что мембраны оказывают качественно иное, нежели твердые границы, влияние на гидродинамическое взаимодействие частиц. Показано, что наличие мембран не меняет закона убывания корреляционных функций с расстоянием между частицами, по сравнению с неограниченной жидкостью, однако, существенно меняет характер корреляций при движении в различных направлениях. Показано, что для достаточно близко расположенных к мембранам частиц, корреляции в их смещениях существенно зависят от внутренней вязкости мембраны.

2. Исследовано усиление электрического поля падающей электромагнитной волны в узких зазорах, между двумя близко расположенными металлическими гранулами различных геометрий. Получены выражения для определения значений проницаемости металла, соответствующих наибольшему коэффициенту усиления - резонансные значения. В данной работе было показано, что условия возникновения резонанса заивисят только от геометрии зазора между металлическими гранулами. В частности, эти условия схожи для сферических и цилиндрических гранул. Показано, что резонанс в таких системах возможен, если проницаемость металла (ее вещественная часть) отрицательна и велика по модулю. Были найдены коэффициенты усиления электрического поля в зазорах, которые оказались зависящими от размеров гранул и толщины зазора. Было показано, что коэффициент усиления зависит от геометрии всей гранулы, а не только от параметров зазора. В частности, при увеличении размера гранул при фиксированных параметрах зазора, коэффициент усиления становится больше.

3. Были рассмотрены собственные моды в цепочках гранул, расположенных периодически вдоль некоторой прямой. Было показано, что в отличие от системы двух гранул, где собственных модам отвечают отдельные частоты, в системах с цепочками гранул собственным модам соответствуют частотные области. Ширина этих областей оказывается такой, что значение проницаемости меняется на величину порядка ее самой внутри каждой зоны. Был исследован вопрос о дисперсии собственных мод в таких системах. Был исследован вопрос об отражении падающей нормально на цепочку цилиндров электромагнитной волны, в частности показано, что коэф-

фициент отражения, как функция частоты падающей волны, имеет максимумы при значениях частот, соответствующих собственным модам цепочки цилиндров с нулевым волновым вектором.

Научная новизна и достоверность. Результаты работы получены впервые. Достоверность полученных результатов обеспечивается получением их из первых принципов - путем решения уравнений гидродинамики и электродинамики. При исследовании влияния мембран на гидродинамическое взаимодействие частиц, для жидкости во всех областях решалось уравнения Навье-Стокса при малых числах Рейнолдса. Электродинамика металл-диэлектрических систем исследовалась с помощью уравнений Максвелла в квазистационарном пределе.

Научная и практическая ценность. Научные результаты представляют собой функцию Грина уравнения Стокса в мембранных системах, условия плазмонного резонанса в парах металлических гранул, описание собственных мод цепочек металлических гранул. Полученные результаты представляют интерес с точки зрения эксперимента. Результаты, касающиеся мембранных систем, предсказывают зависимость наблюдаемых в эксперименте величин от характеристик мембран.

Апробация работы. Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на конференции 'Landau Days 2009' а также на семинарах в ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, семинарах в Институте Лау Ланжевена, Гренобль, Франция.

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 3 научные работы, список которых приведён в конце реферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

Содержание работы

Во **Введении** дан обзор литературы, обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1 посвящена исследованию влияния мембран на гидродинамическое взаимодействие частиц, взвешенных в жидкости. Мы считаем, что число Рейнольдса для нашей системы мало, так что течение может описываться линейным по скорости уравнением Стокса. Предполагается, что расстояние между частицами много больше, чем их размеры. В этом случае, в главном приближении, поле скоростей, возбуждаемое поступательным движением одной из частиц с постоянной скоростью, совпадает с функцией Грина уравнения Стокса, то есть дается решением уравнения:

$$\eta\nabla^2\boldsymbol{v} - \nabla p + \boldsymbol{F}\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) = 0. \tag{1}$$

где сила F определяется из условия равенства ее Стоксовой силе сопротивления, действующей на движущуюся частицу.

Таким образом, в этом приближении, для исследования гидродинамического взаимодействия частиц в некоторой системе, необходимо сначала найти функцию Грина уравнения Стокса. Вначале мы представляем известное выражение для функции Грина в неограниченной жидкости [8]:

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{8\pi\eta}\left[\frac{\boldsymbol{F}}{R} + \frac{(\boldsymbol{F},\boldsymbol{n})\boldsymbol{n}}{R^3}\right], \tag{2}$$

Здесь η - вязкость жидкости, а $\boldsymbol{R}$ вектор из точки приложения силы в точку наблюдения. Отметим, что скорость спадает с расстоянием как $1/R$. Поле скоростей (2) показано на рис. 1

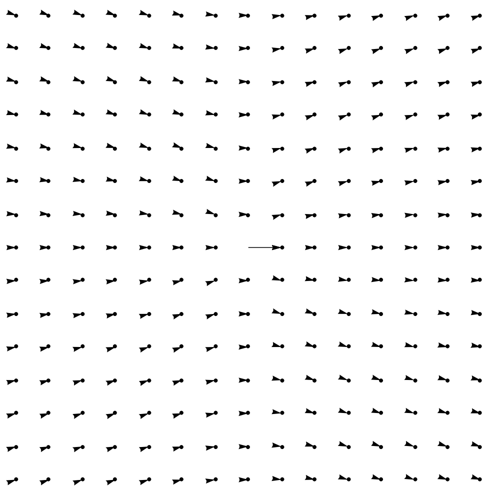

Рис. 1. Поле скоростей (2) представляющее собой отклик неограниченной жидкости на действие сосредоточенной силы

.

Мы рассматриваем системы двух пространственных геометрий: систему двух плоских параллельных мембран и сферическую везикулу. В первом случае, также воспроизводим ранее известное решение для жидкости, заключенной между параллельными плоскими твердыми стенками [9]:

$$v_\alpha \approx \frac{3(h-w)(z-h)wz}{2\pi\eta h^3}\left[\frac{F_\alpha}{\rho^2} - \frac{2(F_\beta\rho_\beta)\rho_\alpha}{\rho^4}\right].,\tag{3}$$

Здесь h - расстояние между твердыми стенками, а ρ_α - двумерный вектор в плоскости стенок, проведенный от точки приложения силы к точке наблюдения. Ось z направлена перепендикулярно стенкам, а w - расстояние от одной из них до точки приложения силы. Отметим, что в такой системе скорость убывает с расстоянием быстрее, чем в неограниченной жидкости. Данное выражение применимо при условии $\rho \gg h$. Отметим также, что в главном приближении, скорость оказывается параллельной стенкам. Поле скоростей (3) показано на рис. 2.

Рассмотрим теперь функцию Грина, когда сила действует между параллельными плоскими мембранами. В этом случае, имеем следующее

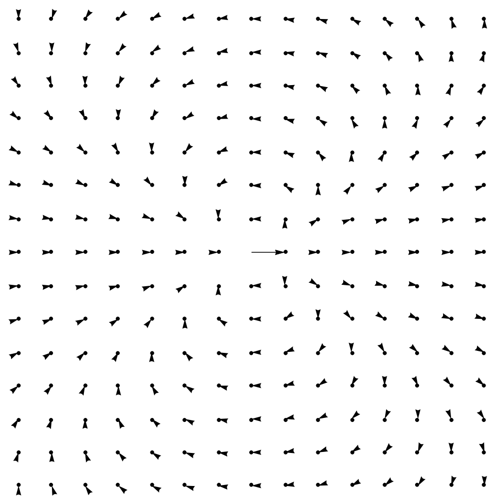

Рис. 2. Поле скоростей (3)

.

выражение для поля скоростей между мембранами:

$$v_\alpha \approx \frac{1}{4\eta\pi}\frac{\rho_\alpha F_\beta \rho_\beta}{\rho^3}. \tag{4}$$

Скорость снова параллельна мембранам, однако, убывает с расстоянием так же, как и в неограниченной жидкости. Характер поля скоростей в этом случае оказывается иным. Данное выражение применимо, если $\rho \gg h$ а также $\rho \gg \zeta/\eta$, где ζ - внутренняя вязкость мембран. Отметим, что на этих расстояниях скорость не зависит от вязкости мембраны. Поле скоростей (4) дано на рис. 3.

Необходимо также найти поле скоростей по другую сторону мембран. На больших расстояниях вдоль мембраны от точки приложения силы оно совпадает с (4). На малых расстояниях от точки приложения силы ($\rho \gg \zeta/\eta$), скорость оказывается обратно пропорциональной вязкости мембраны: $v \sim 1/\zeta$.

Далее, мы рассматриваем поле скоростей вокруг действующей внутри сферической везикулы силы. Везикулой принято называть каплю жидкости, окруженную замкнутой мембраной. Так как и жидкость и мембрана предполагаются несжимаемыми, объем и площадь поверхности вези-

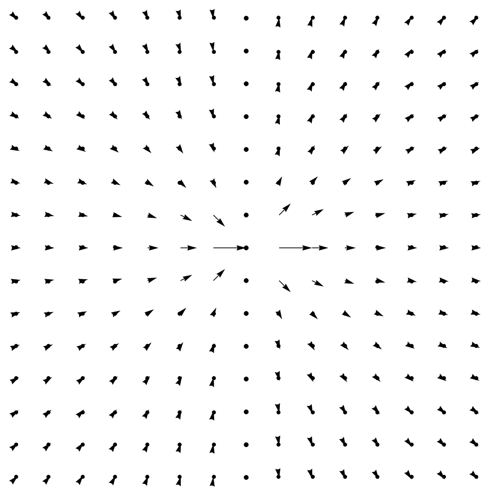

Рис. 3. Поле скоростей (4)

.

кулы остаются постоянными. Пусть площадь поверхности везикулы дается выражением $S = (4\pi + \Delta)R^2$, где радиус R определен через объем везикулы как $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Везикулу можно приближенно считать сферичкеской, если $\Delta \ll 1$. Мы считаем, что жидкость внутри везикулы может быть отлична от жидкости, окружающей везикулу. Обозначаем через η_1 и η_2 вязкости этих жидкостей соответственно.

Наибольший интерес представляет поле скоростей снаружи от везикулы. При этом, следует учесть, что при действии силы внутри везикулы, последняя будет двигать поступательно с такой скоростью, чтобы Стоксова сила сопротивления уравновешивала действующую внутри везикулы силу. Кроме того, будет присутствовать дополнительное поле скоростей, которое можно написать в следующем виде:

$$\boldsymbol{u} = \sum_{l=0}^{\infty} \operatorname{curl}\,(\boldsymbol{r}\chi_l^{out}), \tag{5}$$

Где χ_l^{out} - объемная сферическая функция порядка l. Начало системы координат выбрано в центре везикулы.

Решая уравнение Стокса, находим:

$$\chi_l^{out} = \frac{F \sin\theta_0}{4\pi} \frac{(2l+1)}{l(l+1)N_l} \frac{a^l}{r^{l+1}} P_l^1 \sin\varphi, \tag{6}$$

Здесь a - расстояние от центра везикулы до точки приложения силы, а полярная ось выбрана вдоль линии, их соединяющей. Угол между силой и полярной осью - θ, угол φ отчитывается от направления силы, P_l^1 - просоединенный полином Лежандра. Мы также ввели обозначение:

$$N_l = [\eta_1(l-1) + \eta_2(l+2) + (\zeta/R)(l-1)(l+2)] \tag{7}$$

Мы видим, что внутренняя вязкость мембраны и вязкость внутренней жидкости не оказывают влияния на гармонику с $l = 1$. Последняя соответствует полю скоростей вокруг везикулы, вращающейся как целое:

$$\boldsymbol{v} = \mathrm{curl}\,(\boldsymbol{r}\chi) = \frac{1}{8\pi\eta_2}\frac{[\boldsymbol{r},[\boldsymbol{F},\boldsymbol{a}]]}{r^3} = \frac{R^3}{r^3}[\boldsymbol{\Omega},\boldsymbol{r}]; \qquad \boldsymbol{\Omega} = \frac{[\boldsymbol{a},\boldsymbol{F}]}{8\pi\eta_2 R^3}. \tag{8}$$

На больших расстояниях от везикулы, именно этот вклад является главным. На этих расстояниях поле скоростей не зависит от внутренней вязкости мембраны.

Далее, мы применяем полученные результаты к исследованию корреляционных функций смещений частиц при Броуновском движении. С помощью флуктуационно-диссипационной теоремы мы показывем, что имеет место следующее соотношение:

$$\langle [X_{a,i}(t) - X_{a,i}(0)][X_{b,j}(t) - X_{b,j}(0)] \rangle = 2T\,t\,\beta_{ab,ij}(\omega = 0)\,, \tag{9}$$

Здесь через X обозначены смещения частиц, индексы a и b нумеруют частицы, а индексы i и k - координатные оси. Через $\beta_{ab,ij}(\omega = 0)$ обозначен стационарный отклик частиц на силы: скорость частицы a, при действии на частицу b единичной силы. Таким образом, корреляционные функции смещений частиц выражаются через найденые нами функции Грина.

Введем ось x вдоль линии, соединяющей частицы. Для частиц в неограниченной жидкости, имеем:

$$\langle [X_{a,x}(t) - X_{a,x}(0)][X_{b,x}(t) - X_{b,x}(0)] \rangle = T\, t\, \frac{1}{2\pi\eta} \frac{1}{R}, \tag{10}$$

$$\langle [X_{a,y}(t) - X_{a,y}(0)][X_{b,y}(t) - X_{b,y}(0)] \rangle = T\, t\, \frac{1}{4\pi\eta} \frac{1}{R}, \tag{11}$$

То есть, движение частиц techniczne кореллированно положительно, как в продольном, так и в поперечном направлении.

Для частиц между двумя плоскими твердыми стенками, имеем:

$$\langle [X_{a,x}(t) - X_{a,x}(0)][X_{b,x}(t) - X_{b,x}(0)] \rangle = Tt \frac{3(h - z_a)(h - z_b) z_a z_b}{2\pi\eta h^3} \frac{1}{\rho^2}, \tag{12}$$

$$\langle [X_{a,y}(t) - X_{a,y}(0)][X_{b,y}(t) - X_{b,y}(0)] \rangle = -Tt \frac{3(h - z_a)(h - z_b) z_a z_b}{2\pi\eta h^3} \frac{1}{\rho^2}, \tag{13}$$

В этом случае, движение коррелливано положительно в продольном направлении, и антикореллировано в поперечном [10].

Для частиц между параллельными плоскими мембранами:

$$\langle [X_{a,x}(t) - X_{a,x}(0)][X_{b,x}(t) - X_{b,x}(0)] \rangle = \frac{Tt}{2\pi\eta} \frac{1}{\rho}, \tag{14}$$

$$\langle [X_{a,y}(t) - X_{a,y}(0)][X_{b,y}(t) - X_{b,y}(0)] \rangle = 0, \tag{15}$$

То есть, продольные корреляции такие же, как и в неограниченной жидкости, а поперечные коррелляции - отсутствуют (точнее, имеют более высокий порядок).

Таким образом, наличие мембран качественно меняет гидродинамическое взаимодействие частиц, как по сравнению с неограниченной жидкостью, так и по сравнению с системами, имеющими твердые границы.

В **Главе 2** рассматривается усиление электрического поля в узких зазорах между двумя металлическими гранулами, помещенными в диэлектрическую среду, при падении на систему электромагнитной волны.

Электрическое поле волны предполагается поляризованым вдоль линии, соединяющей центры гранул. Рассмотрим усиление поля между двумя шарами радиуса a расположенными на расстоянии δ. Мы предполагаем, что $a \gg \delta$. Также, мы считаем, что длина падающей волны много больше, чем размер частиц: $\lambda \gg a$. В этих условиях, электрическое поле можно считать потенциальным и описывать скалярным потенциалом: $\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$, удовлетворяющим уравнению Лапласа $\Delta\phi = 0$ и граничным условиям на границе металла и диэлектрика. Мы будем предполагать, что поле зависит от времени посредством множителя $\exp(-i\omega t)$. При рассмотрении переменных полей, нам удобно описывать металл его диэлектрической проницаемостью, являющейся функцией частоты - $\varepsilon(\omega)$. Граничные условия на потенциал электрического поля заключаются в том, что на границе должен быть непрерывен сам потенциал и нормальная компонента электрической индукции [11]:

$$\phi_{out} = \phi_{in} \tag{16}$$

$$\frac{\partial\phi_{out}}{\partial n} = \varepsilon\frac{\partial\phi_{in}}{\partial n} \tag{17}$$

где индексами in и out обозначен потенциал в металле и диэлектрике соответственно.

Прежде чем представить аналитическое решение данной задачи, интересно посмотреть, каким образом интересующие нас эффекты могут быть оценены по порядку величины из простых физических соображений.

Условие резонанса соответствует условию существования стоячих поверхностно-плазмонных мод в зазоре между гранулами. Зазор между двумя шарами радиуса a сохраняет свою толщину δ на расстояниях порядка $\sqrt{a\delta}$. Таким образом, условию резонанса соответствует условие существования стоячих волн в плоской щели с толщиной $\sim \delta$ и длиной

$\sim \sqrt{a\delta}$, между двумя металлическими средами. В квазистационарном приближении дисперсия распространяющейся моды вдоль плоской щели, толщины δ, дается выражением $\varepsilon = -\coth(\beta\delta/2)$ [12], где β - постоянная распространения, а ε - проницаемость металла. При условии $\beta\delta \ll 1$, имеем: $\beta \sim 1/(\varepsilon\delta)$. Условие существования стоячей волны в щели, с длиной $\sqrt{a\delta}$, можно написать так: $\beta\sqrt{a\delta} \sim n$, где n - натуральное число. Отсюда получаем следующую оценку для значений восприимчивости металла, соответствующих резонансам:

$$\varepsilon_{res}^{n} \sim -\frac{1}{n}\sqrt{a/\delta} \qquad (18)$$

Это соотношение верно, если его правая часть является большой величиной, то есть, n не должно быть слишком велико. Мы видим, что в данной системе резонанс возможен при больших по величине отрицательных значениях проницаемости металла.

В оптической области частот, проницаемость хороших металлов (например, серебро, золото) может быть приближенно описана формулой Друдэ:

$$\varepsilon_m \sim -(\omega_p/\omega)^2[1 + i/(\omega\tau)] \qquad (19)$$

где ω_p - плазменная частота, лежащая для хороших металлов в ультрафиолетовой области, а τ - время релаксации, причем $\omega\tau \gg 1$. Большим по величине отрицательным значениям проницаемости металла, соответствуют оптические частоты. Кроме того, мы предполагаем, что $\varepsilon' \gg \varepsilon''$ - действительная часть проницаемости, много больше, чем мнимая.

Таким образом, резонанс в ситемах двух близко расположенных металлических гранул возможен в оптической области частот. Для сравнения укажем, что резонанс на отдельной сферической частице происходит при $\varepsilon = -2$, что, согласно модели Друдэ (19), соответствует частоте, близкой к плазменной.

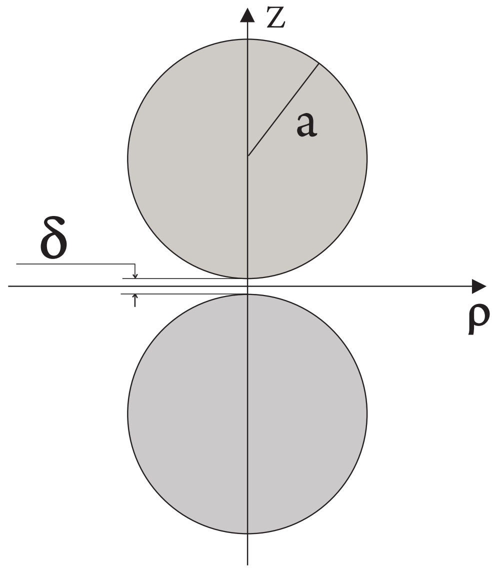

Рис. 4. Узкий зазор между двумя сферическими гранулами

.

Перейдем к определению коэффициента усиления внешнего электрического поля в зазоре. Для оценки необходимо приравнять мощность энергии, сообщаемой системе (две гранулы) внешним полем, к скорости диссипации энергии в системе. Для определения этих величин нужно знать пространственную структуру поля собственной моды. Перейдем к ее описанию.

Введем систему координат с осью z, проходящей через центры сферических частиц, и плоскостью xy посередине между частицами. Расстояние до начала координат в этой плоскости обозначим как ρ (рис. 4). Внутри зазора между частицами, поле собственной моды примерно постоянно, и направлено вдоль линии, соединяющей центры частиц (нас интересует мода, именно с таким направлением поля). Обозначим поле в центре зазора как E_c. Рассмотрим теперь распределение поля в плоскости xy. Очевидно, что в этой плоскости, поле направлено вдоль оси z и зависит только от расстояния до начала координат ρ.

Можно показать, что на расстояниях от центра зазора, больших по сравнению с его шириной, но малых по сравнению с размерами гранул - $\sqrt{a\delta} \ll \rho \ll a$ - разность потенциалов между ними остается приближенно постоянной. Отсюда можно получить оценку для поля в этой области:

$$E \sim E_c \frac{\delta a}{\rho^2}; \qquad \sqrt{a\delta} \ll \rho \ll a \tag{20}$$

Этой областью будет определяться и дипольный момент, который можно оценить как: $d \sim E_c\, a^2 \delta$. Тогда, поле на больших расстояниях от гранул - $\rho \gg a$, будет определяться именно этим дипольным моментом:

$$E \sim E_c \frac{\delta a^2}{\rho^3}; \qquad \rho \gg a \tag{21}$$

Теперь, можно перейти к определению коэффициента усиления поля. Поле в области зазора проникает вглубь гранул на расстояние порядка $\sqrt{a\delta}$. Это позволяет написать следующую оценку для энергии, диссипируемой в системе в единицу времени:

$$Q \sim \omega \varepsilon'' E_c^2\, a^{1/2} \delta^{5/2} \tag{22}$$

Эту величину нужно приравнять к энергии, сообщаемой системе внешним полем в единицу времени: $Q \sim \omega d E_0$. Таким образом, получим следующее выражение для усиления поля:

$$\frac{E_c}{E_0} \sim \frac{1}{\varepsilon''} \left(\frac{a}{\delta}\right)^{3/2} \tag{23}$$

Таким образом, усиление поля оказывается зависящим от геометрии системы. Укажем, что для резонанса на отдельной грануле, коэффициент усиления имеет порядок $\sim 1/\varepsilon''$.

Тем же методом можно исследовать усиление поля между двумя, близко расположенными параллельными цилиндрами. Для значений проницаемости, соответствующих резонансам, остается в силе результат (18). Для коэффициента усиления, однако, получается иное значение:

$$\frac{E_c}{E_0} \sim \frac{1}{\varepsilon''} \frac{a}{\delta} \tag{24}$$

Полученные оценки подтверждаются аналитическим решением уравнения Лапласа для соответствующих систем - двух шаров и двух цилиндров. Решение осуществляется с помощью бисферических координат для шаров и с помощью биполярных координат для цилиндров. В результате, получаем следующее значение для коэффициента усиления поля между двумя шарами:

$$\frac{E_c}{E_0} = \frac{1}{\varepsilon''} \frac{8\pi^2}{3\ln(a/\delta)} \left(\frac{a}{\delta}\right)^{3/2}, \tag{25}$$

и между двумя цилиндрами:

$$\frac{E_c}{E_0} = \frac{4}{\varepsilon''} \frac{a}{\delta}, \tag{26}$$

что полностью согласуется с полученными нами ранее оценками.

Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы. Достижение резонанса в системе двух, близко расположенных металлических гранул, возможно при больших отрицательных значениях проницаемости металла, что соответствует частотам, лежащим в оптической области. Положение резонанса определяется геометрией узкого зазора между гранулами. Коэффициент усиления поля, напротив, существенно зависит от геометрии самих гранул, и оказывается существеннно различным для сферических и цилиндрических гранул.

Сформулированные выводы позволяют предположить, что в системе двух гранул вытянутой формы, расположенных вдоль одной прямой (рис. 5), коэффициент усиления поля будет определяться размером гранул L, и окажется больше, чем для двух сферических или цилиндрических гранул. Аналитическое решение для систем подобных геометрий возможно в случае, когда гранулы представляют собой цилиндры вытянутого сечения. В этом случае, задача является эффективно двумерной. Оказывается возможным выполнить конформное преобразование координат таким образом, чтобы одна из координатных линий совпала с

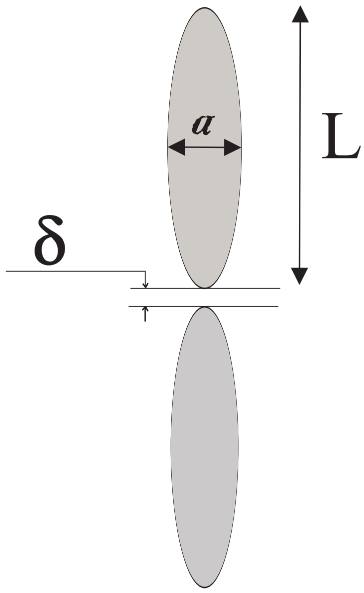

Рис. 5. Две вытянутые гранулы, расположенные близко друг к другу

.

линией, ограничивающей сечение гранулы в плоскости xy. После этого, возможно аналитическое решение уравнения Лапласа с постановкой соответствующих граничных условий. Решение дает следующие результаты. Резонансные значения восприимчивости металла по-прежнему определяются лишь геометрией узкого зазора, и даются выражением (18), в котором δ - толщина зазора, а под параметром a теперь следует понимать радиус кривизны поверхности гранулы в области зазора. Коэффициент усиления поля определяется размером гранулы и имеет следующую оценку:

$$\frac{E_c}{E_0} \sim \frac{1}{\varepsilon''}\frac{L}{\delta} \tag{27}$$

Глава 3 посвящена исследованию собственных плазмонных мод цепочки гранул, расположенных периодически вдоль прямой. Аналитическое рассмотрение допускает цепочка цилиндров, расположенных параллельно друг-другу (Рис. 6). В этом случае, задача является эффективно

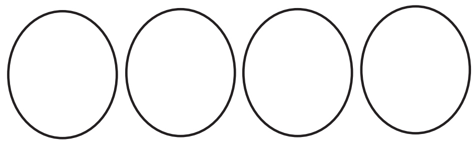

Рис. 6. Цепочка цилиндров

.

двумерной, и может быть аналитически решена с помощью соответствующего конформного преобразования координат, подобно тому, как в **Главе 2** была рассмотрена система двух вытянутых гранул.

Рассмотрим следующее конформное преобразование:

$$\xi + i\eta = \ln\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\pi(1/2 - iz))/l}{2}\right)\right] \tag{28}$$

где $z = x + iy$. Поверхности $\xi = \pm\xi_0$ представляют собой цепочку цилиндров, имеющих вытянутое сечение и расположенных близко друг к другу, если $\xi_o \ll 1$. Так как преобразование (28) является конформным, то оператор Лапласа в координатах ξ и η имеет следующий вид:

$$\Delta \equiv \frac{1}{h^2(\xi,\eta)}\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right) \tag{29}$$

где $h(\xi,\eta)$ - коэффициент Ламе, зависящий от координат. Оказывается возможным разделение переменных в уравнении Лапласа в координатах ξ и η, что позволяет аналитически исследовать собственные плазмонные моды в цепочке цилиндров.

В системы двух гранул, собственным модам соответствует набор частот, при которых проницаемость металла принимает одно из резонансных значений ε^n_{res}. В случае цепочки гранул, собственные моды характеризуются дополнительным параметром - квазиимпульсом q, определяющим изменение потенциала при движении вдоль цепочки. Резонансные значения проницаемости, теперь будут зависеть от квазиимпульса:

$\varepsilon^n_{res}(q)$, и эта зависимость определяет дисперсию моды - связь между частотой и квазиимпульсом. Представляет существенный интерес определение ширины этих зон, то есть размер области значений проницаемости, отвечающих одной зоне. Аналитиечское решение задачи показывает, что размер этой области оказывается порядка значений самой проницаемости.

Кроме того, представляет интерес дисперсия мод. Ее можно аналитически вычислить в области малых квазиимпульсов, где она оказывается линейной функцией q:

$$\varepsilon^n_{res}(q) \approx \varepsilon^n_{res}(q = 0) + \alpha q \tag{30}$$

где постоянные $\varepsilon^n_{res}(q = 0)$ и α зависят от конкретной формы сечения цилиндрических гранул и величины зазора между ними. Напомним, что $\varepsilon^n_{res}(q = 0)$ является большой по величине отрицательной величиной.

С помощью полученных результатов рассмотрена задача об отражении линейно поляризованной электромагнитной волны, падающей нормально на цепочку цилиндров, расположенных близко друг к другу. Предполагается, что магнитное поле волны направлено вдоль оси цилиндров.

В случае, если волна падает на плоскую металлическую пластинку толщиной a, и выполняется условие $\varepsilon ka \ll 1$, где k - волновой вектор в пустоте, волна почти не отражается - пластинка для нее является прозрачной [11]. При падении волны на цепочку цилиндров размеров a, и узкими зазорами между ними, ситуация качественным образом меняется. При частотах, соответствующих значениях проницаеомости металла, близким к резонансным, коэффициент отражения волны резко возрастает, и становится близким к единице. То есть, плазмонный резонанс приводит к тому, что падающая волна почти полностью отражается от цепочки. Как было показано в **Главе 2**, при значениях проницаемости, соответствующих резонансу, в зазорах между гранулами происходит усиление электрического поля падающей волны. Этот эффект и приводит к сильному отражению волны от такой системы.

В Заключении сформулированы основные результаты работы.

Выводы.

1. Исследовано влияние мембран на гидродинамическое взаимодействие частиц. Показано, что в системах с мемранами, корреляционные функции смещений частиц качетсвенно отличаются от таковых, в системах с твердыми границами, или в неограниченной жидкости. Определены условия, при которых корреляции зависят от внутренней вязкости мембран.

2. Исследовано усиление электрического поля волны в узких зазорах между двумя металлическими гранулами. Показано, что в таких системах, возможен резонанс поверхностных плазмонов. Положение резонансов определяется, в-основном, геометрией узкого зазора. Коэффициент усиления поля, напротив, определяется геометрией всей системы и зависит от размера гранул.

3. Исследованы собственные моды плазмонных колебаний в цепочках цилиндров. Оценены размеры резонансных зон и определена дисперсия мод. Раммотрена задача об отражении электромагнитной волны от цепочки цилиндров, и определено влияние плазмонного резонанса на коэффициент отражения.

Публикации по теме диссертации

1. P. Vorobev, *Role f membranes in hydrodynamic interaction of small particles*, Phys. Rev. E **77**, 046306, (2008).

2. P. Vorobev, *Electric field enhancement between two parallel cylinders due to plasmonic resonance*, JETP **110**, 2, 193-198, (2010).

3. V.V. Lebedev, S.S. Vergeles and P.Vorobev *Giant enhancement of electric field between two close metallic grains due to plasmonic resonance,* Optics Letters, **35**, 5, 640-642 (2010).

Литература

[1] *W.Helfrich // Z.Naturforsch., Teil C.* — 1973. — Vol. 28. — P. 693.

[2] *U.Seifert // Adv. Phys.* — 1997. — Vol. 46. — P. 13.

[3] *A.K.Sarychev, V.M.Shalaev.* Electrodynamics of metamaterials. — World Scientific, N.Y., 2007.

[4] *S.Ramakrishna // Rep.Prog.Phys.* — 2005. — Vol. 68. — Pp. 449–521.

[5] Optical Properties of Nanostructured Random Media / Ed. by V.M.Shalaev. — Springer, Berlin, 2002.

[6] Surface-Enhances Raman Scattering, vol.103 of Topics in Applied Physics / Ed. by M. K.Kneipp, H.Kneipp. — Springer, 2006.

[7] *P.K.Jain, Huang W., El-Sayed M. // Nano Lett.* — Vol. 7, no. 7. — P. 2080.

[8] *Дж.Хаппель, Г.Бреннер.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. — МИР, 1976.

[9] *Liron N., Mochon S. // J. Eng. Math.* — 1976. — Vol. 10. — P. 287.

[10] B. Cui, H. Diamant, B. Lin, S. A. Rice // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — P. 258301.

[11] *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.* Теоретическая физика, том VIII. Электродинамика сплошных сред. — Наука, 1992.

[12] I.P.Kaminov, W.L.Mammel, , H.P.Weber // *Applied Optics.* — 1974. — Vol. 13. — Pp. 396–405.