

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Л. Д. ЛАНДАУ

*На правах рукописи*

РОДИОНОВ Ярослав Игоревич

Равновесный и неравновесный транспорт в одноэлектронных  
устройствах

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Черноголовка – 2010

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук  
Бурмистров И. С.,

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
Скворцов М. А.,  
доктор физико-математических наук,  
Качоровский В. Ю.

Ведущая организация: Институт физики твердого тела РАН

Защита состоится 24 декабря 2010 года в 11 часов 30 минут на заседании Диссертационного совета Д 002.207.01 при Институте теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН по адресу: 142432, Московская обл., Ногинский р-н, г. Черноголовка, Институт физики твердого тела РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ ноября 2010 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета,

доктор физико-математических наук



Гриневич П. Г.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы.

Первые измерения эффектов кулоновской блокады на одноэлектронных транзисторах следует отнести еще к 1987 г. [1]. По мере развития техники эксперимента одно-электронные транзисторы стали стандартным инструментом для наблюдения эффектов кулоновского взаимодействия на мезоскопических масштабах. Размер одноэлектронного транзистора  $L \sim 1 \mu m$  достаточно мал, так что уже классическое кулоновское взаимодействие  $E_c \sim e^2/L$ , где  $e$  – заряд электрона, существенно меняет свойства низко-температурного электронного транспорта при температурах  $T \sim 10 K \lesssim E_c$ . К настоящему времени развито достаточно много теоретических [2, 3, 4] и экспериментальных [5, 6, 7] методов исследования кулоновской блокады. Физические явления в одноэлектронной коробке (ОЭК) и одно-электронном транзисторе (ОЭТ) – простейших мезоскопических системах, обнаруживающих кулоновскую блокаду, являются главным предметом исследования в диссертации. Свойства таких систем в высокой степени определяются электронной когерентностью и кулоновским взаимодействием. Работа мотивирована недавним теоретическим и экспериментальным интересом к:

- а) взаимосвязи между адмиттансом, сопротивлением и диссипацией в ОЭК в различных параметрических режимах [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14],
- б) релаксации температуры в квантовой точке [15] и термо-электрическим эффектам в ОЭТ [16],
- в) влиянию неравновесных условий на электрический транспорт в одно-электронных системах [17, 18, 19].

В работах [9, 10, 11] проведены первые расчеты диссипации и адмиттанса во взаимодействующей ОЭК для сверхнизких температур  $T \lesssim \delta$ , где  $\delta$  – среднее расстояние между одно-частичными уровнями островка ОЭК. Такой температурный режим будет называться в дальнейшем режимом когерентной ОЭК. В данном режиме полное решение задачи об адмиттансе ОЭК с учетом сильного кулоновского взаимодействия построено лишь недавно [14]. Теории, описывающей адмиттанс и диссипацию при более высоких температурах  $T \gg \delta$  не было построено. Оказывается, при температурах  $T \gg \delta \max\{1, g\}$ , где  $g$  – безразмерный кондактанс туннельного контакта ОЭК (или ОЭТ) задача упрощается, т.к. при таком условии, электронной когерентностью

можно пренебречь [20]. С точки зрения эксперимента актуальным является вопрос о построении теории диссипации и адмиттанса в ОЭК в условиях неравновесия.

Важный вопрос о законе релаксации электронной температуры и функции распределения островка ОЭК в неравновесных условиях затрагивался в работе [15]. Однако, рассмотрение в работе [15] ограничилось случаем сильной кулоновской блокады и предположениями, что: во-первых, электронное распределение является ферми-функцией с некоторой температурой, отличной от равновесной; во-вторых, транспорт доминируется ко-туннелированием (режим кулоновской долины); в-третьих, температуры резервуаров и островка близки. Задача о релаксации электронов при произвольно отличающихся характерных энергиях островка и резервуара еще не получила теоретического освещения.

**Цель работы** состоит в исследовании диссипации и адмиттанса, а так же релаксационных процессов в одно-электронной системе в режиме высоких температур  $T \gg \delta \max\{1, g\}$ . Для достижения этой цели была выполнена следующая программа:

1. Изучение равновесной диссипации в одноэлектронной системе с учетом сильного кулоновского взаимодействия; получение количественных, экспериментально проверяемых предсказаний для величин адмиттанса и диссипации в предельных случаях сильной и слабой кулоновской блокады.
2. Изучении закона релаксации электронной функции распределения в островке металлической ОЭК.
3. Обобщение теории диссипации в одноэлектронной системе с сильным кулоновским взаимодействием на неравновесный режим.

**Основные результаты** диссертации, выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. В режиме температур  $T \gg \delta \max\{1, g\}$  вычислен адмиттанс и построена теория диссипации ОЭК с сильным кулоновским взаимодействием. В предельных случаях сильной и слабой кулоновской блокады вычислено сопротивление зарядовой релаксации и перенормированная затворная емкость ОЭК.
2. Получено квантовое кинетическое уравнение, описывающее релаксацию электронной функции распределения островка, для ОЭТ с сильным кулоновским взаимодействием при характерных энергиях электронов

островка  $\varepsilon_d \gg \delta \max\{1, g\}$  и справедливое для любых значений безразмерного кондактанса. Приведены решения для наиболее интересных предельных случаев.

3. При характерных энергиях электронов островка  $\varepsilon_d \gg \delta \max\{1, g\}$  вычислен адмиттанс и построена теория диссипации ОЭК с сильным кулоновским взаимодействием в неравновесных условиях. Вычислено сопротивление зарядовой релаксации и перенормированная затворная емкость для случая сильной кулоновской блокады.

**Научная новизна и достоверность** Результаты диссертационной работы получены впервые, ее выводы обоснованы надежностью применявшихся при исследовании современных методов теоретической физики, подтверждаются экспериментальными результатами и апробацией работы.

**Научная и практическая ценность.** Полученные новые результаты позволяют лучше понять физику сильно-взаимодействующих одно-электронных систем в некогерентном режиме и могут быть применены для дальнейших теоретических исследований и анализа новых экспериментальных данных.

**Апробация работы.** Результаты, изложенные в диссертации были представлены: на конференции *Сильно-коррелированные электронные системы и квантовые критические явления*, г.Троицк, 2010, на международной конференции *Fundamentals of electronic nano-systems NanoPuter*, г.Санкт-Петербург, 2010, докладывались: на конференции *XXXV совещание по физике низких температур*, г.Черноголовка, 2009, на международной конференции *Landau Days*, г.Черноголовка 2009, а также на научных семинарах в Институте теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, Российском научном центре Курчатовский институт, Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН, Институте теоретической и прикладной электродинамики РАН.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 3 научные работы, список которых приведен в конце реферата.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

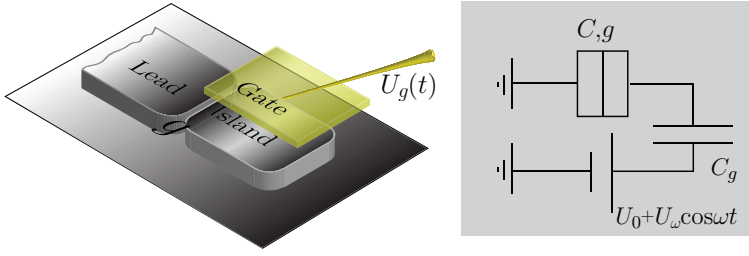


Рис. 1: Измерение диссипации и адмиттанса. На затворный электрод одно-электронной коробки подано постоянное напряжение  $U_0$ . Диссипативный ток через туннельный контакт индуцирован слабым переменным напряжением  $U(t)$ .

## Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность рассматриваемой темы, научная новизна исследований, а также сформулированы цели и приведены основные результаты работы. Кратко описана структура диссертации.

**Глава 1** посвящена изучению диссипации и адмиттанса в одно-электронной коробке. Физическая система состоит из металлического островка, соединенного с равновесным электронным резервуаром через туннельный контакт. Островок соединен с затворным электродом емкостным образом. Потенциал островка определяется затворным напряжением  $U_g$  электрода (см. Рис. 1). Система не пропускает постоянного электрического тока и непосредственное измерение кондактанса невозможно. Таким образом, основной динамической характеристикой системы становится адмиттанс, то есть отклик тока на переменное затворное напряжение:  $U_g(t) = U_0 + U_\Omega \cos \Omega t$ .

Физика системы определяется несколькими энергетическими масштабами: энергией Таулесса островка  $E_{Th}$ , его зарядовой энергией  $E_c$  и средним расстоянием между одночастичными уровнями  $\delta$ . Безразмерный (в единицах  $e^2/h$ , где  $e$  - заряд электрона,  $h$  постоянная Планка) кондактанс туннельного контакта  $g$  характеризует туннельную связь островка с резервуаром. В диссертации исследуются только системы, для которых имеет место следующая иерархия масштабов:

$$\max\{1, g\}\delta \ll T \ll E_{Th}, E_c \quad (1)$$

Условие  $T \ll E_{Th}$  позволяет считать металлический островок нуль-мерным объектом с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Температурный режим таков, что с одной стороны электроны сильно коррелированы ( $T \ll E_c$ ), с другой стороны можно пренебречь электронной когерентностью ( $T \gg \max\{\delta, g\delta\}$ ) [20, 21]. С учетом условий (1) одно-

электронная коробка описывается универсальным гамильтонианом [4]

$$H = \sum_{k,i} \varepsilon_k a_k^\dagger a_k + \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{(d)} d_{\alpha}^{\dagger} d_{\alpha} + X + X^{\dagger} + E_c (\hat{n}_d - q)^2. \quad (2)$$

Здесь,  $a_k^{\dagger}$  ( $d_{\alpha}^{\dagger}$ ) - оператор рождения электрона в резервуаре (островке),  $X = \sum_{k,\alpha} t_{k\alpha} a_k^{\dagger} d_{\alpha}$  - туннельный член,  $q = C_g U_g / e$  затворный заряд,  $\hat{n}_d = \sum_{\alpha} d_{\alpha}^{\dagger} d_{\alpha}$  - оператор числа частиц. Первая пара слагаемых в (2) описывает свободные электроны в резервуаре и на островке, следующая - туннелирование, и последнее слагаемое есть кулоновское взаимодействие в простейшей емкостной форме. Туннелирование характеризуется безразмерным эффективным кондактансом одного канала  $g_{\text{ch}} \sim \nu_D \nu_D |t|^2 \ll 1$  (здесь,  $\nu_D$ ,  $\nu_R$  - туннельные плотности состояний в островке и резервуаре,  $|t|^2$  - характерная прозрачность транспортного канала) и эффективным числом транспортных каналов:  $N_{\text{ch}}$ . Безразмерный кондактанс контакта определяется как  $g = g_{\text{ch}} N_{\text{ch}}$ . Во всей диссертации мы всегда будем предполагать, что

$$g_{\text{ch}} \ll 1, \quad N_{\text{ch}} \gg 1. \quad (3)$$

При этом полный кондактанс  $g$  может быть произвольным. В дальнейшем, единицы выбраны так, что  $\hbar = e = 1$ .

Если пренебречь квантовыми флуктуациями заряда, то система описывается классическими уравнениями, дающими следующее выражение для средней скорости диссипации в ОЭК:

$$\mathcal{W}_{\Omega} = \frac{\Omega^2}{2} C_g^2 R |U_{\Omega}|^2, \quad R = \frac{\hbar}{e^2 g}, \quad \hbar \Omega \ll g E_c, \quad (4)$$

где  $C_g$  обозначает затворную емкость. В первой главе вычислена мощность диссипации и адмиттанс ОЭК в предельных случаях большого ( $g \gg 1$ ) и малого ( $g \ll 1$ ) безразмерного туннельного кондактанса контакта. При выполнении условий (3) физика задачи может быть наиболее адекватно описана в рамках эффективного действия Амбегаокара-Экерна-Шона (АЭШ) [22].

Полученные результаты приводят к обобщению классического результата (4). Обнаружено, что при  $\Omega \rightarrow 0$  средняя скорость диссипации энергии факторизуется в обоих  $g \gg 1$  и  $g \ll 1$  пределах следующим образом:

$$\mathcal{W}_{\Omega} = \frac{\Omega^2}{2} C_g^2 \mathcal{R}_q |U_{\Omega}|^2, \quad \mathcal{R}_q = \frac{\hbar}{e^2 g'}, \quad C_g = \frac{\partial q'}{\partial U_0}, \quad (5)$$

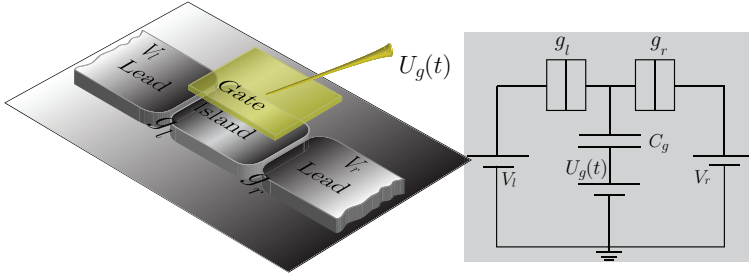


Рис. 2: Измерение кондактанса. На одно-электронный транзистор поданы постоянная разность потенциалов  $V_l - V_r$  и затворное напряжение  $U_g$ .

в полной аналогии с классическим выражением (4). Здесь,  $\mathcal{R}_q$  и  $C_g$  определены соответственно как *сопротивление зарядовой релаксации* и *перенормированная затворная емкость*. Сопротивление зарядовой релаксации  $\mathcal{R}_q$  и перенормированная затворная емкость  $C_g$  отличаются от своих классических аналогов и связаны с физическими наблюдаемыми, формально определенными в терминах квантового коррелятора  $K^R(\omega)$  [23]

$$g' = 4\pi \operatorname{Im} \left. \frac{\partial K^R(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega \rightarrow 0}, \quad q' = Q + \operatorname{Re} \left. \frac{\partial K^R(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega \rightarrow 0}. \quad (6)$$

Здесь,  $Q = \langle \hat{n}_d \rangle$  – средний заряд на островке, корреляционная функция  $K^R(t) = i\theta(t)\langle [X(t), X^\dagger(0)] \rangle$ . Для того, чтобы выявить физику, скрытую в величинах  $g'$  и  $C_g$ , предпочтительнее рассмотреть одноэлектронный транзистор (см. Рис. 2). В отсутствие постоянного напряжения между левым и правым резервуарами ОЭТ представляет собой по-существу ОЭК с по-другому определенным параметром  $g = g_l + g_r$ . Тогда  $g'$  есть физическая величина, определяющая кондактанс транзистора [24, 25]. Перенормированная затворная емкость  $C_g$  сильно отличается от эффективной емкости  $\partial Q / \partial U_0$ . В действительности,  $C_g = \partial q'(T) / \partial U_0$ , где  $q'(T)$  – так называемый квазичастичный заряд, физическая наблюдаемая, введенная недавно в работе [23] для описания перенормировки  $\theta$ -угла в задаче о кулоновской блокаде.

Для адмиттанса в режимах  $g \gg 1$  и  $g \ll 1$  удалось проверить выполнение общего соотношения

$$\mathcal{G}(\Omega) = -i\Omega \frac{\partial Q}{\partial U_0} + \frac{C}{C_g} C_g^2 \mathcal{R}_q \Omega^2, \quad \Omega \rightarrow 0. \quad (7)$$

Для ОЭК в режиме слабой кулоновской блокады ( $g \gg 1$ ) получен следующий результат для перенормированной затворной емкости:

$$C_g = C_g \left( 1 - \frac{D}{2} g^2(T) e^{-g(T)/2} \cos 2\pi q \right), \quad (8)$$



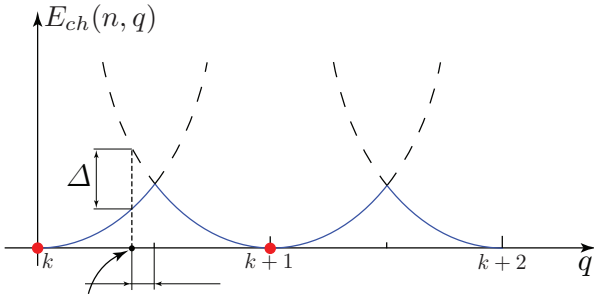


Рис. 3: Зарядовая энергия системы как функция наведенного затворного заряда  $q$ .  $n$  – заряд островка.

и сопротивления зарядовой релаксации:

$$\mathcal{R}_q = \frac{h}{e^2 g'(T)}, \quad g'(T) = g(T) \left( 1 - Dg(T) e^{-g(T)/2} \cos 2\pi q \right), \quad (9)$$

Здесь,  $g(T) = g - 2 \ln g E_c e^{\gamma+1} / (2\pi^2 T)$ , где  $\gamma \approx 0.577$  – константа Эйлера и  $D = (\pi^2/3) \exp(-\gamma - 1)$ . Результат (8) показывает, что эффекты кулоновской блокады приводят к появлению периодической зависимости затворной емкости ОЭК от затворного заряда. Так же, ожидаемую зависимость от затворного заряда имеет и  $\mathcal{R}_q$  (9).

В режиме сильной кулоновской блокады  $g \ll 1$  наиболее интересный режим соответствует положению системы в окрестности точки вырождения (см. Рис. 3), т.е. когда заряд, наведенный затворным напряжением, близок к полуцелому числу  $k + 1/2$ . В этом режиме транспорт определяется двумя ближайшими зарядовыми состояниями [26], которые при  $g = 0$  разделены кулоновской щелью  $\Delta = 2E_c(k + 1/2 - q)$ . Однако из-за туннелирования ( $g > 0$ ) все физические наблюдаемые, такие как  $\Delta$  и туннельный кондактанс  $g$ , сильно перенормируются вблизи точки вырождения.

Результат для адмиттанса при  $g \ll 1$ :

$$\mathcal{G}(\Omega) = \frac{C_g \bar{g} Z^4}{C} \frac{\bar{\Delta}}{4\pi T \sinh \frac{\bar{\Delta}}{2T}} \frac{-i\Omega}{-i\Omega + \frac{\bar{g}\bar{\Delta}}{2\pi} \coth \frac{\bar{\Delta}}{2T}}, \quad \Omega \ll \max\{|\bar{\Delta}|, T\}. \quad (10)$$

Здесь  $Z = \left( 1 + \frac{g}{2\pi^2} \lambda \right)^{-1/2}$  – скейлинговый множитель, возникающий благодаря виртуальным процессам,  $\lambda = \ln \frac{E_c}{\max\{T, |\Delta|\}}$  – большой логарифм. Далее,  $\bar{g} = gZ^2(\lambda)$  и  $\bar{\Delta} = \Delta Z^2(\lambda)$  определяют перенормированный туннельный кондактанс и кулоновскую щель. Выражение (10) переходит в (7), в пределе  $\Omega \rightarrow 0$ . При этом сопротивление зарядовой релаксации и перенормированная затворная емкость даются следующими выражениями:

$$C_g = C_g \frac{Z^2}{2} \frac{E_c}{T \cosh^2 \frac{\bar{\Delta}}{2T}}, \quad \mathcal{R}_q = \frac{h}{e^2 g'(T)}, \quad g'(T) = \frac{\bar{g}}{2} \frac{\bar{\Delta}}{T \sinh \frac{\bar{\Delta}}{2T}}. \quad (11)$$

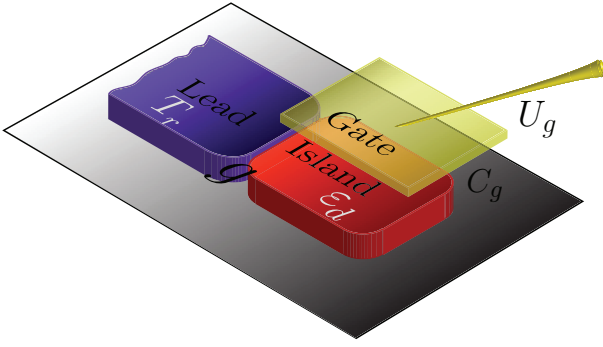


Рис. 4: Релаксация электронной функции распределения островка в ОЭК.  $T_r$  - температура резервуара. Характерная энергия электронов островка  $\varepsilon_d > T_r$ .

Полученные результаты составляют основу теории диссипации в одно-электронных системах развитой для случая высоких температур  $T \gg \delta \max\{1, g\}$ .

В **главе 2** мы рассматриваем задачу о релаксации электронов островка к термодинамическому равновесию за счет обмена электронами с резервуаром. Предположим, на островке ОЭК создана неравновесная электронная функция распределения с характерной энергией  $\varepsilon_d$  (температурой  $T_d$ ) большей чем температура резервуара  $T_r$  (Рис. 4).  $T_r$  предполагается постоянной во времени. По какому закону электронное распределение (температура) островка будет релаксировать к своему равновесному значению? Существует широкий параметрический режим, при котором обмен электронами между островком и резервуаром будет доминирующим процессом релаксации (см. обсуждение ниже). Возможны два сценария релаксации. Первый, квази-равновесный, соответствует случаю, когда электронное распределение внутри островка дается ферми-функцией с неравновесной температурой  $T_d$ , которая релаксирует к своему равновесному значению. Второй сценарий соответствует полностью неравновесному режиму, когда функция распределения электронов островка произвольна. Сценарий, по которому протекает релаксация определяется соотношением времени релаксации обусловленной электронным туннелированием  $\tau_E$  и временем релаксации обусловленной кулоновским взаимодействием электронов внутри островка  $\tau_{ee}$ . Неравновесный режим устанавливается при условии  $\tau_E \ll \tau_{ee}$ , в то время как квази-равновесие имеет место при  $\tau_E \gg \tau_{ee}$ . Важную роль играет также  $RC$ -время  $\tau_{RC} \sim 1/(gE_c)$ , за которое в системе устанавливается электрическая нейтральность. В работе показано, что условие  $E_c \gg \delta$  гарантирует выполнение условия  $\tau_{RC} \ll \tau_E$ . Таким образом, релаксация электронного распределения протекает в условиях

электронейтральности.

С учетом условий (3) в работе получено квантовое кинетическое уравнение

$$\partial_\tau F_\varepsilon^d(\tau) = -\frac{g}{2\pi\nu_d} \int \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im } \mathcal{D}_\omega^R(\tau) \left\{ \left( F_{\varepsilon-\omega}^r - F_\varepsilon^d(\tau) \right) \mathcal{B}_\omega(\tau) + 1 - F_\varepsilon^d(\tau) F_{\varepsilon-\omega}^r \right\}, \quad (12)$$

описывающее эволюцию функции распределения электронов островка. Здесь  $F_\varepsilon^{d,r}(\tau)$  есть вигнеровское преобразование электронной функции распределения  $f^{d,r}(t, t')$  внутри островка (резервуара):  $F_\varepsilon^{d,r}(\tau) = 1 - 2f_\varepsilon^{d,r}(\tau)$ , где  $\tau = (t + t')/2$  - медленное время. В равновесии  $F_\varepsilon^{d,r} = \tanh(\varepsilon/2T_r)$ . Правая часть ур. (12) есть интеграл столкновений, описывающий обмен электронами между резервуаром и островком. Функция  $\mathcal{B}_\omega(\tau)$  есть функция распределения коллективных бозонных мод, возникающих в системе благодаря кулоновскому взаимодействию. Их динамика описывается эффективным неравновесным АЭШ-действием, а ядро интеграла столкновений - их запаздывающим пропагатором. Показано, что функция распределения  $\mathcal{B}_\omega(\tau)$  имеет вид, свойственный для функции распределения электрон-дырочных пар в ферми-жидкости:

$$\mathcal{B}_\omega(\tau) = \frac{\int [1 - F_\varepsilon^d(\tau) F_{\varepsilon-\omega}^r(\tau)] d\varepsilon}{\int [F_\varepsilon^d(\tau) - F_{\varepsilon-\omega}^r(\tau)] d\varepsilon}. \quad (13)$$

Кинетическое уравнение (12) получено для *любых* значений безразмерного кондактанса  $g$  и обобщает результат [17], полученный для последовательного туннелирования (первый порядок по  $g$ ) и котунеллирования (второй порядок по  $g$ ) в рамках ортодоксальной теории кулоновской блокады. Разложение правой части (интеграла столкновений) ур. (12) по степеням  $g$ , всегда содержит *все* степени  $g$  и функции  $F_\varepsilon^d(\tau)$ . Таким образом, физика релаксации за счет обмена электронами с резервуаром отличается от релаксации в ферми-жидкости за счет электрон-электронного или электрон-фононного взаимодействия.

Наиболее интересное релаксационное поведение наблюдается при сильной кулоновской блокаде  $g \ll 1$  в точке вырождения  $\Delta = 0$ . Для неравновесной релаксации, аналитическое решение удастся получить в случае  $\varepsilon_d \gg T_r$ :

$$F_\varepsilon^d(\tau) = F_\varepsilon^r + \left( F_\varepsilon^d(0) - F_\varepsilon^r \right) \exp \left[ \frac{\mathcal{G}_r}{\mathcal{G}(0)} - \sqrt{\frac{\mathcal{G}_r^2}{\mathcal{G}^2(0)} + \frac{\delta\mathcal{G}_r\tau}{\pi}} \right]. \quad (14)$$

Здесь,

$$\mathcal{G}(\tau) = \frac{g}{2} \left[ 1 + \frac{g\lambda}{2\pi^2} \right]^{-1}, \quad \mathcal{G}_r = \frac{g}{2} \left( 1 + \frac{g}{2\pi^2} \ln \frac{E_c}{T_r} \right)^{-1}, \quad \lambda = \int \frac{\mathcal{B}_\omega}{2\omega} d\omega, \quad (15)$$

неравновесное обобщение перенормированного кондактанса  $g'$ , введенного в (6). Ур. (14) справедливо для не слишком больших времен:  $\tau \ll \pi/\delta\mathcal{G}_r$ . Решение (14) примечательно своей локальностью по энергии: эволюция функции распределения при данной энергии зависит только от ее же значения на данной энергии. Отметим, что стандартная экспоненциальная релаксация

$$F_\varepsilon^d(\tau) = F_\varepsilon^r + \left( F_\varepsilon^d(0) - F_\varepsilon^r \right) \exp \left( -\frac{\delta\mathcal{G}(0)\tau}{2\pi} \right), \quad (16)$$

возникающая в начале:  $\tau \ll \pi\mathcal{G}_r/(\delta\mathcal{G}^2(0))$ , перетекает в более медленную для промежуточных времен  $\pi\mathcal{G}_r/(\delta\mathcal{G}^2(0)) \ll \tau \ll \pi/(\delta\mathcal{G}_r)$ :

$$F_\varepsilon^d(\tau) = F_\varepsilon^r + \left( F_\varepsilon^d(0) - F_\varepsilon^r \right) \exp \left( -\sqrt{\frac{\delta\mathcal{G}_r\tau}{\pi}} \right). \quad (17)$$

Через большое время  $\tau \gg \pi/(\delta\mathcal{G}_r)$ , возникает вновь экспоненциальная релаксация:

$$F_\varepsilon^d(\tau) = F_\varepsilon^r + \left( F_\varepsilon^d(0) - F_\varepsilon^r \right) \exp \left[ -\frac{\delta\mathcal{G}_r\tau}{2\pi} \right]. \quad (18)$$

Для квази-равновесной релаксации аналитическое решение так же получено для случая *горячего* островка,  $T_d(0) \gg T_r$ :

$$T_d(\tau) = T_d(0) \exp \left[ \frac{\pi^2}{\mathcal{G}(0)} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\delta\mathcal{G}^2(0)\tau}{2\pi^3}} \right) \right]. \quad (19)$$

Решение (19) справедливо, пока островок остается горячим,  $T_d(\tau) \gg T_r$ . Если  $T_d(0) \gg T_r \exp(\pi^2/\mathcal{G}(0))$ , тогда начальная экспоненциальная релаксация

$$T_d(\tau) = T_d(0) \exp \left[ -\frac{\delta\mathcal{G}(0)\tau}{4\pi} \right] \quad (20)$$

при  $\tau \ll 2\pi^3/[\delta\mathcal{G}^2(0)]$  перетекает в любопытный промежуточный режим:

$$T_d(\tau) = T_d(0) \exp \left[ -\sqrt{\frac{\pi\delta\tau}{2}} \right], \quad \frac{2\pi^3}{\delta\mathcal{G}^2(0)} \ll \tau \ll \frac{2}{\pi\delta} \ln^2 \frac{T_d(0)}{T_r}. \quad (21)$$

Подчеркнем, что в этом режиме, релаксация становится независимой от прозрачности туннельного контакта  $g$ . В противоположном пределе,  $T_d(0) \ll$

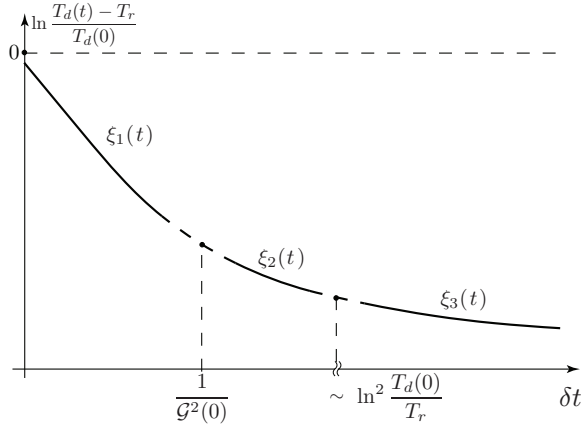


Рис. 5: Динамика температурной релаксации,  $g \ll 1$ ,  $T_d(0) \gg T_r \exp(\pi^2/\mathcal{G}(0))$ . Здесь,  $\xi_1(t) \sim -\mathcal{G}(0)\delta t$ ,  $\xi_2(t) \sim -\sqrt{\delta t}$ ,  $\xi_3(t) \sim -\mathcal{G}_r\delta t$ .

$T_r \exp(\pi^2/\mathcal{G}(0))$  температура  $T_d(\tau)$  меняется в соответствии с Ур. (20) для  $\tau \ll (4\pi/\delta\mathcal{G}(0)) \ln T_d(0)/T_r$ . На больших временах  $\tau \gg (4\pi/\delta\mathcal{G}_r) \ln T_d(0)/T_r$  температура  $T_d(\tau)$  становится порядка  $T_r$ :  $T_d(\tau) - T_r \ll T_r$  и система приходит к стандартной экспоненциальной релаксации:

$$T_d(\tau) = T_r + (T_d(0) - T_r) \exp\left(-\frac{\delta\mathcal{G}_r\tau}{4\pi}\right). \quad (22)$$

Эволюция температуры электронов внутри островка представлена на Рис. 5. Все уравнения релаксации, решенные в работе, обнаруживают общность:

$$\dot{X}_d \sim -\delta\mathcal{G}(X_d)(X_d - X_r), \quad (23)$$

где  $X_d$  - релаксирующая величина, а  $\mathcal{G}(X_d)$  перенормированный кондактанс. Ур. (23) имеет физически прозрачную интерпретацию. Характерный временной масштаб в правой части ур. (23) есть просто время нахождения частицы внутри островка, [19] т.е.  $\tau_E^{-1} \sim \mathcal{G}\delta$ . Общность и простота ур. (23) однако обманчива, так как приводит к сильно различающимся временным эволюциям физических величин в режимах слабой и сильной кулоновской блокады. Ур. (23), однако, не справедливо в режиме, когда транспорт доминируется ко-туннелированием. В общем случае, кинетическое уравнение не сводится к дифференциальному.

При решении задачи сделано предположение о доминантной роли релаксации за счет обмена электронами. Проведенные оценки показывают, что при  $T \lesssim 100 \text{ mK}$ , электрон-фононным взаимодействием можно пренебречь. В работе так же пренебрегается кулоновским взаимодействием между электронами островка и резервуара. Детальные оценки показывают, что в широком параметрическом режиме им также можно пренебречь.

В главе 3 рассчитан адмиттанс ОЭК в неравновесных условиях в режиме сильной кулоновской блокады ( $g \ll 1$ ); в тех же условиях развита теория диссипации ОЭК, найдены формулы для сопротивления зарядовой релаксации и перенормированной затворной емкости. Как и в равновесном режиме, диссипация в системе вызвана медленно меняющимся затворным напряжением  $U_g(t)$ . При внешней частоте  $\Omega \gg 1/\tau_E$  функция распределения электронов в ОЭК не успевает релаксировать за счет электронного обмена с резервуаром к своему равновесному значению и фактически стационарна, оставаясь при этом неравновесной. При этом, для поддержания стационарного режима из системы должен существовать отвод тепла (к примеру, через электрон-фононное взаимодействие). Показано, что в таком режиме диссипация так же факторизуется в соответствии с выражением (5). Найдены неравновесные обобщения для сопротивления зарядовой релаксации  $\mathcal{R}_q = h/(e^2 g')$  и перенормированной затворной емкости  $C_q = \partial q'/\partial C_g$ . В случае сильной кулоновской блокады величины  $q'$  и  $g'$  равны:

$$g' = -\frac{1}{2}\bar{g}\bar{\Delta}\partial_{\bar{\Delta}} \ln \mathcal{B}_{-\bar{\Delta}}, \quad q' = k + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\mathcal{B}_{-\bar{\Delta}}}. \quad (24)$$

Здесь, функция  $\mathcal{B}_\omega$  дается выражением (13), а перенормированные параметры  $\bar{g}$  и  $\bar{\Delta}$  как всегда содержат скейлинговые множители, обусловленные виртуальными процессами:

$$\bar{g} = Z^2 g, \quad \bar{\Delta} = Z^2 \Delta, \quad Z = \left(1 + \frac{g}{2\pi^2} \lambda\right)^{-1/2}, \quad \lambda = \int \frac{\mathcal{B}_\omega}{2\omega} d\omega \quad (25)$$

Получено общее выражение для адмиттанса на частотах  $\Omega \ll \max\{|\bar{\Delta}|, T_r, \varepsilon_d\}$ :

$$\mathcal{G}_\Omega = \frac{C_g Z^4 \bar{g} \bar{\Delta} \partial_{\bar{\Delta}} \mathcal{B}_{-\bar{\Delta}}}{C} \frac{i\Omega}{4\pi \mathcal{B}_{-\bar{\Delta}} - i\Omega - \frac{\bar{g}\bar{\Delta}\mathcal{B}_{-\bar{\Delta}}}{2\pi}}. \quad (26)$$

Формула для адмиттанса (26) справедлива для любой функции  $\mathcal{B}_\omega$  и является неравновесным обобщением результата (10). Как наиболее просто реализуемый экспериментально, подробно рассмотрен квази-равновесный случай  $F_\varepsilon^d = \tanh(\varepsilon/2T_d)$ ,  $T_d > T_r$  в качестве примера. Вещественная часть адмиттанса (26) при фиксированной частоте  $\Omega$  как функция затворного заряда  $q$  представлена на Рис. 6 для случая  $T_d > T_r$ .

При фиксированных  $C_g$ ,  $C$  и  $g$  высота максимума  $\text{Re } \mathcal{G}_\Omega$  определяется эффективной температурой электронно-дырочных возбуждений  $T_{\text{eh}} =$

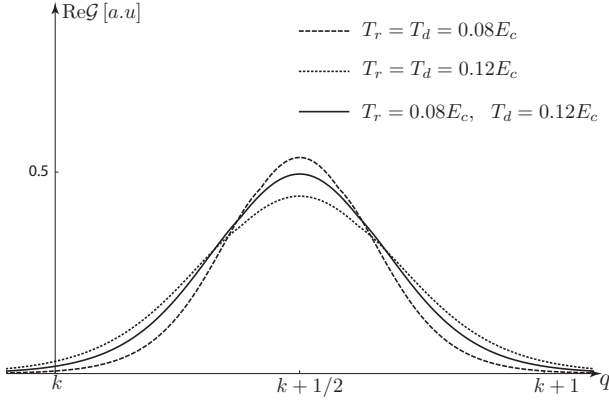


Рис. 6: Вещественная часть адмиттанса ОЭК при фиксированной внешней частоте  $\Omega$  как функция затворного заряда  $q$ . Мы используем  $g = 0.5$ ,  $\Omega = 0.02E_c$  and  $C_g/C = 0.24$ .

$\lim_{\bar{\Delta} \rightarrow 0} (\bar{\Delta}/2) \mathcal{B}_{\bar{\Delta}}$  [27]. Из результатов части 2 следует оценка:  $T_r \leq T_{\text{eh}} \leq T_d$ , а так же:  $T_{\text{eh}} \approx T_d \ln 2$  при  $T_d \gg T_r$ . Таким образом, значения неравновесного адмиттанса лежат в области  $\text{Re } \mathcal{G}_{\Omega, T_d} < \text{Re } \mathcal{G}_{\Omega} < \text{Re } \mathcal{G}_{\Omega, T_r}$ , где  $\mathcal{G}_{\Omega, T_d}$  и  $\mathcal{G}_{\Omega, T_r}$  соответственно равновесные адмиттансы при температурах  $T_d$  и  $T_r$ .

Электронно-дырочное распределение  $\mathcal{B}_{\omega}$  входит в адмиттанс двойко. Аналитическая структура адмиттанса, как функции внешней частоты  $\Omega$  полностью определяется электронно-дырочным распределением  $\mathcal{B}_{\omega}$  при  $\omega = -\bar{\Delta}$ . Скейлинговый параметр  $Z$ , приходящий из перенормировки, содержит информацию о  $\mathcal{B}_{\omega}$  в широком диапазоне  $\max\{|\bar{\Delta}|, T_r, \varepsilon_d\} < |\omega| < E_c$ . Адмиттанс (26) может использоваться в качестве инструмента для прямого экспериментального измерения  $\mathcal{B}_{\omega}$ . Таковым может быть измерение вещественной части адмиттанса  $\text{Re } \mathcal{G}_{\Omega}$  на двух различных внешних частотах. Другая возможность состоит в одновременном измерении вещественной и мнимой частей  $\mathcal{G}_{\Omega}$  при заданной частоте [12]. Меняя затворное напряжение  $U_0$ , можно экспериментально считывать  $\bar{\Delta} \mathcal{B}_{-\bar{\Delta}}$  во всем интервале значений  $\bar{\Delta}$ . Измерение частотной зависимости  $\text{Re } \mathcal{G}_{\Omega}$  в кулоновском пике ( $\bar{\Delta} = 0$ ) позволяет измерить эффективную температуру  $T_{\text{eh}}$  электронно-дырочных пар. Таким образом, адмиттанс ОЭК при переменном во времени затворном напряжении может быть использован в качестве термометра для электронно-дырочных пар.

Температура  $T_d$  электронов на островке ОЭК, а вместе с ней и  $T_{\text{eh}}$  определяется балансом между диссипируемой энергией  $\mathcal{W}_{\Omega}$  и потоком энергии в фононную подсистему за счет электрон-фононного взаимодействия. В случае кулоновского пика ( $\bar{\Delta} = 0$ ) и для горячего островка ( $T_d \gg T_r$ ) температура электронов  $T_d \propto U_{\Omega}^{\alpha}$ , где степень  $\alpha$  зависит от деталей электрон-фононного взаимодействия.

**В заключении** сформулированы основные выводы работы.

## Выводы

1. В работе построена теория диссипации в ОЭК с сильным кулоновским взаимодействием при температурах  $T \gg \delta \max\{1, g\}$ . Вычислен адмиттанс и сопротивление зарядовой релаксации в предельных случаях сильной и слабой кулоновской блокады. Оказалось, что омическая диссипация контролируется новой физической наблюдаемой: перенормированной затворной емкостью. Получено выражение для адмиттанса системы в режиме сильной кулоновской блокады в широком интервале внешних частот  $\Omega$ .

2. Получено квантовое кинетическое уравнение, описывающее релаксацию электронной функции распределения островка для одно-электронной системы с сильным кулоновским взаимодействием при характерной энергии электронов островка  $\varepsilon_d \gg \delta \max\{1, g\}$  и для любых значений безразмерного кондактанса системы  $g$ . Исследованы решения для эволюции функции распределения для наиболее интересных предельных случаев. Для всех рассмотренных случаев уравнения релаксации допускают наглядную физическую интерпретацию. Установлено, что сильное кулоновское взаимодействие существенным образом меняет закон релаксации электронного распределения в режимах сильной и слабой кулоновской блокады.

3. Построена теория диссипации в ОЭК с сильным кулоновским взаимодействием при характерной энергии островка  $\varepsilon_d \gg \delta \max\{1, g\}$  в неравновесном режиме. Получено неравновесное обобщение для адмиттанса системы, сопротивления зарядовой релаксации и перенормированной затворной емкости для случая сильной кулоновской блокады. Указана экспериментальная возможность для прямого измерения электронно-дырочной функции распределения в ОЭК в режиме сильной кулоновской блокады.



**Основные результаты диссертации опубликованы** в следующих работах:

1. Ya.I. Rodionov, I.S. Burmistrov, A.S. Ioselevich, Charge relaxation resistance in the Coulomb blockade problem, Phys. Rev. B **80**, 035332 (2009).
2. Ya.I. Rodionov, I.S. Burmistrov, N.M. Chtchelkatchev, Relaxation dynamics of the electron distribution in the Coulomb-blockade problem, Phys. Rev. B **82**, 155317 (2010).
3. Ya.I. Rodionov, I.S. Burmistrov, Out-of-Equilibrium Admittance of Single Electron Box Under Strong Coulomb Blockade, Письма в ЖЭТФ т. 92 вып. 10 стр. 766(2010).

## Цитируемая литература:

- [1] T.A. Fulton and G.J. Dolan, Phys. Rev. Lett. **59**, 807 (1987).
- [2] G. Schön, A. Zaikin, Phys. Rep. **198**, 237 (1990).
- [3] I. Aleiner, P. Brouwer, L. Glazman, Phys. Rep. **358**, 309 (2002).
- [4] For a review, see L.I. Glazman and M. Pustilnik in *New Directions in Mesoscopic Physics (Towards to Nanoscience*, eds. R. Fazio, G. F. Gantmakher and Y. Imry (Kluwer, Dordrecht, 2003).
- [5] Z. Phys. B: Condens. Matter **85**, 317 (1991), special issue on single charge tunneling, edited by H. Grabert and H. Horner.
- [6] *Single Charge Tunneling*, edited by H. Grabert and M.H. Devoret (Plenum, New York, 1992).
- [7] M. Büttiker, Phys. Rev. B **36**, 3548 (1987); Y. Blanter and M. Büttiker, Phys. Rep. **336**, 1 (2000).
- [8] M. Büttiker, H. Thomas, A. Pretre, Phys. Lett. A **180**, 364 (1993).
- [9] M. Büttiker, A.M. Martin, Phys. Rev. B **61**, 2737 (2000).
- [10] S.E. Nigg, R. López, and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **97**, 206804 (2006).
- [11] S.E. Nigg M. Büttiker, Phys. Rev. B **77**, 085312 (2008).
- [12] J. Gabelli, G. Feve, J.M. Berroir, B. Placais et al., Science **313**, 499 (2006).
- [13] F. Persson, C.M. Wilson, M. Sandberg, G. Johansson, P. Delsing, Nano Lett. **10**, 953 (2010).
- [14] C. Mora, K. Le Hur, Nat. Phys. **6**, 697 (2010).
- [15] A. Glatz and I.S. Beloborodov, Phys. Rev. B **81**, 033408 (2010).
- [16] B. Kubala, J. König and J. Pekola, Phys. Rev. Lett. **100**, 066801 (2008);
- [17] D.M. Basko and V.E. Kravtsov, Phys. Rev. Lett. **93**, 056804 (2004); Phys. Rev. B **71**, 085311 (2005).
- [18] A. Altland and F. Egger, Phys. Rev. Lett. **102**, 026805 (2009).
- [19] D. Bagrets and F. Pistolesi, Phys. Rev. B **75**, 165315 (2007).
- [20] K.B. Efetov and A. Tschersich, Phys. Rev. B **67**, 174205 (2003).
- [21] I. Beloborodov, K. Efetov, A. Altland, and F. Hekking, Phys. Rev. B **63**, 115109 (2001).
- [22] V. Ambegaokar, U. Eckern and G. Schön, Phys. Rev. Lett. **48**, 1745 (1982).

- [23] I.S. Burmistrov, A.M.M. Pruisken Phys. Rev. Lett. **101**, 056801 (2008).
- [24] E. Ben-Jacob, E. Mottola and G. Schön, Phys. Rev. Lett. **51**, 2064 (1983); C. Wallisser et al., Phys. Rev. B **66**, 125314 (2002).
- [25] H. Schoeller and G. Schön, Phys. Rev. B **50**, 18436 (1994).
- [26] K.A. Matveev, Sov. Phys. JETP **72**, 892 (1991).
- [27] A. Petković, N.M. Chtchelkatchev, T.I. Baturina, V.M. Vinokur, Phys. Rev. Lett. **105**, 187003 (2010).