На правах рукописи

ШАРАФУТДИНОВ Азат Уралович

Спиновые корреляции в квантовых точках и наночастицах

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Черноголовка – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук.

Научный руководитель: **Бурмистров Игорь Сергеевич**
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау
Российской академии наук

Официальные оппоненты: **Вальтер Валентинович Погосов**
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник,
Всероссийский научно-исследовательский
институт автоматики им. Н.Л. Духова

Борис Николаевич Нарожный
кандидат физико-математических наук,
доцент Национального исследовательского
ядерного университета «МИФИ»

Ведущая организация: Институт физики твердого тела Российской академии наук

Защита диссертации состоится 25.12.15 на заседании диссертационного совета Д 002.207.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук по адресу: 142432, Московская обл. г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1-А, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН. Автореферат разослан ________ 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук Гриневич Пётр Георгиевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Данная диссертационная работа представляет собой исследование влияния анизотропии спиновых корреляций на проявления мезоскопической стоунеровской неустойчивости в термодинамических и транспортных свойствах квантовых точек. Особое внимание будет уделено области вблизи стоунеровской неустойчивости, так как в этой области данные проявления выражены особенно ярко и не размываются при высоких температурах.

Квантовые точки представляют собой нульмерные сильно коррелированные электронные системы. Одночастичный спектр квантовой точки можно найти с помощью уравнений Шредингера. Однако, вид этого спектра зависит от формы потенциала задающего квантовую точку, который, в свою очередь, может зависеть, например, от затворного напряжения. Таким образом при вычислении наблюдаемых величин для квантовой точки необходимо учитывать флуктуации одночастичного спектра. Статистику одночастичных уровней можно описать теорией случайных матриц [12]. С уменьшением размеров электронных систем все большее значение имеют корреляции электронов между собой за счет взаимодействия в кулоновском, обменном и куперовском каналах. Наиболее выраженным эффектом является кулоновская блокада – подавление транспорта через квантовую точку при низких температурах. Вызван этот эффект тем, что сильное кулоновское взаимодействие препятствует помещению на квантовую точку дополнительного электрона. Обменное же взаимодействие приводит к спиновым корреляциям. Это более тонкие эффекты, но их проявления наблюдаются на экспериментах. В частности, они проявляются в статистике флуктуаций высот и расстояний между кулоновскими пиками [2, 3]. Дальнейшее исследование эффектов обменного взаимодействия показало, что свойства квантовой точки зависят от типа обменного взаимодействия - для изотропного(гейзенберговского) обменного взаимодействия и изинговского обменного взаимодействия поведение квантовой точки различается. В связи с этим возникла необходимость сравнительного анализа. В частности в работе [1] был проделан соответствующий анализ в рамках теории возмущений по анизотропии и предсказывался дополнительный пик в туннельной плотности состояний.

Данная диссертационая работа посвящена исследованию влияния анизотропного обменного взаимодействия между электронами на термодинамические и транспортные свойства квантовых точек.

Цель работы.

Целью настоящей диссертационной работы является изучение влияния анизотропии обменного взаимодействия в квантовой точке на термодинамические и транспортные свойства электронов в квантовых точках. В центре внимания будут эффекты вызванные мезоскопической стоунеровской неустойчивости. Эти эффекты наиболее заметны в области вблизи перехода Стоунера, поэтому этой области будет уделено особой внимание.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Флуктуации одночастичного спектра квантовой точки не вызывают сдвига стоунеровской неустойчивости.

2. Дополнительная немонотонность в туннельной плотности состояний предсказанная в работе [1] отсутствует.

3. Температурная зависимость спиновой восприимчивости подавлена за счет анизотропии обменного взаимодействия.

4. Флуктуации одночастичного спектра приводят к существенному уширению частотной зависимости динамической спиновой восприимчивости вблизи перехода Стоунера.

5. Диссипативное действие для спина, записанное через переменные Вея-Нормана-Колоколова позволяет описывать динамику спина квантовой точки туннельно связанной с резервуаром вне адиабатического приближения.

Научная новизна и достоверность.

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность ее выводов обеспечена надежностью применявшихся методов и подтверждается результатами апробации работы.

Научная и практическая ценность.

Диссертация носит теоретический характер. Исследование электронных корреляций важно для дальнейшего уменьшения размеров электронных систем. Выражения для корреляторов гамильтониана с анизотропным обменным взаимодействием могут иметь самостоятельную ценность как аналитически точные результаты.

Апробация диссертации.

Результаты диссертации докладывались: на международном симпозиуме по "Топологии и неравновесности в низкоразмерных электронных системах" (Франция, Лез-Уш, 2013), на XX Уральской международной зимней школе по физике полупроводников (Екатеринбург-Новоуральск, 2014), на международном симпозиуме "Текущие достижения и перспективы в области скейлинга, мультифрактальности, взаимодействий и топологических эффектов вблизи перехода Андерсона" (Германия, Дрезден, 2014), а также на ученом совете в ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН и на семинаре в ИФТТ РАН.

Публикации.

Результаты диссертации опубликованы в 3 статьях в научных журналах, входящих в перечень ВАК. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложений и списка литературы.

Содержание работы

Во введении дан краткий обзор литературы, аргументированна актуальность и научная новизна полученных результатов. Представлены основные результаты диссертации. В главе 1 определяется модельный универсальный гамильтониан с анизотропным обменным взаимодействием и выводятся точные аналитические выражения выражения для статистической суммы, продольной и поперечной спиновой восприимчивости и туннельной плотности состояний.

В металлическом режиме при $E_{Th}/\delta \gg 1$ квантовая точка хорошо описывается достаточно простым универсальным гамильтонианом следующего вида

$$H = H_0 + H_C + H_S. \tag{1}$$

Здесь δ - среднее расстояние между уровнями, E_{Th} - энергия Таулесса для данной квантовой точки. Гамильтониан невзаимодействующих электронов,

$$H_0 = \sum_{\alpha,\sigma} \epsilon_{\alpha,\sigma} a^\dagger_{\alpha\sigma} a_{\alpha\sigma}, \tag{2}$$

записывается, как обычно, через операторы рождения ($a^\dagger_{\alpha\sigma}$) и уничтожения ($a_{\alpha\sigma}$). Он содержит в себе зависящие от спина ($\sigma = \pm$) одночастичные уровни $\epsilon_{\alpha,\sigma}$. В дальнейшем мы будем предполагать что уровни испытывают зеемановское расщепление магнитным полем B, т.е. $\epsilon_{\alpha,\sigma} = \epsilon_\alpha + g_L \mu_B B\sigma/2$. Здесь g_L и μ_B – g-фактор Ланде и магнетон Бора. Зарядовая часть гамильтониана

$$H_C = E_c(\hat{n} - N_0)^2, \tag{3}$$

описывает прямое кулоновское взаимодействие в нульмерном приближении, $E_{\mathrm{Th}}/\delta \gg 1$. Здесь

$$\hat{n} = \sum_\alpha n_\alpha = \sum_{\alpha,\sigma} a^\dagger_{\alpha,\sigma} a_{\alpha,\sigma} \tag{4}$$

оператор числа частиц и N_0 фоновый заряд. Мы будем пользуемся системой единиц $e = \hbar = 1$.Слагаемое,

$$H_S = -J_\perp(\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2) - J_z \hat{S}_z^2, \tag{5}$$

представляет собой обменное взаимодействие внутри КТ. Оператор полного спина

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{2}\sum_{\sigma\sigma'} a^{\dagger}_{\alpha\sigma}\boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'}a_{\alpha\sigma'} \tag{6}$$

определен через обычные матрицы Паули $\boldsymbol{\sigma}$.

В универсальном гамильтониане межэлектронное взаимодействие вместо полного набора матричных элементов характеризуется всего тремя параметрами: зарядовой энергией E_c, обменной энергией J и энергией обмена в куперовском канале J_c – мезоскопические флуктуации около этого универсального гамильтониана подавлены по параметру δ/E_{Th}.

В случае изотропного, Гейзенберговского обмена $J_\perp = J_z$, гамильтониан (1) сводится к универсальному гамильтониану, который описывает КТ в пределе $E_{\mathrm{Th}}/\delta \gg 1$. [6] В этом предельном случае одночастичные уровни ϵ_α случайны. Их статистика (в отсутствии магнитного поля, $B = 0$) описывается ортогональным ансамблем Вигнера-Дайсона. Гамильтониан (1) с Изинговским обменом, $J_\perp = 0$, и $B = 0$ может быть использован для описания двумерных КТ со спин орбитальным взаимодействием [4, 5]. В этом случае статистика ϵ_α описывается унитарным ансамблем Вигнера-Дайсона.

Мы будем рассматривать переход от гейзенберговского к изинговскому обменному взаимодействию с помощью универсального гамильтониана с одноосевой анизотропией обменного взаимодействия. Хотя эта модель не имеет полноценного микроскопического обоснования она может быть применима для ферромагнитных частиц нанометрового масштаба. Например, существенная анизотропия обменного взаимодействия была обнаружена в экспериментах по изучению туннельного спектра таких наночастиц [7]. Модель похожая на гаильтониан с анизотропным обменным взаимодействием позволяет объяснить основные особенности экспериментально измеренного спектра возбуждений [8]. Анизотропия обменного взаимодействия может быть вызвана магнитокристаллической анизотропией в объеме, анизотропией поверхности и формы. Наличие спин-орбитального взаимодействия приводит к большим мезоскопическим флуктуациям в анизотропной части обменного взаимодействия [9, 10]. В квантовых точках анизотропное обменное взаимодействие может быть вызвано ферромагнитными контактами [11].

Результат для статистической суммы большого канонического ансамбля $Z = \mathrm{Tr}\, e^{-\beta H + \beta\mu\hat{n}}$ (μ - химический потенциал) для системы с гамильтонианом (3) имеет следующий вид

$$Z(b) = \sum_{n_\uparrow, n_\downarrow} Z_{n_\uparrow} Z_{n_\downarrow} e^{-\beta E_c (n-N_0)^2 + \beta J_\perp m(m+1) + \beta\mu n}\, \mathrm{sgn}\,(2m+1) \sum_{l=-|m+1/2|+1/2}^{|m+1/2|-1/2} e^{\beta(J_z - J_\perp)l^2 - \beta b l}. \tag{7}$$

Здесь $b = g_L \mu_B B/2$. Целые числа $n_\uparrow$ и $n_\downarrow$ представляют собой число частиц со спином вверх и спином вниз, соответственно. Полное число электронов $n = n_\uparrow + n_\downarrow$, и $m = (n_\uparrow - n_\downarrow)/2$. Заметим, что для конфигурации с заданными $n_\uparrow$ и $n_\downarrow$ полный спин равен $S = |m+1/2| - 1/2$. Целое число l соответствует z проекции полного спина $\boldsymbol{S}$. Множители $Z_{n_\uparrow}$ и $Z_{n_\downarrow}$ являются статистическими суммами канонического ансамбля для $n_\uparrow$ и $n_\downarrow$ невзаимодействующих бесспиновых электронов. Каноническая статистическая сумма считает вклады от одночастичных уровней энергии и дается интегралами Дарвина-Фаулера:

$$Z_n = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} e^{-in\theta} \prod_\gamma \left(1 + e^{i\theta - \beta\epsilon_\gamma}\right). \tag{8}$$

Для гейзенберговского обменного взаимодействия, $J_\perp = J_z$ наш ответ (7) совпадает с результатами известными из литературы [3, 17, 16]. В случае изинговского обменного взаимодействия, $J_\perp = 0$, наш результат (7) согласуется с результатами из [18].

Продольная спиновая восприимчивость определяемая следующим образом

$$\chi_{zz}(T, b) \equiv T \frac{\partial^2}{\partial b^2} \ln Z, \tag{9}$$

имеет для нашей системы следующий вид

$$\begin{aligned}\chi_{zz} =& \frac{e^{-\beta J_\perp/4}}{2\pi\sqrt{J_\perp^5 |J_z - J_\perp|}} \int_{-\infty}^{\infty} dh d\mathcal{B}\, e^{-\frac{1}{4\beta J_\perp}[4h^2 + \beta^2(b+\eta\mathcal{B})^2]} \frac{\operatorname{sh}(h)}{\operatorname{sh}^3\big(\beta(b+\eta\mathcal{B})/2\big)} e^{-\frac{\beta\mathcal{B}^2}{4|J_z - J_\perp|}]} \\ &\times \Big[\operatorname{sh}\left((b+\eta\mathcal{B})h/J_\perp\right)\big(h^2 \operatorname{sh}^2 \frac{\beta(b+\eta\mathcal{B})}{2} + \frac{\beta^2 J_\perp^2}{4}(1 + \operatorname{ch}^2 \frac{\beta(b+\eta\mathcal{B})}{2}\big) \\ &- \frac{\beta h}{2} \operatorname{ch}\left((b+\eta\mathcal{B})h/J_\perp\right) \operatorname{sh}\beta(b+\eta\mathcal{B})\big)\Big] \prod_\sigma e^{\beta\Omega_0(\tilde{\mu}) - \beta\Omega_0(\tilde{\mu} + h\sigma/\beta)}.\end{aligned} \tag{10}$$

Для поперечной спиновой восприимчивости мы будем пользоваться следующим определением (см, например, [20])

$$\chi_\perp(\omega) = \frac{i}{Z} \int_0^\infty dt e^{i(\omega + i0^+)t} \operatorname{Tr}\Big([\hat{S}_+(t), \hat{S}_-(0)] e^{-\beta H}\Big), \tag{11}$$

где $\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$.

Точное выражение для динамической спиновой восприимчивости дается следующим выражением

$$\chi_\perp(\omega) = \frac{1}{Z}\sum_{n_\uparrow,n_\downarrow} Z_{n_\uparrow}Z_{n_\downarrow}e^{-\beta E_c(n-N_0)^2+\beta J_\perp m(m+1)+\beta\mu n}\,\mathrm{sgn}\,(2m+1)\sum_{l=-|m+1/2|+1/2}^{|m+1/2|-1/2} e^{\beta(J_z-J_\perp)l^2-\beta b l}$$
$$\times\sum_{\sigma=\pm}\frac{\sigma\big[m(m+1)-l^2\big]-l}{\omega+b+(J_\perp-J_z)(2l+\sigma)+i0^+}. \tag{12}$$

Пользуясь преобразованиями Вея-Нормана-Колоколова [21],[22] можно получить следующий точный результат для туннельной плотности состояний

$$\nu(\varepsilon) = \frac{1+e^{-\beta\varepsilon}}{Z}\sum_{n_\uparrow,n_\downarrow} Z_{n_\uparrow}Z_{n_\downarrow}e^{-\beta E_c(n-N_0)^2+\beta\mu n+\beta J_\perp m(m+1)}\,\mathrm{sgn}(2m+1)\sum_{l=-|m+1/2|+1/2}^{|m+1/2|-1/2} e^{\beta(J_z-J_\perp)l^2}$$
$$\times\sum_\alpha\Bigg\{\delta\Big(\varepsilon-\epsilon_\alpha+\mu-E_c(2n-2N_0+1)-J_\perp(m+1/4)+(J_z-J_\perp)(l+1/4)\Big)$$
$$\times\frac{m-l}{m}\left[\frac{Z_{n_\downarrow}(\epsilon_\alpha)}{Z_{n_\downarrow}}-\frac{Z_{n_\uparrow}(\epsilon_\alpha)}{(2m+1)Z_{n_\uparrow}}\right]+\frac{2m+2+2l}{2m+1}\frac{Z_{n_\uparrow}(\epsilon_\alpha)}{Z_{n_\uparrow}}$$
$$\times\,\delta\Big(\varepsilon-\epsilon_\alpha+\mu-E_c(2n-2N_0+1)+J_\perp(m+3/4)+(J_z-J_\perp)(l+1/4)\Big)\Bigg\}. \tag{13}$$

Каждое слагаемое в Ур. (13) соответствует туннелированию электрона энергией ε и заданным спином с(на) одночастичного уровня ϵ_α. Каждая дельта-функция отражает закон сохранения энергии. Множитель $Z_n(\epsilon_\alpha)/Z_n$ соответствует вероятности того, что одночастичный уровень с энергией ϵ_α не занят при условии, что полное число электронов n. В изотропном пределе, $J_z = J_\perp$, Ур. (13) совпадает с результатом полученным в [17],[16]. В случае Изинговского обменного взаимодействия, $J_\perp = 0$, Ур. (13) преобразуется в результат из [18]. В отсутствии обменного взаимодействия, $J_z = J_\perp = 0$, результат (13) совпадает с выражением из [19].

Из-за снятия вырождения многочастичного спектра обменным взаимодействием каждый дельта-пик для изотропного случая заменяется $2m+1$ пиком. Огибающая этого множества пиков имеет ширину порядка $2m(J_z - J_\perp)$. Как мы покажем ниже это приводит к размытию пика в туннельной плотности состояний по сравнению с изотропным случаем.

В главе 2 анализируются выражения из предыдущей главы для эквидистантного одночастичного спектра квантовой точки. Строго говоря, квантовая точка с эквидистантным спектром это идеализация. Однако, цель диссертационной работы заключается в исследовании влияния анизотропии обменного взаимодействия на систему. Поэтому чтобы исключить эффекты связанные с флуктуациями расстояний между уровнями рассмотрим сначала простейший спектр – эквидистантный.

В анизотропном случае есть множество температурных интервалов с различным поведением продольной спиновой восприимчивости. При температурах $\max\left\{\delta, \frac{\delta(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_z)}\right\} \ll T \ll \frac{\delta^2(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_\perp)(\delta-J_z)}$, мы находим

$$\chi_{zz}(T) = \frac{1}{2(\delta-J_z)} + \frac{\beta}{4}\frac{\delta^2}{(\delta-J_z)^2}. \tag{14}$$

Для интервала температур $\max\left\{\delta, \frac{(\delta-J_\perp)(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_z)}\right\} \ll T \ll \frac{\delta(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_z)}$, мы получаем

$$\chi_{zz}(T) = \frac{1}{2(\delta-J_z)} + \frac{\beta}{4}\frac{J_\perp^2}{(\delta-J_z)^2}. \tag{15}$$

Если температура находится внутри интервала $\max\left\{\delta, \frac{J_\perp^2(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_\perp)(\delta-J_z)}\right\} \ll T \ll \frac{(\delta-J_\perp)(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_z)}$ спиновая восприимчивость в нулевом магнитном поле становится равной

$$\chi_{zz}(T) = \frac{1}{2(\delta-J_z)} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{J_\perp\sqrt{\beta J_*}}{(\delta-J_z)(J_z-J_\perp)}. \tag{16}$$

Наконец, для самых низких температур, $\delta \ll T \ll \min\left\{\frac{J_\perp^2(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_\perp)(\delta-J_z)}, \frac{(\delta-J_\perp)(J_z-J_\perp)}{(\delta-J_z)}\right\}$, мы находим

$$\chi_{zz}(T) = \frac{1}{2(\delta-J_z)} + \frac{\beta}{4}\frac{J_\perp^2}{(\delta-J_z)^2}. \tag{17}$$

При высоких температурах $T \gg J_\perp^2/(\delta-J_z)$ наш результат (17) подразумевают ферми-жидкостное поведение $\chi_{zz}(T)$. При низких температурах $T \ll J_\perp^2/(\delta-J_z)$ наши ответы (15) и (17) приводят к температурной зависимости спиновой восприимчивости типа Кюри. В промежуточной области зависимость от температуры имеет необычный корневой вид (Ур. (16)).

Поведение $\chi_\perp(\omega)$ как функиции частоты показана на Рис. 2. В пределе больших частот или сильных магнитных полей, $\beta(\delta-J_\perp)|\varpi| \gg 1$, мнимая часть поперечной спиновой восприимчивости экспоненциально мала:

$$\operatorname{Im}\chi_\perp(\omega) = \frac{\varpi\sqrt{\pi\beta\delta}}{|J_z-J_\perp|Z_S}\exp\left[-\beta(\delta-J_z)|\varpi|(|\varpi|+1)+\beta J_\perp|\varpi|-\beta b\varpi\right]. \tag{18}$$

Здесь $\varpi = (\omega+b)/[2(J_z-J_\perp)]$. В отсутствии магнитного поля, $b=0$, $\operatorname{Im}\chi_\perp$ является нечетной функцией частоты ω. Для $\omega \to 0$ мнимая часть поперечной спиновой восприимчивости имеет линейное поведение:

$$\operatorname{Im}\chi_\perp(\omega) = \frac{\omega\sqrt{\pi\beta\delta}}{2|J_z-J_\perp|(\delta-J_\perp)Z_S}\left[\frac{2\delta-J_\perp}{2(\delta-J_\perp)} + + \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\beta(\delta-J_\perp)}}\mathcal{G}\left(\frac{\beta J_\perp^2}{4(\delta-J_\perp)}\right)\right] \tag{19}$$

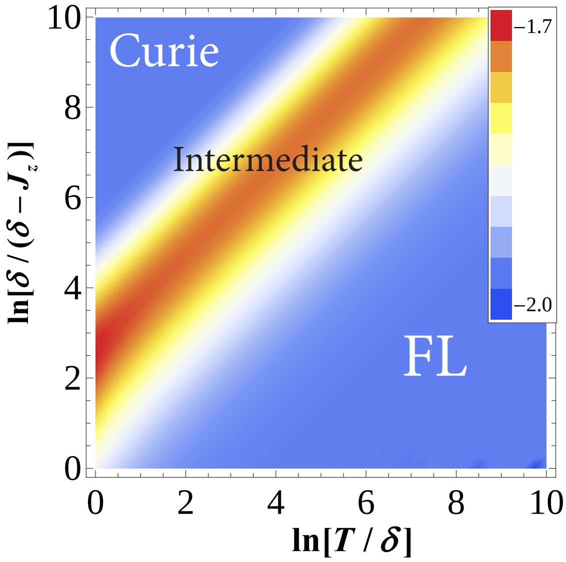

Рисунок 1: Зависимость $-\frac{d\ln[\chi_{zz}-\frac{\delta}{2(\delta-J_z)}]}{d(\delta-J_z)}$ от $\ln\frac{T}{\delta}$ и $\ln\frac{\delta}{\delta-J_z}$ для $J_\perp=0.3\delta$. В левом верхнем углу поведение типа Кюри доминирует. В правой нижней области поправка типа Кюри к результату ферми-жидкостного типа, $\left[\chi_{zz}-\frac{\delta}{2(\delta-J_z)}\right]\propto\frac{1}{(\delta-J_z)^2}$ мала. Красная область соответствует промежуточному режиму в котором поправка к ферми-жидкостному результату $\left[\chi_{zz}-\frac{\delta}{2(\delta-J_z)}\right]\propto\frac{1}{T^{1/2}(\delta-J_z)^{3/2}}$ из-за поперечных степеней свободы.

где функция

$$\mathcal{G}(x)=(1+2x)e^{x}\,\mathrm{erf}(\sqrt{x}). \tag{20}$$

В пределе нулевых температур для туннельной плотности состояний имеем

$$\begin{aligned}\nu(\varepsilon)=&\sum_{\epsilon_\alpha>\epsilon_{\frac{N_0}{2}-S}}\delta\Big(\tilde{\varepsilon}_\alpha-J_zS-\frac{J_\perp}{2}+\frac{J_z}{4}\Big)-\frac{1}{2S+1}\sum_{\epsilon_\alpha>\epsilon_{\frac{N_0}{2}+S}}\delta\Big(\tilde{\varepsilon}_\alpha-J_zS-\frac{J_\perp}{2}+\frac{J_z}{4}\Big)\\&+\frac{1}{2S+1}\sum_{\epsilon_\alpha>\epsilon_{\frac{N_0}{2}+S}}\delta\Big(\tilde{\varepsilon}_\alpha+(2J_\perp-J_z)S+\frac{J_\perp}{2}+\frac{J_z}{4}\Big)+\sum_{\epsilon_\alpha>\epsilon_{\frac{N_0}{2}+S}}\delta\Big(\tilde{\varepsilon}_\alpha+J_zS+\frac{J_\perp}{2}+\frac{J_z}{4}\Big).\end{aligned} \tag{21}$$

Здесь $\tilde{\varepsilon}_\alpha=\varepsilon+\mu-E_c-\epsilon_\alpha$. Отметим, что в огибающей плотности состояний есть только один максимум с избыточной площадью $J_\perp/2$.

В главе 3 исследуется влияние флукуаций одночастичного спектра квантовой точки на спиновую восприимчивость. Центральным вопросом здесь будет вопрос о смещении стоунеровской неустойчивости за счет флуктуаций.

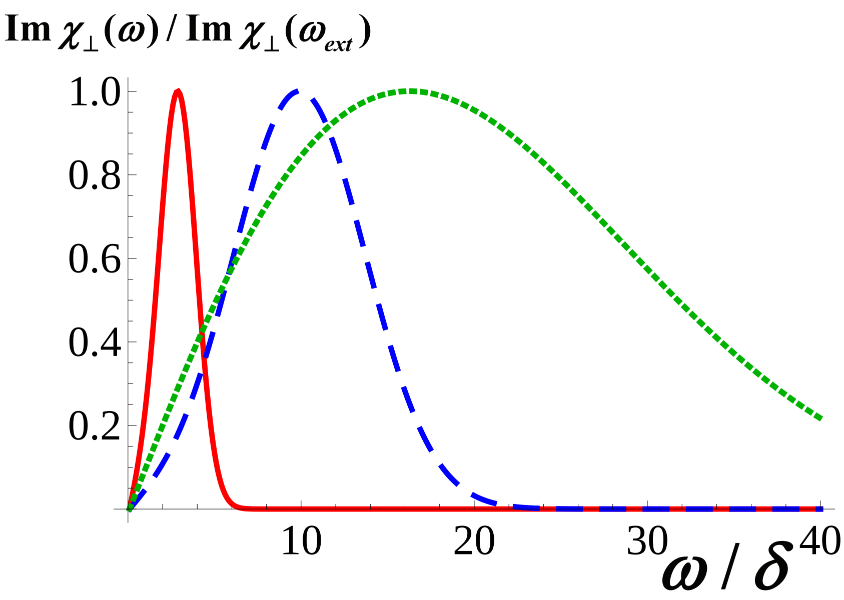

Рисунок 2: Зависимость $\operatorname{Im}\chi_\perp(\omega)/\operatorname{Im}\chi_\perp(\omega_{ext})$ от ω для $J_z = 0.98\delta$ и нескольких значений $J_\perp$: $J_\perp = 0.92\delta$ (красная сплошная линия), $J_\perp = 0.75\delta$ (синяя пунктирная линия) и $J_\perp = 0$(зеленая линия из точек). Линия сжимается к $\omega = 0$ при приближению к изотропному случаю.

Функция

$$\beta\sum_\sigma[\Omega_0(\tilde\mu) - \Omega_0(\tilde\mu + h\sigma/\beta)] = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dE\,\nu_0(E)\,\ln\left[1 + \frac{\operatorname{sh}^2(h/2)}{\operatorname{ch}^2(E/2T)}\right] \tag{22}$$

которая возникает в Ур. (10) зависит от конкретной реализации одночастичного спектра через одночастичную плотность состояний $\nu_0(E) = \sum_\alpha \delta(E + \tilde\mu - \epsilon_\alpha)$.Здесь $\tilde\mu$ – перенормированный химический потенциал. При условии $h^2 \ll \exp(\beta\tilde\mu)$, мы можем написать

$$\beta\sum_\sigma\Big[\Omega_0(\tilde\mu) - \Omega_0(\tilde\mu + h\sigma/\beta)\Big] = \frac{h^2}{\beta\delta} - V(h), \tag{23}$$

где

$$V(h) = -\int\limits_{-\infty}^{\infty} dE\,\delta\nu_0(E)\,\ln\left[1 + \frac{\operatorname{sh}^2(h/2)}{\operatorname{ch}^2(E/2T)}\right]. \tag{24}$$

Здесь $\delta\nu_0(E)$ - отклонение плотности состояний $\nu_0(E)$ от его среднего значения по всем реализациям одночастичного спектра: $1/\delta = \overline{1/\Delta} = \overline{\nu_0(E)}$.

Информация о флуктуациях одночастичного спектра заключена в четной случайной функции $V(h)$ через плотность состояний (см Ур. (24)). Напомним что одночастичная

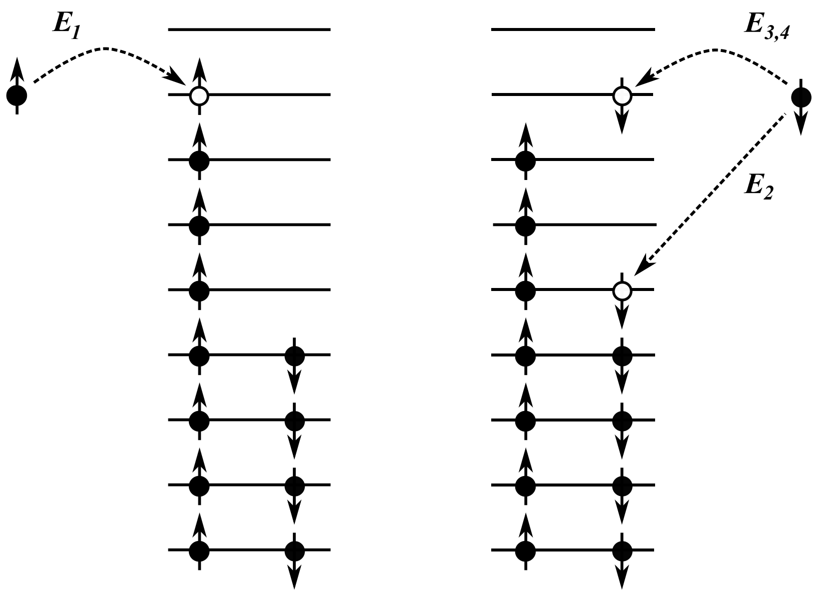

Рисунок 3: Туннелирование электрона со спином вверх(слева) и электрона со спином вниз(справа) в квантовую точку с конечной величиной спина в основном состоянии

плотность состояний ν_0(E) имеет негауссову статистику [23]. Однако, при $\max\{|h|, T/\delta\} \gg 1$ функция $V(h)$ -гауссова случайная величина с нулевым средним [23]. Двухточечная корреляционная функция величины V может быть записана следующим образом:

$$\overline{V(h_1)V(h_2)} = \sum_{\sigma=\pm} L(h_1 + \sigma h_2) - 2L(h_1) - 2L(h_2),$$
$$L(h) = \frac{2}{\pi^2 \boldsymbol{\beta}} \int_0^{|h|} dt\, t \left[\mathrm{Re}\, \psi \left(1 + \frac{it}{2\pi} \right) + \gamma \right]. \qquad (25)$$

При малых флуктуациях можно проделать вычисления по теории возмущений по $V(h)$.

В области I, $\bar{J}_z \max\{1, (b/J_z)\} \ll T$, поправки к продольной спиновой восприимчивости всегда малы. Следовательно теория возмущений оправдана и можно получить следующий результат

$$\overline{\chi}_{zz} = \frac{1}{2(\delta - J_z)} + \frac{3\zeta(3)}{4\pi^4 \boldsymbol{\beta}} \frac{\delta^3 J_z}{(\delta - J_z)^3 T^2} - \frac{45\zeta(5)}{16\pi^6 \boldsymbol{\beta}} \frac{\delta^4 J_z^2}{(\delta - J_z)^4 T^3} \left[1 + \frac{2}{3} \frac{\delta b^2}{J_z T (\delta - J_z)} \right]. \qquad (26)$$

В области II, $\bar{J}_z \gg T \gg \max\{\delta, \bar{J}_z (b/J_z)^2\}$, результат имеет следующий вид

$$\overline{\chi}_{zz} = \frac{1}{2(\delta - J_z)} + \frac{\ln 2}{2\boldsymbol{\beta}\pi^2} \frac{\delta^2}{T(\delta - J_z)^2} - \frac{1}{4\pi^2 \boldsymbol{\beta}} \frac{\delta^3 b^2}{J_z (\delta - J_z)^3 T^2}. \qquad (27)$$

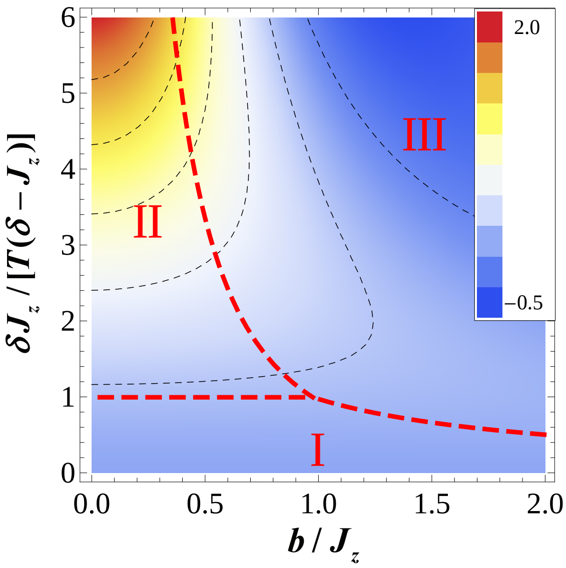

Рисунок 4: Различные области поведения относительной поправки к $\overline{\chi}_{zz}$ из-за флуктуаций для случая изинговского обменного взаимодействия от безразмерного магнитного поля и обратной температуры, b/J_z и $\delta J_z/T(\delta - J_z)$. Заметим, что в нашем анализе мы предполагаем $T \gg \delta$.

Наконец, в области III, $\delta \ll T \ll \bar{J}_z \min\{(b/J_z), (b/J_z)^2\}$, мы находим

$$\overline{\chi}_{zz} = \frac{1}{2(\delta - J_z)} - \frac{1}{2\boldsymbol{\beta}\pi^2} \frac{\delta J_z}{(\delta - J_z)b^2}. \tag{28}$$

Для магнитных полей $b \gg J_z$ эффект флуктуаций уровней подавлен и теория возмущений оправдана. При $b \sim J_z\sqrt{T/\bar{J}_z} \ll J_z$ результат (28) плавно переходит в результат (26) тогда как при $T \sim \bar{J}_z b/J_z \gg \bar{J}_z$ поправки за счет флуктуаций уровней в результат (28) и (27) становятся одного порядка.

Вопрос о сходимости спиновой восприимчивости возникает в области сильных флуктуаций. Для того чтобы ответить на этот вопрос в диссертационной работе была выведена следующая оценка сверху на хвост функции распределений спиновой восприимчивости

$$\mathcal{P}(W) \leqslant \exp\left\{-\frac{\gamma}{2z^2 \ln 2}\left[W + \frac{1}{2}\ln\frac{(1-\gamma)J_z}{\bar{J}_z}\right]\right\}. \tag{29}$$

где $z = [\beta \bar{J}_z/(\pi^2\boldsymbol{\beta})]^{1/2}$.

Таким образом хвост функции распределения сходится быстрее чем экспоненциально. Это означает сходимость спиновой восприимчивости и всех её моментов вплоть до точки в которой в бесконечность обращается параметр z то есть вплоть до стоунеровского перехода $J_z = \delta$.

В главе 4 выводится обобщенное действие Амбегаокара-Эккерна-Шёна для квантовой точки связанной туннельными контактами с электронными резервуарами.

В работе [13] была изучена динамика полного спина и выведено обобщение действие Амбегаокара-Элиашберга-Шёна (АЭШ)[14, 15] для квантовой точки при наличии контактов в адиабатическом приближении. Это приближение позволяло разложить функцию Грина относительно функции Грина свободных электронов по остаточному члену возникшему из-за перехода во вращающуюся систему отсчета. В этой главе приводится метод устранения этого остаточного члена за счет отказа от сохранения стандартных фермионных граничных условий.

Метод позволяет вычислить статистическую сумму и функцию Грина и состоит из следующих шагов:

1) Ввести вспомогательное преобразование Хаббарда-Стратоновича чтобы избавиться от нелинейных членов взаимодействия.

2) Откалибровать взаимодействие – информация о взаимодействии сохраниться лишь в ζ.

3) Проинтегрировать по фермионным полям.

4) Проинтегрировать по вспомогательным полям Хаббарда-Стратоновича.

Результатом этой главы является следующее выражение для мацубаровского действия АЭШ

$$S_{AES} = S^{(0)} + S^{(1)} + S^{(g)} \tag{30}$$

где

$$S^{(0)} = -\frac{1}{4J}\int_0^\beta d\tau \left[\rho^2 + 4\dot{\kappa}^+\kappa^-\right] + \frac{1}{2}\int_0^\beta d\tau\rho, \tag{31}$$

$$S^{(1)} = \sum_\alpha \sum_{\sigma=\pm} \ln\left(1 + e^{-\beta(\epsilon_\alpha - \mu + \sigma h_\beta)}\right),$$

$$2\operatorname{ch}\beta h_\beta = 2\operatorname{ch}\int_0^\beta \frac{\rho(\tau)}{2} d\tau + e^{\frac{1}{2}\int_0^\beta \rho(\tau)d\tau}\kappa^+(\beta)\int_0^\beta \kappa^-(\tau) e^{-\int_0^\tau \rho(\tau')d\tau'} d\tau, \tag{32}$$

и

$$
\begin{aligned}
S^{(g)} = &-t^2 \int_0^\beta d\tau_1 d\tau_2 G_r(\tau_{21}) \frac{1}{2\,\mathrm{sh}\,(\beta h_\beta)} \Bigg\{ \Big[G_d^{(0)}(\tau_{12}, \mu + h_\beta) e^{(\beta-\tau)h_\beta} - G^{(0)}(\tau_{12}, \mu - h_\beta) e^{-(\beta-\tau)h_\beta} \Big] \\
&\times \Big[A_{\tau_1} D_{\tau_2} - B_{\tau_1} C_{\tau_2} - C_{\tau_1} B_{\tau_2} + D_{\tau_1} A_{\tau_2} \Big] + \Big[G_d^{(0)}(\tau, \mu - h_\beta) e^{\tau h_\beta} - G_d^{(0)}(\tau, \mu + h_\beta) e^{-\tau h_\beta} \Big] \\
&\times \Big[A_{\tau_1} D_{\tau_\beta} D_{\tau_2} + A_{\tau_1} B_{\tau_\beta} C_{\tau_2} - B_{\tau_1} C_{\tau_\beta} D_{\tau_2} - B_{\tau_1} A_{\tau_\beta} C_{\tau_2} \\
&- C_{\tau_1} D_{\tau_\beta} B_{\tau_2} - C_{\tau_1} B_{\tau_\beta} A_{\tau_2} + D_{\tau_1} C_{\tau_\beta} B_{\tau_2} + D_{\tau_1} A_{\tau_\beta} A_{\tau_2} \Big] \Bigg\}. \qquad (33)
\end{aligned}
$$

В заключении сформулированы выводы следующие из диссертационной работы.

Работы автора по теме диссертации

1. D.S. Lyubshin, A.U. Sharafutdinov, and I.S. Burmistrov, Phys. Rev. B **89**, 201304(R) (2014).

2. A.U. Sharafutdinov, D.S. Lyubshin, and I.S. Burmistrov, Phys. Rev. B **90**, 195308 (2014).

3. A. U. Sharafutdinov and I. S. Burmistrov, Phys. Rev. B **92**, 035439 (2015).

Литература

[1] M.N. Kiselev, Y. Gefen, Phys. Rev. Lett. **96**, 066805 (2006).

[2] G. Usaj, H. Baranager, Phys. Rev. B **67**, 121308 (2003).

[3] Y. Alhassid, T. Rupp, Phys. Rev. Lett. **91**, 056801 (2003).

[4] I.L. Aleiner, V.I. Fal'ko, Phys. Rev. Lett. **87**, 256801 (2001).

[5] Y. Alhassid, T. Rupp, Arxiv: cond-mat/0312691 (unpublished).

[6] I.L. Kurland, I.L. Aleiner, B.L. Altshuler, Phys. Rev. B **62**, 14886 (2000).

[7] S. Guéron, M.M. Deshmukh, E.B. Myers, D.C. Ralph, Phys. Rev. Lett. **83**, 4148 (1999); M.M. Deshmukh, S. Kleff, S. Guéron, E. Bonet, A.N. Pasupathy, J. von Delft, D.C. Ralph, Phys. Rev. Lett. **87**, 226801 (2001).

[8] C.M. Canali, A.H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **85**, 5623 (2000); S. Kleff, J. von Delft, M.M. Deshmukh, D.C. Ralph, Phys. Rev. B **64**, 220401 (2001); S. Kleff, J. von Delft, Phys. Rev. B **65**, 214421 (2002).

[9] A. Cehovin, C.M. Canali, A.H. MacDonald, Phys. Rev. B **66**, 094430 (2002); G. Usaj, H.U. Baranger, Europhys. Lett. **72**, 110 (2005).

[10] P.W. Brouwer, D.A. Gorokhov, Phys. Rev. Lett. **95**, 017202 (2005).

[11] M. Misiorny, M. Hell, M.R. Wegewijs, Nat. Phys. **9**, 801 (2013).

[12] Y. Alhassid, Rev. Mod. Phys. 72, 895 (2000)

[13] A. Shnirman, Y. Gefen, A. Saha, I. S. Burmistrov, M. N. Kiselev, A. Altland, Phys. Rev. Lett. 114, 176806 – (2015)

[14] V. Ambegaokar, U. Eckern, G. Schön, Phys. Rev. Lett. 48, 1745 (1982)

[15] U. Eckern, G. Schön, V. Ambegaokar, Phys. Rev. B 30, 6419 (1984)

[16] I.S. Burmistrov, Y. Gefen, M.N. Kiselev, Phys. Rev. B **85**, 155311 (2012).

[17] I.S. Burmistrov, Y. Gefen, M.N. Kiselev, JETP Lett. **92**, 179 (2010).

[18] B. Nissan-Cohen, Y. Gefen, M.N. Kiselev, I.V. Lerner, Phys. Rev. B **84**, 075307 (2011).

[19] N. Sedlmayr, I. V. Yurkevich, I. V. Lerner, Europhys. Lett. **76**, 109 (2006).

[20] G. D. Mahan, *Many-particle physics*, Plenum Press, N.Y. (1990).

[21] J. Wei, E. Norman, J. Math. Phys. **4**, 575 (1963).

[22] I. V. Kolokolov, Phys. Lett. **A** 114, 99 (1986); Ann. Phys. (N.Y.) **202**, 165 (1990); M. Chertkov, I. V. Kolokolov, Phys. Rev. B **51**, 3974 (1995); Sov. Phys. JETP **79**, 824 (1994); I. V. Kolokolov, Int. J. Mod. Phys. B **10**, 2189 (1996).

[23] M. L. Mehta, *Random Matrices* (Boston: Academic) (1991).