

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Л.Д. ЛАНДАУ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Захаров Бронислав Глебович

**Радиационные энергетические потери и эффект
Ландау-Померанчука-Мигдала в аморфных средах в КЭД и
КХД: метод интеграла по путям на световом конусе**

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Черногорловка — 2015

Оглавление

Введение	5
1 Формулировка основных положений метода интеграла по путям на световом конусе для переходов типа $a \rightarrow b + c$	17
1.1 Выражение для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ через функции Грина .	17
1.2 Индуцированный спектр и волновая функция состояния bc в на световом конусе	31
2 Обобщение на случай реальной КЭД	37
2.1 Учет спина частиц для КЭД	37
2.2 Процесс $e \rightarrow \gamma e$ в бесконечной среде в осцилляторном приближении . .	42
2.3 Формулы для аккуратного расчета спектра фотонов	46
2.4 Рождение e^+e^- пар	49
2.5 Сравнение с экспериментальными данными по процессу $e \rightarrow \gamma e$	50
3 Обобщение формализма на случай КХД	62
3.1 Общий анализ индуцированного излучения для КХД	62
3.2 Индуцированное излучение глюонов в осцилляторном приближении . .	73
3.3 Метод для аккуратного расчета спектра глюонов вне рамок осцилляторного приближения	76
3.4 Обобщение формул для включения бегущего заряда	79
3.5 Модификация гамильтониана при квантово-полевоом описании КГП . .	81
3.6 Связь с другими подходами	84
3.6.1 Связь с подходом BDMPS [75–78]	84
3.6.2 Связь с подходом AMY [92, 93, 99]	86
3.6.3 Связь с подходом GLV [87, 167]	87
3.6.4 Связь с подходом высших твистов [176, 177]	87
4 Индуцированное излучение в импульсном представлении для однократного рассеяния в среде	89
4.1 Мотивация	89
4.2 Вывод спектра глюонов для $N = 1$	90
4.3 Численные результаты	95

5	Индукцированное излучение глюонов в конечной среде постоянной плотности	99
5.1	Радиационные потери энергии в осцилляторном приближении	99
5.2	Вклад однократного рассеяния при учете кулоновских эффектов	104
5.3	О подходе высших твистов к индуцированному излучению глюонов	111
5.4	Энергетические потери в соударениях адронов с ядрами	113
6	Неабелевое синхротронное излучение глюонов в коллективных цветных полях	114
6.1	Введение	114
6.2	Построение формализма	117
6.2.1	Квазиклассический подход в терминах волновых функций	117
6.2.2	Вывод синхротронного спектра через функции Грина	122
6.3	Сравнение со спектром Шурыяка и Захеда [204]	123
6.4	Численные результаты для синхротронного излучения	125
6.5	Качественные оценки синхротронных потерь энергии для сценария КГП с магнитными полями	127
6.6	Радиационные энергетические потери в глазме	128
6.7	Выводы	135
7	Энергетические потери быстрых партонов и охлаждение струй в КХД материи рождающейся в АА соударениях	137
7.1	Введение	137
7.2	Модель для расширяющейся КХД материи в АА соударениях	140
7.3	Сравнение радиационных и столкновительных потерь	145
7.3.1	Формулы для столкновительных энергетических потерь	145
7.3.2	Численные результаты для радиационных и столкновительных потерь	147
7.4	Охлаждение струй в соударениях ядер	151
7.4.1	Схема для расчета ядерной модификации спектров частиц	151
7.4.2	Численные результаты и сравнение с данными	158
7.5	Выводы	163
	Заключение	165
	Список литературы	169
A	Вычисление двумерного функционального интеграла для двухчастичных состояний	188
B	Раскрытие неопределенности $0 \cdot \infty$ для внешних концов	190

C	Вычисление фазовых факторов	192
D	Эквивалентность определения волновой функции bc пары через функцию Грина стандартному определению в временной теории возмущений	194
E	Вычисление сечения перехода $a \rightarrow bc$ на атоме через волновую функцию bc пары	196
F	Вычисление многофотонного K -фактора	198

Введение

Данная диссертация посвящена изучению радиационных энергетических потерь быстрых частиц в среде и эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала (ЛПМ) [1,2], который может иметь место для радиационных процессов в материи при высоких энергиях. Развитый в диссертации подход одинаково применим для обычных веществ, когда мы имеем дело с задачей квантовой электродинамики (КЭД), в которой вопросы энергетических потерь изучались много лет, и для радиационных потерь кварков и глюонов в горячей кварк-глюонной плазме (КГП) или в холодной ядерной материи, когда базовой теорией является квантовая хромодинамика (КХД). Для случая КХД мы применяем развитый подход для изучения эффектов взаимодействия быстрых партонов с КХД материей рождающейся в соударениях релятивистских тяжелых ядер при энергиях современных коллайдеров RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) и LHC (Large Hadron Collider). Подход был впервые предложен в работе [3]. Он использует метод интегрирования по путям на световом конусе. Ниже мы будем называть этот метод его английским сокращением LCPI (от его английского названия light-cone path integral, которое мы использовали в наших работах для обозначения этого формализма. Диссертация основана на результатах публикаций [3–34].

Энергетические потери частиц в веществе являются одним из важных применений квантовой теории поля с момента ее зарождения. Энергетические потери в КЭД разделяются на ионизационные потери, которые связаны с процессами возбуждения и ионизации атомов вещества (часто называемых столкновительными потерями [35]), и радиационные потери от излучения фотонов, типа $e \rightarrow \gamma e$ для прохождения электронов через вещество. При высоких энергиях ($\gtrsim 1$ ГэВ) основной вклад в энергетические потери электронов идет от радиационного механизма [35]. В пределе низкой плотности (например для разреженных газов) спектр излучения фотонов электроном на единице длины пути по фейнмановской переменной $x = \omega/E_e$ (ω энергия фотона, E энергия электрона) может быть записан как

$$\frac{dP}{dx dL} = n \frac{d\sigma^{BH}}{dx}. \quad (1)$$

Здесь n число атомов среды в единице объема, $d\sigma_{BH}/dx$ сечение тормозного излучения фотона в электромагнитном поле атома

$$e + A \rightarrow \gamma + e + A. \quad (2)$$

Впервые расчет сечения тормозного излучения в кулоновском поле атома в борновском приближении КЭД был выполнен Бете и Гайтлером [36], который является одним из классических применений КЭД. В борновском приближении процесс определяется двумя фейнмановскими диаграммами на Рис. 1. Вклад этих диаграмм в

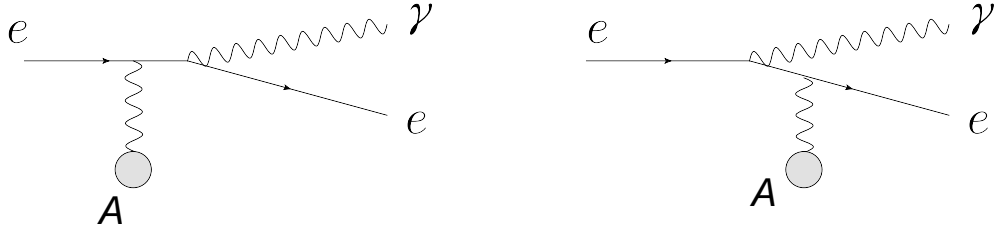


Рисунок 1: Диаграммы определяющие амплитуду процесса Бете-Гайтлера $e \rightarrow \gamma + e$ в поле атома в борновском приближении.

дифференциальное сечение процесса (2) по фейнмановской переменной $x = \omega/E_e$ (здесь ω энергия фотона) в режиме полного экранирования с хорошей точностью имеет вид [37]

$$\frac{d\sigma^{BH}}{dx} \approx \frac{4\alpha^3 Z^2 (4 - 4x + 3x^2)}{3m_e^2 x} \left[\ln \left(\frac{1}{\alpha Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{2} \right], \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = 1/137$ есть постоянная тонкой структуры (везде ниже используются единицы $c = \hbar = 1$), Z число протонов в ядре. Формула (1) предполагает, что процессы излучения фотонов на различных атомах среды происходят независимо. Это приближение может быть хорошим, если процесс излучения является существенно локальным, т.е. характерные расстояния существенные в диаграммах Рис. 1 (если вычислять их в координатном представлении) малы по сравнению с типичным расстоянием между последовательными взаимодействиями электрона с атомами среды. Это всегда может иметь место, например, для газов для достаточно малой плотности. Тер-Микаелян впервые заметил [38] (см. историю вопроса в [39, 40]), что при высоких энергиях характерные продольные расстояния в процессе излучения фотонов становятся очень большими и могут достигать макроскопических размеров. При этом процесс излучения фотона становится существенно коллективным эффектом, так как затрагивает большое число перерассеяний заряженной частицы на атомах среды. Типичное продольное расстояние, которое обычно называется длиной когерентности или формирования фотона (мы будем обозначать его L_f), легко оценить

используя соотношение неопределенности для продольного импульса, которое дает

$$L_f \sim 1/q_z, \quad (4)$$

где q_z это типичный продольный импульс переданный ядру для диаграмм Рис. 1. Простые вычисления дают $q_z \sim m_e^2 x / 2E(1-x)$, что дает

$$L_f \sim \frac{2E(1-x)}{m_e^2 x}. \quad (5)$$

Ландау и Померанчук в 1953 г. [1] показали, что увеличение длины формирования может качественно изменить спектр тормозных фотонов. Они показали, что в среде многократные перерасеяния изменяют спектр фотонов с $dP/dxdL \propto 1/x$ на $dP/dxdL \propto 1/\sqrt{x}$. Анализ основывался на классической трактовке движения электрона и проводился используя качественные оценки интегралов по времени для квадрата матричного элемента для перехода $e \rightarrow \gamma + e$. Квантовая теория излучения фотонов в среде была построена в 1956 г. Мигдалом [2]. При этом использовалась обычная нековариантная временная теория возмущения в импульсном представлении. В подходе Мигдала спектр излучения при любых x был выражен через матрицу плотности электронов, которая вычислялась в приближении Фоккера-Планка [41]. В пределе $x \rightarrow 0$ расчет Мигдала приблизительно согласуется со спектром полученным Ландау и Померанчуком [1]. Формально подавление излучения ЛПМ связано с эффектом деструктивной интерференции вкладов амплитуд излучения на различных атомах среды. В работе [42] была дана физическая интерпретация эффекта ЛПМ как следствия уменьшения эффективной длины когерентности в среде за счет многократных перерасеяний заряженной частицы. Естественно, это уменьшение длины когерентности тесно связано с сокращением вкладов в амплитуду от процессов излучения на различных атомах среды. Уменьшение длины когерентности и, как следствие, подавление спектра излучения в среде, может также происходить из-за появления ненулевой квазичастичной массы фотона (диэлектрический эффект) $m_\gamma = \omega_{pl}$ (здесь ω_{pl} плазменная частота вещества) [38]. Из соотношения неопределенности (4) можно получить для $m_\gamma \neq 0$

$$L_f \sim \frac{2Ex(1-x)}{m_e^2 x^2 + m_\gamma^2 (1-x)}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что при $\omega \lesssim E\omega_0/m_e$ поляризационные эффекты должны приводить к существенному уменьшению длины формирования и к подавлению спектра фотонов. Это подавление обычно называется в литературе эффектом Тер-Микаеляна.

Эффект ЛПМ [1, 2] может иметь место и для рождения пар фотоном в среде, например, для процесса $\gamma \rightarrow e^+e^-$. Процессы этого типа являются существенно квантовыми и не имеют классического предела, как в случае излучения фотонов.

Теория Мигдала применима и к рождению пар. Со времени выхода работ [1, 2] эффект ЛПМ активно изучался теоретиками (см. монографию [39] и обзоры [40, 43–45]). Теория Мигдала [2] была использована для расчета эффекта ЛПМ для конечных мишеней [46, 47], расчета влияния многократного рассеяния на переходное излучение [48, 49]. При применении теории Мигдала [2], которая сформулирована в импульсном представлении для бесконечной однородной среды, в работах [46–49] для конечных мишеней использовался тот факт, что для релятивистских частиц в малоугловом приближении время T может быть (в лидирующем по энергии порядке) индефицировано с продольной длиной L . В классическом пределе $x \ll 1$ предсказания теории Мигдала были воспроизведены методом функционального интегрирования по случайным траекториям в гауссовском приближении [50, 51]. В монографии [52] для получения фотонного спектра в квантовом режиме при движении заряда в среде использовался операторный квазиклассический подход [53]. В работе Vlabkenbecler и Drell [54] был развит подход к эффекту ЛПМ для модели среды в виде последовательности слоев с случайным чисто поперечным электрическим полем в рамках эйконоального приближения для волновых функций электронов. Можно показать (см. раздел 2.2), что вычисления работы [54] (и более поздней работы [55] в этой же модели) эквивалентны подходу Мигдала [2].

На качественном уровне наличие эффекта ЛПМ было подтверждено в эксперименте выполненном в Серпухове в 1975 г. для электронов при энергии $E = 40$ ГэВ [56]. Первое аккуратное экспериментальное измерение эффекта ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$ было выполнено в SLAC в коллаборацией E-146 [57, 58] для электронов с энергией $E = 8$ и 25 ГэВ при $x \ll 1$. Позднее в эксперименте CERN SPS [59] эффект был измерен для электронов с энергией $E = 146, 207$ и 287 ГэВ в существенно квантовом режиме для широкого диапазона x . Экспериментальные данные [57–59] оказались в разумном согласии с теорией Мигдала. Однако точность теоретических предсказаний полученных на основе приближения Фоккера-Планка в подходе Мигдала ($\sim 10 - 20\%$, см. раздел 2.2) оказалась существенно ниже чем экспериментальные ошибки, к тому же экспериментальные сечения содержат существенный вклад от излучения нескольких фотонов. Эти факты ограничивают возможность критической проверки теории. Поэтому появление высокоточных данных [57–59] по эффекту ЛПМ сделало актуальным выполнение более аккуратных расчетов эффекта ЛПМ на уровне однофотонного излучения и учет многофотонных процессов при сравнении теории с экспериментом. Такие вычисления в рамках подхода LCPI и сравнение с экспериментальными данными были выполнены в работах [5, 10] (для данных SLAC [57, 58]) и [15] (для данных CERN SPS [59]).

В середине 90х годов началось также активное изучение эффекта ЛПМ в КХД. Вопрос об эффекте ЛПМ в КХД материи стал актуальным в преддверии появления данных с коллайдеров RHIC и LHC по соударениям тяжелых ядер, где, как ожи-

далось, должна рождаться горячая КХД материя в состоянии КГП. Обнаружение КГП и было основной целью программы по изучению AA соударений на коллайдерах RHIC и LHC. Рождение быстрых партонов в жестких процессах рассматривалось как эффективный пробник рождения КГП, так как при их прохождении через слой КГП они должны терять энергию и в результате спектры рожденных адронов с большими p_T должны становиться более мягкими. Схематично этот механизм модификации струй за счет их взаимодействия в конечном состоянии с КГП показан на Рис. 2. Это

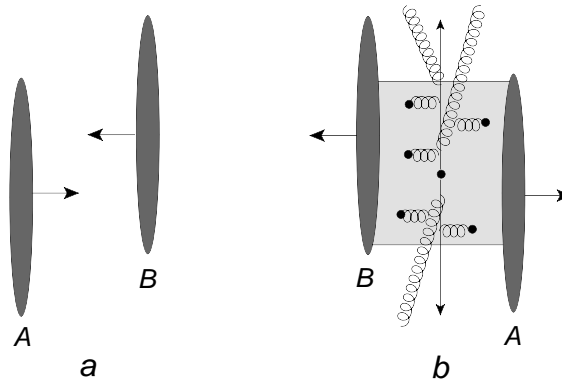


Рисунок 2: (а) состояние перед взаимодействием релятивистских ядер $A + B$ в соударении близком к центральному в системе их центра масс; (b) состояние после $A + B$ соударения с взаимодействием струй для центральной области быстрот с рожденной КГП (затененная область между разлетающимися ядрами) путем обменов глюонами с конститuentами в КГП.

подавление частиц с большими p_T может быть использовано для получения информации о плотности рождающейся КХД материи. Впервые эффект подавления спектров адронов за счет энергетических потерь в КГП и его использование для диагностики рождения КГП обсуждался в работе Бьеркена [60] для столкновительных энергетических потерь. Забегая вперед, можно сказать, что идея Бьеркена по использованию подавлению спектра адронов для диагностики КХД материи была успешно реализована с появлением данных по рождению струй в AA соударениях на коллайдерах RHIC и LHC. В экспериментах на RHIC и LHC был обнаружен значительный эффект смягчения струй [61–63] (называемый в литературе “jet quenching”, мы будем ниже называть это охлаждением струй). Адронные спектры измеренные на RHIC и LHC в AA соударениях оказались подавленными на фактор порядка 0.15 – 0.2 при $p_T \sim 5 - 10$ ГэВ (это подавлении обычно характеризуется так называемым ядерным фактором модификации R_{AA}), по сравнению с тем, что можно было бы ожидать при полном отсутствии взаимодействия струй в конечном состоянии в КХД материи. Подавление такого масштаба, в рамках развиваемого подхода к энергетическим потерям, примерно соответствует рождению КГП с температурой $T \sim 300 - 450$ МэВ

при собственном времени $\tau \sim 0.5 \text{ фм}^1$ после соударения ядер (для центральных АА соударений) для условий RHIC и LHC. В настоящее время среди специалистов, работающих в области физики соударений ядер, имеется консенсус, что обнаружение явления охлаждения струй вместе с результатами успешного моделирования спектров адронов с малыми p_T ($\lesssim 2 \text{ ГэВ}$) в гидродинамических моделях [64, 65] убедительно свидетельствуют о рождении горячей КХД материи в соударениях ядер при энергиях RHIC и LHC при собственных временах $\tau \lesssim 1 \text{ фм}$ [61–63, 66, 67]. При этом гидродинамическое моделирование говорит о том, что эта материя имеет очень малое отношения вязкость/энтропия $\eta/s \sim 0.15–0.2$ [64] и течет почти как идеальная жидкость. Широко распространена точка зрения, что образование КГП идет через фазу сильных классических цветных полей, образующихся непосредственно после соударения ядер [67–70] (называемую глазмой (glasma)). Хотя детали механизма быстрого образования коллективной среды и ее детальные свойств в значительной степени пока остаются неясными и требуют дальнейшего изучения [71, 72].

Первые попытки вычислить радиационные энергетические потери и рассчитать эффект ЛПМ для партонов в КГП были предприняты в работах [73, 74] в приближении мягких глюонов $x \ll 1$. Авторы рассматривали КГП как систему статических цветных центров с дебаевским экранированием. Даже для этой упрощенной модели задача расчета эффекта ЛПМ оказалась очень сложной из-за возникающей сложной цветовой алгебры при учете многих перерассеяний. В [73, 74] были учтены только перерассеяния начального быстрого партона, а перерассеяния излучаемого глюона не учитывались. В действительности перерассеяния глюона являются даже более важными из-за большего цветного заряда глюона. Отбрасывание глюонов также ведет к инфракрасной нестабильности результатов, так как в этом случае явно нарушается сохранение цветного заряда в процессе вычисления.

Впервые попытка учесть взаимодействие излучаемых глюонов со средой при вычислении индуцированного спектра глюонов, излучаемых быстрым партоном в бесконечной среде, была сделана в работе Baier, Dokshitzer, Peigné, Schiff [75] (тоже для $x \ll 1$), где, как и в [73, 74], использовалась модель системы статических цветных дебаевских центров. В [75] предполагалось также, что партоны безмассовые, число перерассеяний велико $N \gg 1$, а подавление ЛПМ является сильным. В работе [75] использовалась техника временной теории возмущений с записью энергетических знаменателей через поперечные импульсы в лидирующем по энергии приближении, что эквивалентно малоугловому приближению. Основным элементом в анализе [75]

¹Как обычно для АА соударений, мы определяем собственное время как $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, где ось z параллельна импульсам ядер в системе центра масс. Координаты t, z связаны с τ и переменной быстроты y известными формулами: $t = \tau \text{ ch } y$, $z = \tau \text{ sh } y$. Отметим, что при анализе радиационных процессов типа $a \rightarrow bc$ мы будем обозначать продольную координату (по импульсу начальной частицы a) также буквой z . Это не должно вести к путанице так как из контекста будет ясно о какой оси идет речь.

являлось введение эффективного цветного тока, описывающего процесс излучение глюона при взаимодействии с отдельным цветным центром. В этом подходе авторы осуществили суммирование бесконечного набора диаграмм с t -канальными глюонными обменами между быстрыми партонами и цветными центрами. Позднее в работах Baier, Dokshitzer, Mueller, Peigné, Schiff (BDMPS) [76, 77] был рассмотрен случай излучения глюонов партоном рожденным в конечной КГП, что соответствует ситуации потерь энергии быстрыми партонами в КГП рождающейся соударениях ядер. Однако в дальнейшем было понято [9, 78], что вычисления работ [75–77] содержат концептуальные ошибки, которые были исправлены в [78]. В этой работе авторы уже рассматривали процесс для произвольных фейнмановских x . Однако, как и в прежних работах [75–77], предполагалось также, что партоны безмассовые, число перерассеяний велико $N \gg 1$, что явно использовалось при усреднении по состояниям среды. Условие $N \gg 1$ означает, что подавление ЛПМ является сильным, и поэтому полученные формулы не могут быть использованы в режиме Бете-Гайтлера в пределе низкой плотности среды. Формализм серии работ [75–78] обычно называется в литературе подходом BDMPS.

Первое последовательное вычисление индуцированного спектра глюонов, излучаемых быстрым партоном в КГП, в модели статических центров [73, 74] было дано в работе [3], которая положила начало серии работ, на которых основана данная диссертация. Построенный в [3] LCPM формализм позволил впервые вычислить подавление ЛПМ для КХД. В [3] рассматривался случай спектра по переменной x . Позднее в [11] было дано обобщение на дифференциальный спектр по x и поперечному импульсу. В последующих наших работах LCPM метод применялся для анализа данных по жестким процессам в АА соударениях с коллайдеров RHIC и LHC. LCPM формализм [3] применим и для расчета эффекта ЛПМ в КЭД. Поэтому нами было также проведено [5, 10, 15] детальное сравнение предсказаний теории для эффекта ЛПМ в процессе $e \rightarrow e + \gamma$ в КЭД с появившимися высокоточными данными [58, 59]. Удобное для таких расчетов представление спектра фотонов в виде суммы спектра Бете-Гайтлера и абсорбционной поправки (аналогичной глауберовской поправке для сечения hA взаимодействия) от эффекта ЛПМ было получено в [5]. Результаты работ [5, 10, 15] оказались в превосходном согласии с экспериментальными данными.

Стартовой точкой подхода LCPM является стандартная запись матричного элемента для перехода типа $a \rightarrow bc$ через волновые функции частиц во внешнем поле. Для релятивистских частиц, когда энергии всех частиц велики по сравнению с их массами, эти волновые функции, после выделения быстро осциллирующих волновых функций для свободных частиц, выражались через функции Грина двумерных уравнений Шредингера, для которых роль масс играют энергии частиц, а роль времени играет продольная координата z (вдоль импульса начальной частицы a). Это позволило записать вероятность перехода $a \rightarrow bc$ в произвольном случайном внешнем

поле в виде интеграла по двум точкам расщепления частиц $a \rightarrow bc$ (для амплитуды и комплексно сопряженной амплитуды) для произведения трех функций Грина и трех комплексно сопряженных функций Грина для частиц a, b, c . Ключевой идеей метода является запись всех функций Грина в форме фейнмановских функциональных интегралов по путям [79] на световом конусе $t - z = \text{const}$, и замена порядка операций усреднения сечения излучения по состояниям среды и функционального интегрирования в функциях Грина. Оказалось, что после этого часть функциональных интегрирований может быть проведена аналитически методом развитым нами ранее [4] при анализе прохождения через вещество ультрарелятивистских позитронов, а оставшийся однократный функциональный интеграл может быть выражен через решение двумерного уравнения Шредингера с мнимым потенциалом, который пропорционален полному сечению рассеяния фиктивной системы $bc\bar{a}$ на рассеивающем центре, $\sigma_{bc\bar{a}}$. Это уравнение Шредингера описывает эволюцию в среде волновой функции на световом конусе фиктивной системы $bc\bar{a}$. Для спектра по фейнмановской переменной x (доля энергии начальной частицы приходящейся на частицу b) частица \bar{a} находится в центре масс (в поперечной плоскости) пары bc , и единственной динамической переменной является поперечный радиус вектор межчастичного расстояния для пары bc . Можно сказать, что физической причиной процесса расщепления типа $a \rightarrow bc$ в подходе ЛСРП является наличие внутреннего дипольного момента для неточечной пары bc , который и делает ее взаимодействие со средой отличным от взаимодействия частицы a . Это и приводит в конечном счете к превращению виртуальной bc пары в пару с частицами b, c на массовой поверхности. Важной особенностью использованного представления вероятности излучения в виде интеграла от произведения функций Грина является то, что для случая КХД вся цветовая алгебра, которая являлась главной (и нерешенной) проблемой в работах [73–76] становится тривиальной в нашем формализме. Подход ЛСРП применим к массивным и безмассовым частицам и при любой величине эффекта ЛПМ [1, 2] связанного с деструктивной интерференцией перерассеяний разной кратности. В КЭД подход Мигдала [2], основанный на описании многократного рассеяния с помощью уравнения Фоккера-Планка для матрицы плотности, с точки зрения ЛСРП подхода, соответствует аппроксимации мнимого потенциала осцилляторным. Это приближение не позволяет аккуратно учесть кулоновские эффекты и даже в КЭД имеет ограниченную точность. Ситуация в КХД с точностью осцилляторного приближения еще хуже. Тем не менее оно еще может считаться разумным для партонов в бесконечной материи. Однако оказалось, что осцилляторное приближение становится явно неудовлетворительным в случае частиц высоких энергий рожденных в среде, когда длина формирования излучения сравнима или превышает размеры среды [14]. В этом режиме осцилляторное приближение приводит к занулению доминирующего однократного $N = 1$ (и вообще всех нечетных) перерассеяния для безмассовых

партонов. Поэтому это приближение оказывается слишком грубым для случая взаимодействия с КХД материей быстрых партонов рожденных в жестких процессах в соударениях ядер при энергиях RHIC и LHC, где значительная часть излучаемых глюонов имеет длину формирования порядка и больше длины пути быстрых партонов в материи. Эффективный метод для проведения расчетов глюонного спектра для партонов рождающихся в конечной среде в рамках LCPI подхода был построен в работе [17], в которой мы впервые провели расчеты ядерного фактора модификации R_{AA} вне рамок осцилляторного приближения. В [17] исходное представление для спектра глюонов в терминах сингулярной функции Грина было переписано через решение уравнения Шредингера с плавными граничными условиями, но в обратном направлении по времени. До работы [17] вычисления для случая партонов рожденных в среде были возможны только в осцилляторном приближении, для которого имеется аналитическая формула для функции Грина. Подход [17] в дальнейшем использовался во всех наших работах по анализу охлаждения струй в AA соударениях при энергия RHIC и LHC.

В [13, 78] было показано, что BDMPS и LCPI подходы эквивалентны в пределе сильного эффекта ЛПМ, если брать в формализме LCPI партоны безмассовыми (как считается в подходе BDMPS). Однако связь между ними оказывается достаточно непростой. Аналитические формулы для спектра глюонов в работах [76, 78] были получены в рамках осцилляторного приближения. Осцилляторные формулы, ввиду их простоты, широко использовались в литературе для моделирования эффектов индуцированного излучения на спектры адронов в соударениях ядер [80–86]. Как отмечалось выше, осцилляторное приближение, игнорирующее кулоновские эффекты, является неудовлетворительным в силу зануления лидирующего вклада однократного рассеяния. Поэтому результаты анализов в рамках осцилляторного приближения могут вести к неконтролируемым ошибкам в теоретических предсказаниях. Следует иметь также ввиду, что, даже вне рамок осцилляторного приближения, BDMPS формализм не может быть использован для аккуратного анализа эффекта энергетических потерь в условиях RHIC и LHC так как подавление излучения за счет эффекта ЛПМ не является достаточно сильным, что требуется для применимости BDMPS подхода.

В работах Guylassy, Levai, Vitev (GLV) [87, 88], в модели КГП как системы статических цветных центров, были получены формулы для индуцированного излучения глюонов партонами распространяющимися в КГП малой толщины в виде ряда по кратности перерассеяний N . Как и в подходе BDMPS [76], использовалась техника временной теории возмущений в малоугловом приближении. Авторы провели вычисления [88] учитывая члены с $N \leq 3$. В [88] авторы попытались оценить эффект кинематических ограничений на радиационные потери энергии и получили очень большое подавление потерь за счет кинематических обрезаний. Однако проведенные

позднее нами расчеты [18] не подтвердили это, и после нашей публикации утверждение о сильном кинематическом подавлении радиационных потерь не повторялось в работах группы GLV.

В работах [89–91] впервые было обращено внимание на важность учета эффекта ЛПМ для излучения фотонов из КХД материи. В работах Arnold, Moore, Yaffe (AMY) [92, 93] в рамках теории поля при конечных температурах в технике Келдыша [94] был развит последовательный формализм для учета эффекта ЛПМ в коллинеарных процессах $q \rightarrow \gamma q$, $q\bar{q} \rightarrow \gamma$ в подходе на основе Hard Thermal Loops (HTL) техники [95–98]. Позднее в [99] авторы рассмотрели также излучение фотонов и глюонов быстрыми партонами используя простое квазиклассическое описание динамики квазичастиц в КГП. Подход AMY сформулирован в импульсном представлении для бесконечной среды, и по этой причине, строго говоря, не пригоден для расчетов охлаждения струй в расширяющейся КГП. Тем не менее он также использовался для расчета ядерного фактора модификации R_{AA} [100]. В работе [21] было показано, как формулы подхода AMY [92, 93, 99] могут быть легко получены в нашем подходе LCPI [3] при описании КГП в HTL схеме [95–98]. Соответствие между подходом LCPI [3] и AMY [92, 93, 99] было установлено также в работе [101]. В этой же работе авторы переоткрыли схему для аккуратных расчетов глюонного спектра в конечной среде, предложенную нами в [17], и которая использовалась во всех наших работах начиная с 2004 г.. Первые пробные расчеты ядерного фактора R_{AA} по методу работы [101] были сделаны лишь недавно [102].

Подход интеграла по путям в нашей форме [3] использовался в целом ряде работ по эффекту ЛПМ и энергетическим потерям в КХД материи [82, 103–105]. Он лежит в основе подхода известного как ASW (Armesto, Salgado, Wiedemann) [81, 83] к охлаждению струй в AA соударениях. Диаграммная техника для представления спектра глюонов через пропагаторы двумерных уравнений Шредингера (несколько напоминающая диаграммы в технике Келдыша [94]) оказалась удобной для исследования модификации струй с учетом излучения нескольких глюонов [106–110]. Работа в этом важном направлении сейчас находится в начальной фазе, и до сих пор мы не имеем последовательного формализма для аккуратного анализа модификации струй в среде с учетом многоглюонных процессов. Сейчас в практических применениях это обычно делается используя предположение о независимом испускании глюонов [80, 84, 111], подобно испусканию мягких фотонов КЭД. Аккуратный учет многоглюонных процессов является очень сложной проблемой из-за существенно нелокального характера индуцированного излучения глюонов, длина формирования которых сравнима с характерным временем эволюции КХД материи в AA соударениях.

Для учета многоглюонных процессов в охлаждении струй в AA соударениях был развит ряд Монте-Карло генераторов, описывающих эволюцию струи в среде (см.

например [112–118]) с использованием различных моделей для расчета спектра излучения одного глюона. Однако подобные Монте-Карло генераторы не имеют серьезной теоретической базы, скажем, типа углового упорядочения для партонного каскада в вакууме [119–121], которое позволяет моделировать эволюцию струи в вакууме в вероятностном подходе, как это делается в известном Монте-Карло генераторе RUTHIA [122]. При этом сама возможность описания эволюции струи в среде в каком либо вероятностном подходе сомнительна из-за существенно квантового и нелокального характера индуцированного излучения глюонов. Скажем, в LCP1 подходе одноглюонный спектр выражается через решение уравнения Шредингера. Очевидно, что это решение не может быть смоделировано в вероятностном подходе. Поэтому сегодня точность предсказаний Монте-Карло генераторов для охлаждения струй является весьма неопределенной, хотя они и являются удобным инструментом для визуализации возможных эффектов КГП на общую структуру струй, что пока недоступно в аналитических подходах, которые имеют дело с интегральными характеристиками.

План диссертации следующий:

1. В главе 1 мы описываем основные положения подхода LCP1 на примере процесса $a \rightarrow bc$ в среде для скалярных частиц в КЭД. Для того чтобы сделать анализ максимально близким к случаю КХД мы допускаем, что все частицы могут иметь заряд и взаимодействуют с атомами материи. Для этой модели мы получаем ряд представлений для спектра, которые затем используются для расчетов в реальных КЭД и КХД после учета спина и цвета.
2. В главе 2 дается обобщение формул главы 1 на случай реальной КЭД с учетом спиновых факторов. Мы проводим сравнение результатов расчетов с данными [58, 59] по процессу $e \rightarrow \gamma e$ с учетом многофотонных процессов. Для учета многофотонных процессов мы выводим простые формулы, позволяющие вычислить спектр по суммарной излученной энергии через однофотонный спектр. Вычисление многофотонного K -фактора вынесено в Приложение F.
3. В главе 3 дается обобщение формул главы 1 на случай КХД. Мы приводим спектр глюонов для осцилляторного приближения и даем формулы для аккуратного вычисления спектра глюонов излучаемых партонами рожденными в КГП конечного размера, что соответствует ситуации КГП рожденной в АА соударениях. Мы также обсуждаем связь нашего подхода с подходами других авторов.
4. В главе 4 мы проводим расчет спектра глюонов для однократного перерассеяния в конечной среде в рамках импульсного представления. Используя эти

вычисления, мы исследуем возможные погрешности подхода LCPI от пренебрежения кинематическими ограничениями при вычислениях в координатном представлении. Мы показываем, что для партонов с энергией $\gtrsim 5$ ГэВ эти погрешности малы.

5. В главе 5 мы исследуем основные свойства радиационных потерь быстрых партонов в конечной КХД материи постоянной плотности. Детально обсуждается механизм появления квадратичной зависимости энергетических потерь $\Delta E \propto L^2$ от размера длины пути для партона рожденного в среде. Мы показываем, что для безмассовых партонов рожденных в среде осцилляторное приближение, пренебрегающее кулоновскими эффектами, приводит к занулению вклада однократного рассеяния. Мы исследуем зависимость энергетических потерь кварков от их массы, и показываем, что, вопреки предсказаниям модели мертвого конуса Докшицера-Харзеева [123], при высоких энергиях энергетические потери растут с увеличением массы кварка.
6. В главе 6 строится формализм для расчета неабелевого аналога синхротронного излучения в коллективных цветных полях, которые могут генерироваться в КПП плазменными неустойчивостями и на начальной фазе соударения ядер в фазе глазмы. В рамках этого формализма даются оценки вклада потерь синхротронного типа для быстрых партонов для условий соударения ядер на RHIC и LHC. Эти оценки показывают, что вклад синхротронных потерь должен быть сравнительно мал.
7. В главе 7 мы применяем формализм LCPI для радиационных потерь для анализа явления охлаждения струй в КПП в соударениях ядер. Наряду с радиационными потерями, мы включаем вклад столкновительных потерь, который оказывается относительно мал и трактуется как малое возмущение. Мы строим формализм для расчета модификации в среде функций фрагментации быстрых партонов и расчета с их помощью ядерного фактора модификации R_{AA} спектров частиц с большими p_T . В построенной модели мы проводим анализ экспериментальных данных для ядерных соударений Au+Au при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ на RHIC и Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ TeV на LHC. Мы получаем разумное согласие с данными как для легких адронов так для процессов с участием тяжелых кварков.
8. В Заключение мы приводим основные результаты диссертации.
9. В Приложении мы приводим часть вычислений вспомогательного характера.

Глава 1

Формулировка основных положений метода интеграла по путям на световом конусе для переходов типа $a \rightarrow b + c$

1.1 Выражение для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ через функции Грина

В этой главе мы развиваем общий формализм для расчета сечений процессов типа $a \rightarrow b + c$ при взаимодействии быстрых частицы с материей. Мы считаем, что энергии частиц a , b и c много больше их масс. Мы будем также предполагать, что поперечные импульсы конечных частиц, определяемых относительно направления начальной частицы a , малы по сравнению с их энергией, то есть мы работаем в приближении малых углов. Как известно [37], для радиационных процессов в КЭД при высоких энергиях это приближение является очень хорошим. Как будет показано в ниже в главе 4, для процессов с быстрыми партонами в КХД материи приближение малых углов также является хорошим.

Мы будем работать учитывая только лидирующие по энергиям частиц эффекты. В этом приближении спиновые эффекты при взаимодействии частиц с материей можно не учитывать, и многократные перерассеяния частиц в материи происходят так же, как для скалярных частиц. Спиновые эффекты проявляют себя только в появлении вершинных операторов для перехода $a \rightarrow b + c$ и имеют вид аналогичный для этих переходов в вакууме. Эти вершинные операторы зависят от спинов частиц. В то время как эволюция волновых функций в среде, до и после процесса расщепления $a \rightarrow b + c$, в лидирующем по энергиям частиц приближении, не зависит от спиновых факторов. Поэтому, чтобы не загромождать формулы и сделать вывод

не зависящим от процесса, мы изложим формализм для распада одной бесспиновой частицы a на две другие бесспиновые частицы b, c .

Мы начнем со абелевого случая, и будем предполагать что индуцированный многократными перерассеяниями переход $a \rightarrow b + c$ происходит в случайном внешнем электромагнитном поле аморфного вещества. В реальной КЭД для любого перехода $a \rightarrow b + c$ только две частицы из трех могут быть заряженными. Однако, чтобы сделать переход к КХД максимально простым, мы не будем накладывать ограничения на заряды частиц a, b и c . При этом различие конечных формул для КЭД и КХД оказывается минимальным. Наша формулировка делает всю цветовую алгебру тривиальной и результаты для абелевого случая очень просто переносятся на неабелевый.

Таким образом, мы рассматриваем индуцированный переход $a \rightarrow bc$ во внешнем электромагнитном поле для лагранжиана взаимодействия полей вида

$$L_{int} = \lambda[\hat{\psi}_b^+ \hat{\psi}_c^+ \hat{\psi}_a + \hat{\psi}_a^+ \hat{\psi}_c \hat{\psi}_b] \quad (1.1)$$

(мы предполагаем, что выполнено условие $m_a < m_b + m_c$, и распад $a \rightarrow bc$ в вакууме отсутствует). Мы рассматриваем ситуацию когда частица a налетает на мишень из бесконечности (ниже мы будем предполагать, что ось z выбрана вдоль начального импульса частицы a).

Элемент \hat{S} -матрицы для индуцированного перехода $a \rightarrow bc$ может быть записан в форме

$$\langle bc | \hat{S} | a \rangle = i \int dt d\mathbf{r} \lambda \psi_b^*(t, \mathbf{r}) \psi_c^*(t, \mathbf{r}) \psi_a(t, \mathbf{r}), \quad (1.2)$$

где ψ_i волновые функции частиц во внешнем поле. Для начальной частицы $i = a$ следует брать приходящие волновые функции, а для конечных частиц $i = b, c$ уходящие волновые функции (ин-решения и аут-решения по терминологии использованной в книге Швебера [124]), имеющие вид плоских волн с определенным импульсом при $z \rightarrow -\infty$ и $z \rightarrow \infty$, соответственно. Волновые функции быстрых частиц в вакууме при $E_i \gg m_i$ являются быстро осциллирующими функциями переменных t и z . Внешний потенциал только незначительно изменяет характер зависимости по этим переменным. Поэтому удобно записать ψ_i в такой форме

$$\psi_i(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2E_i}} \exp[-iE_i(t - z)] \phi_i(t, \mathbf{r}). \quad (1.3)$$

Как обычно, мы нормируем потоки частиц на единицу, что соответствует $|\phi_i| = 1$ при $z = -\infty$ для $i = a$ и $z = \infty$ для $i = b, c$. Очевидно, что в форме (1.3) зависимость ϕ_i (мы будем называть эти функции поперечными волновыми функциями) по t и z при $t - z = \text{const}$ должна быть плавной. При фиксированном $t - z$ функции ϕ_i можно рассматривать просто как функции одной продольной переменной z и поперечного

вектора $\boldsymbol{\rho}$, поэтому мы ниже будем опускать аргумент t в этих функциях и записывать их как $\phi_i(z, \boldsymbol{\rho})$. Для случая не зависящего от времени внешнего потенциала, в S -матричном элементе, после интегрирования по t , можно выделить δ -функцию по изменению энергии и записать его через интеграл по пространственным переменным

$$\langle bc | \hat{S} | a \rangle = \frac{i2\pi\delta(E_b + E_c - E_a)}{\sqrt{8E_a E_b E_c}} \int dz d\boldsymbol{\rho} \lambda \phi_b^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_c^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_a(z, \boldsymbol{\rho}). \quad (1.4)$$

При меняющемся во времени потенциале энергия, естественно, не сохраняется строго. Однако эффекты нарушения сохранения энергии для быстрых частиц несущественны при вычислении сечения процесса в лидирующем по энергии приближении, так как могут дать только подавленные по энергии поправки, учет которых был бы превышением точности наших приближений для вычисления функций ϕ_i . Физически это очевидно, так как быстрая частица никогда не взаимодействует дважды с одним и тем же конститuentом среды. Поэтому с точки зрения быстрой частицы важен только потенциал, который она чувствует вдоль ее траектории $t - z = \text{const}$, и неважно изменяется ли он во времени до и после ее прохождения.

При вычислении сечения перехода $a \rightarrow bc$ в уравнении (1.4) удобно считать, что λ зависит от времени и от продольной координаты z так, что взаимодействие действует некоторое очень большое (по сравнению с толщиной мишени L) время T , скажем при $-T/2 < t < T/2$ и адиабатически выключается вне этого временного интервала и при $z \rightarrow \pm\infty$. Тогда, согласно золотому правилу Ферми, одна из δ -функций по изменению энергии в квадрате S -матричного элемента при вычислении вероятности перехода $a \rightarrow bc$ должна заменяться полным интервалом времени действия взаимодействия T . Действуя таким образом, дифференциальное сечение процесса $a \rightarrow bc$ усредненное по состояниям мишени можно записать в виде

$$\frac{d^5\sigma}{dx d\mathbf{q}_b d\mathbf{q}_c} = \frac{2}{(2\pi)^4} \text{Re} \int d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \int_{z_1 < z_2} dz_1 dz_2 g \langle F(z_1, \boldsymbol{\rho}_1) F^*(z_2, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle, \quad (1.5)$$

где $F(z, \boldsymbol{\rho}) = \phi_b^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_c^*(z, \boldsymbol{\rho}) \phi_a(z, \boldsymbol{\rho})$, $\mathbf{q}_{b,c}$ поперечные импульсы частиц b и c , $x = x_b$ (ниже мы используем обозначения $x_b = E_b/E_a$, $x_c = E_c/E_a$), $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по состояниям мишени, g обозначает вершинный фактор.

$$g = \frac{\lambda^2}{16\pi x(1-x)E_a^2}. \quad (1.6)$$

Как будет видно ниже, для реальной КЭД и КХД этот фактор будет дифференциальным оператором.

Пока мы не использовали явной формы поперечных волновых функций. Каждая из исходных волновых функций ψ_i удовлетворяет уравнению Клейна-Гордона

$$[(\partial_\mu + ie_i A_\mu)(\partial^\mu + ie_i A^\mu) + m_i^2]\psi_i(t, \mathbf{r}) = 0, \quad (1.7)$$

где e_i заряд частицы. При $E_i \gg m_i$ после подстановки (1.3) в (1.7), удерживая только лидирующие по энергии члены, из (1.7) получим уравнение описывающее эволюцию волновой функции $\phi_i(z, \boldsymbol{\rho})$ по переменной z при $t - z = \text{const}$

$$i \frac{\partial \phi_i}{\partial z} = \hat{H}_i \phi_i, \quad (1.8)$$

$$\hat{H}_i = \frac{(\mathbf{p}_\perp - e_i \mathbf{A}_\perp)^2 + m_i^2}{2\mu_i} + e_i U, \quad U = A^0 - A^3, \quad (1.9)$$

где $\mu_i = E_i$.

Ин-решение для ϕ_a можно записать в виде

$$\phi_a(z, \boldsymbol{\rho}) = \int d\boldsymbol{\rho}' K_a(\boldsymbol{\rho}, z | \boldsymbol{\rho}', z_i) \phi_a(z_i, \boldsymbol{\rho}'). \quad (1.10)$$

Здесь плоскость $(z_i, \boldsymbol{\rho}')$ находится далеко до мишени, где $\phi_a(z_i, \boldsymbol{\rho}') \propto \exp(i\mathbf{q}_a \boldsymbol{\rho})$ (общая фаза волновой функции для нас несущественна), K_a запаздывающая функция Грина для уравнения Шредингера (1.8) при $i = a$. Волновые функции для конечных частиц могут быть выражены через их значения на плоскости далеко после мишени $(z_f, \boldsymbol{\rho}')$ и опережающие функции Грина уравнения (1.8) при $i = b, c$. Используя тот факт, что для уравнения Шредингера опережающая функция Грина связана с запаздывающей функцией Грина соотношением

$$K_{ret}(\boldsymbol{\rho}_2, t_2 | \boldsymbol{\rho}_1, t_1) = K_{adv}^*(\boldsymbol{\rho}_1, t_1 | \boldsymbol{\rho}_2, t_2), \quad (1.11)$$

мы можем записать $\phi_{b,c}(z, \boldsymbol{\rho})$ в виде

$$\phi_{b,c}(z, \boldsymbol{\rho}) = \int d\boldsymbol{\rho}' K_{b,c}^*(\boldsymbol{\rho}', z_f | \boldsymbol{\rho}, z) \phi_{b,c}(z_f, \boldsymbol{\rho}'). \quad (1.12)$$

Тогда, после подстановки (1.10) и (1.12) в (1.5), дифференциальное сечение будет выражено через поперечные матрицы плотности начальной частицы при $z = z_i$ и конечных частиц при $z = z_f$ и запаздывающие функции Грина как показано на Рис. 1.1а. На этой диаграмме функции Грина K_i (K_i^*) показаны как \rightarrow (\leftarrow). Точечные линии показывают поперечные матрицы плотности для плоских волн $\rho_i(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \exp[i\mathbf{q}_i(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')].$

Мы не будем заниматься дифференциальным спектром по поперечным импульсам обоих конечных частиц. Мы рассмотрим спектр проинтегрированный по попе-



Рисунок 1.1: (а) Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$; (б) диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечному импульсу частицы c .

речному импульсу \mathbf{q}_c . Это соответствует матрице плотности частицы c вида

$$\rho_c(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q}_c \exp[i(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')\mathbf{q}_c] = \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}').$$

В этом случае диаграмма Рис. 1.1а может быть трансформирована в диаграмму показанную на Рис. 1.1б. Эта трансформация основана на тождествах для функций Грина

$$\int d\boldsymbol{\rho}_2 K(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K^*(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = \delta(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}'_1), \quad (1.13)$$

$$K(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \int d\boldsymbol{\rho} K(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}, z) K(\boldsymbol{\rho}, z | \boldsymbol{\rho}_1, z_1). \quad (1.14)$$

Выражение соответствующее диаграмме Рис. 1.1б имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{dx d\mathbf{q}_b} &= \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\boldsymbol{\rho}_{b,f} d\boldsymbol{\rho}'_{b,f} d\boldsymbol{\rho}_b d\boldsymbol{\rho}'_b d\boldsymbol{\rho}_a d\boldsymbol{\rho}'_a d\boldsymbol{\rho}_{a,i} d\boldsymbol{\rho}'_{a,i} \\ &\quad \times \exp[-i\mathbf{q}_b(\boldsymbol{\rho}_{b,f} - \boldsymbol{\rho}'_{b,f})] \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g\langle S \rangle, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где

$$\begin{aligned} S &= S_{b\bar{b}}(\boldsymbol{\rho}_{b,f}, \boldsymbol{\rho}'_{b,f}, z_f | \boldsymbol{\rho}_b, \boldsymbol{\rho}'_b, z_2) S_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_b, \boldsymbol{\rho}'_b, z_2 | \boldsymbol{\rho}_a, \boldsymbol{\rho}'_a, z_1) \\ &\quad \times S_{a\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_a, \boldsymbol{\rho}'_a, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a,i}, \boldsymbol{\rho}'_{a,i}, z_i), \end{aligned} \quad (1.16)$$

а функции $S_{b\bar{b}}$, $S_{a\bar{a}}$, $S_{bc\bar{a}}$ определены так

$$S_{i\bar{i}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_i(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_i^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1), \quad (1.17)$$

$$S_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_b(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_c(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_a^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1). \quad (1.18)$$

Типичные значения $|z_2 - z_1|$ для диаграммы Рис. 1.1б определяются длиной когерентности (формирования) для перехода $a \rightarrow bc$, для которой из соотношения неопре-

деленности можно получить

$$L_f = 2E_a x_b x_c / \epsilon^2, \quad (1.19)$$

где

$$\epsilon^2 = m_b^2 x_c + m_c^2 x_b - m_a^2 x_b x_c. \quad (1.20)$$

Соотношение неопределенности, естественно, дает только качественную оценку L_f , но мы написали в (1.19) строгий знак равенства так как величина L_f будет появляться автоматически в нашем выводе именно в форме (1.19). Мы будем предполагать, что длина формирования L_f много больше размеров атома в веществе. Этот режим для процесса $e \rightarrow e\gamma$ в КЭД соответствует режиму полного насыщения в формуле Бете-Гайтлера [37] (когда кулоновский логарифм не зависит от энергии). Именно в такой ситуации коллективные эффекты в радиационном переходе $a \rightarrow b + c$ только и могут стать важны и возможен существенный эффект ЛПМ. В этом режиме для аморфного вещества усреднение по состояниям мишени в факторе S в (1.16) можно выполнить независимо для отдельных сомножителей, то есть можно записать

$$\langle S \rangle = \bar{S}_{b\bar{b}} \bar{S}_{bc\bar{a}} \bar{S}_{a\bar{a}} \quad (1.21)$$

(здесь мы в правой части и ниже обозначаем усреднение по состояниям среды над черкиванием). До сих пор мы не использовали конкретную форму функций Грина. Для дальнейших вычислений мы будем записывать функции Грина в фейнмановской форме интеграла по путям [79]

$$K_i(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \int D\boldsymbol{\rho} \exp \left\{ i \int dz \left[\frac{\mu_i (d\boldsymbol{\rho}/dz)^2}{2} - U(\boldsymbol{\rho}, z) \right] - \frac{im_i^2 (z_2 - z_1)}{2\mu_i} \right\}. \quad (1.22)$$

Здесь $U = A^\mu v_\mu$, где $v_\mu = (1, -\mathbf{v}_\perp, -1)$ ($\mathbf{v}_\perp = d\boldsymbol{\rho}/dz$). В данной форме интегрирование идет по путям в поперечной плоскости $\boldsymbol{\rho}(z)$ на световом конусе $t - z = \text{const}$. Основная идея нашего метода состоит в подстановке функций Грина в форму интегралов по путям в формулу для спектра с последующим выполнением усреднения по состояниям мишени под знаком (многократного) функционального интегрирования. В начальной формулировке функциональные интегралы для амплитуды и комплексно сопряженной амплитуде не связаны и описывают очень сложное взаимодействие быстрых частиц с случайным потенциалом среды. Аналитическое или прямое численное вычислений этих интегралов, конечно, невозможно. После выполнения усреднения по состояниям среды начальное взаимодействие частиц переводится в взаимодействие между траекториями. Для участков $z < z_1$ и $z > z_2$ это взаимодействие между двумя траекториями ($a\bar{a}$ и $b\bar{b}$), а для $z_1 < z < z_2$ в общем случае (если все частицы имеют

заряд, как в КХД) между тремя траекториям. Важно, что в отличие от оригинального взаимодействия со средой взаимодействие между траекториями устроено много проще. С точки зрения двухкратных (для систем $a\bar{a}$, $b\bar{b}$) и трехкратного (для $bc\bar{a}$) функциональных интегралов мы имеем системы с эффективными лагранжианами вида

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_p(\dot{\tau}_p) - \mathcal{L}_{\bar{p}}(\dot{\tau}_{\bar{p}}) + \mathcal{L}_{int}(\tau_p, \tau_{\bar{p}}). \quad (1.23)$$

Здесь τ_p и $\tau_{\bar{p}}$ обозначают поперечные координаты “частиц” и “античастиц”, а \mathcal{L}_p и $\mathcal{L}_{\bar{p}}$ их свободные (чисто кинетические) лагранжианы, а \mathcal{L}_{int} лагранжиан взаимодействия между траекториями, возникающий после усреднения по состояниям мишени под знаком функциональных интегрирований. Ключевую роль в развиваемом подходе играют два факта. Это “неправильный” знак кинетического члена $\mathcal{L}_{\bar{p}}$ в (1.23) для “античастиц”, и то, что для однородной в поперечных направлениях среды, лагранжиан взаимодействия $\mathcal{L}_{int}(\tau_p, \tau_{\bar{p}})$ зависит только от относительных расстояний между траекториями (см. ниже). Это позволяет, как будет видно ниже, после изменения порядка функционального интегрирования и усреднения по состояниям материи, выполнить основную часть функциональных интегрирований аналитически, а оставшийся однократный функциональный интеграл выразить через решение двумерного уравнения Шредингера, которое описывает эволюции системы $bc\bar{a}$.

Обсудим сначала двухчастичные факторы, каждый из которых является просто оператором эволюции поперечной матрицы плотности частицы. Мы можем записать двухчастичный фактор в виде

$$\begin{aligned} \bar{S}_{i\bar{i}}(\rho_2, \rho'_2, z_2 | \rho_1, \rho'_1, z_1) &= \int D\rho D\rho' \\ \times \exp \left\{ i \int dz \frac{\mu_i [(d\rho/dz)^2 - (d\rho'/dz)^2]}{2} \right\} &\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\rho\}, \{\rho'\}), \end{aligned} \quad (1.24)$$

где функционал $\bar{\Phi}_{i\bar{i}}$ определен формулой

$$\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\rho\}, \{\rho'\}) = \exp \left\{ -ie_i \int dz [U(\rho(z), z) - U(\rho'(z), z)] \right\}. \quad (1.25)$$

Мы будем предполагать, что свойства среды инвариантны относительно поперечных смещений. Это приближение является очень хорошим для всех физических ситуаций. Как будет видно ниже, для КЭД типичные поперечные расстояния между траекториями порядка обратной массы электрона, поэтому на таких масштабах вариация параметров среды не может быть существенно. Это приближение является хорошим и для индуцированного излучения глюонов в КГП, где поперечные расстояния между траекториями порядка обратной квазичастичной массы глюона и существенно меньше чем масштаб на котором сильно меняется температура КГП. Для среды инвариантной относительно поперечных трансляций усредненный функ-

ционал $\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\})$ в действительности является функционалом от одной функции $\boldsymbol{\tau}(z) = \boldsymbol{\rho}(z) - \boldsymbol{\rho}'(z)$. Так как нас будет интересовать ситуация когда типичные значения $|z_2 - z_1|$ много больше типичной длины корреляций в среде, то этот функционал можно формально записать в виде

$$\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\tau}\}) = \exp \left[- \int dz P_i(\boldsymbol{\tau}(z), z) \right], \quad (1.26)$$

где конкретный вид функции $P_i(\boldsymbol{\tau}, z)$ зависит от модели среды. Для вывода спектра форма этой функции не имеет значения. Тот факт, что $\bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\})$ зависит только от относительного расстояния между траекториями, позволяет вычислить двойной функциональный интеграл аналитически [4]. Результат имеет вид

$$\bar{S}_{i\bar{i}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) = K_{i,v}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K_{i,v}^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) \bar{\Phi}_{i\bar{i}}(\{\boldsymbol{\tau}_l\}), \quad (1.27)$$

где τ_l есть линейная функция z

$$\boldsymbol{\tau}_l(z) = \frac{\boldsymbol{\tau}_2(z - z_1) - \boldsymbol{\tau}_1(z - z_2)}{z_2 - z_1}, \quad (1.28)$$

а $K_{i,v}$ есть свободная функция Грина, которая имеет вид

$$K_{i,v}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \frac{\mu_i}{2\pi i(z_2 - z_1)} \exp \left[\frac{i\mu_i(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2}{2(z_2 - z_1)} - \frac{im_i^2(z_2 - z_1)}{2\mu_i} \right]. \quad (1.29)$$

Вывод формулы (1.27) дан Приложении А. Возможность аналитического вычисления функционального интеграла можно предвидеть. Действительно, интеграл (1.24) можно записать как интеграл по переменной центра масс $\mathbf{R} = (\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}')/2$ и по $\boldsymbol{\tau}$. Для кинетического члена в экспоненте в (1.24) в этих переменных можно получить

$$\int_{z_1}^{z_2} dz \mu_i d\mathbf{R}/dz \cdot d\boldsymbol{\tau}/dz = \mu_i [\mathbf{R} d\boldsymbol{\tau}/dz|_{z_1}^{z_2} - \int_{z_1}^{z_2} dz \mathbf{R}(z) d^2\boldsymbol{\tau}/dz^2]. \quad (1.30)$$

Из этой формулы видно, что функциональное интегрирование по переменной \mathbf{R} можно провести как и для свободных функций Грина. Это интегрирование приводит при каждом $z_1 < z < z_2$ к $\delta(d^2\boldsymbol{\tau}/dz^2)$. Эта δ -функция снимается последующим интегрированием по $\boldsymbol{\tau}$ совершенно так же, как и в свободном случае. При этом $\delta(d^2\boldsymbol{\tau}/dz^2)$ гарантирует что функционал $\bar{\Phi}_i$ зависит от функции $\boldsymbol{\tau}$, которая должна быть линейной по z (так как должно выполняться равенство $d\boldsymbol{\tau}/dz = \text{const}$). Таким образом, полный ответ должен быть произведением свободных функций Грина на фазовый фактор для одной линейной траектории $\boldsymbol{\tau}(z)$.

Перейдем к трехчастичному оператору $S_{bc\bar{a}}$. Функциональный интеграл $\int D\rho_b D\rho_c D\rho_{\bar{a}}$ удобно записать в новых переменных $\int D\rho D\rho_a D\rho_{\bar{a}}$, где $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}_c$ есть относительная координата в системе bc а $\boldsymbol{\rho}_a = x_b \boldsymbol{\rho}_b + x_c \boldsymbol{\rho}_c$ дает положение центра

масс системы bc . Трехчастичный фазовый фактор $\Phi_{bc\bar{a}}$ для системы $bc\bar{a}$ до усреднения по состояниям мишени является функционалом от траекторий по переменным $\mathbf{R} = (\boldsymbol{\rho}_a + \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}})/2$, $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}} = \boldsymbol{\rho}_a - \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}}$ и $\boldsymbol{\rho}$. Трансляционная инвариантность системы гарантирует, что после усреднения по состояниям материи зависимость от \mathbf{R} в $\bar{\Phi}_{bc\bar{a}}$ отсутствует. Совершенно аналогично случаю двухчастичного оператора, этот факт позволяет выполнить аналитически интегрирование $\int D\boldsymbol{\rho}_a D\boldsymbol{\rho}_{\bar{a}} = \int D\mathbf{R} D\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}$. После этого трехчастичный фактор можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{S}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_{a2}, \boldsymbol{\rho}'_{\bar{a}2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a1}, \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}1}, z_1) &= K_a(\boldsymbol{\rho}_{a2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{a1}, z_1) K_{\bar{a}}^*(\boldsymbol{\rho}'_{\bar{a}2}, z_2 | \boldsymbol{\rho}_{\bar{a}1}, z_1) \\ &\times \mathcal{K}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1), \end{aligned} \quad (1.31)$$

где последний фактор есть функциональный интеграл по $\boldsymbol{\rho}$ вида

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) &= \int D\boldsymbol{\rho} \exp \left\{ i \int dz \frac{M(d\boldsymbol{\rho}/dz)^2}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{i\epsilon^2(z_2 - z_1)}{2M} \right\} \bar{\Phi}_{bc\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}\}). \end{aligned} \quad (1.32)$$

Здесь $M = E_a x_b x_c$ (ниже мы считаем $x = x_b$, $M(x) = E_a x(1-x)$), а $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}^l$ обозначает линейную по z функцию

$$\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}^l(z) = \frac{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z_2)(z - z_1) - \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z_1)(z - z_2)}{z_2 - z_1}, \quad (1.33)$$

которая является полным аналогом функции τ_l (1.28) для двухчастичного оператора $\bar{S}_{i\bar{i}}$ (1.27). Усреднение по состояниям мишени носит локальный характер с типичной длиной корреляций по продольной переменной z порядка размера атома. Поэтому усредненный фазовый фактор $\Phi_{bc\bar{a}}$ можно формально записать в виде

$$\bar{\Phi}_{bc\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}\}) = \exp \left[-i \int dz v(z, \boldsymbol{\rho}(z), \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}(z)) \right]. \quad (1.34)$$

Как и в случае двухчастичного фазового фактора, форма функции $v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}})$ зависит от модели среды, но ее конкретный вид не имеет значения для дальнейшего вывода спектра. С учетом (1.34), мы можем сказать, что $\mathcal{K}_{bc\bar{a}}$ является запаздывающей функцией Грина для уравнения Шредингера с гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M(x)} + v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) = -\frac{1}{2M(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right)^2 + v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) + \frac{1}{L_f}. \quad (1.35)$$

Для упрощения формул ниже мы будем опускать индекс $bc\bar{a}$ в обозначении функции Грина $\mathcal{K}_{bc\bar{a}}$.

После подстановки полученных формул для двухчастичных и трехчастичного операторов в формулу (1.15) мы выполним интегрирование по конечным поперечным координатам переходя к координатам центра масс пар и относительных координат (например, $\mathbf{R}_b = (\boldsymbol{\rho}_b + \boldsymbol{\rho}_{\bar{b}})/2$, $\boldsymbol{\tau}_b = \boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}_{\bar{b}}$)

$$\int d\boldsymbol{\rho}_{b,f} d\boldsymbol{\rho}'_{b,f} d\boldsymbol{\rho}_b d\boldsymbol{\rho}'_b d\boldsymbol{\rho}_a d\boldsymbol{\rho}'_a d\boldsymbol{\rho}_{a,i} d\boldsymbol{\rho}'_{a,i} = \int d\mathbf{R}_{b,f} d\boldsymbol{\tau}'_{b,f} d\mathbf{R}_b d\boldsymbol{\tau}'_b d\mathbf{R}_a d\boldsymbol{\tau}'_a d\mathbf{R}_{a,i} d\boldsymbol{\tau}'_{a,i}. \quad (1.36)$$

Интегрирование по координатам \mathbf{R} может быть выполнено аналитически используя формулу

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{R}_2 K(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) K^*(\boldsymbol{\rho}'_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}'_1, z_1) \\ &= \left(\frac{\mu}{2\pi\Delta z} \right)^2 \int d\mathbf{R}_2 \exp \left[\frac{i\mu(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_1)(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)}{\Delta z} \right] = \delta(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_1). \end{aligned} \quad (1.37)$$

С учетом этого факта, после интегрирования по координатам \mathbf{R} для участков (z_i, z_1) и (z_2, z_2) , остаются только фазовые факторы для параллельных траекторий, причем относительное расстояние между траекториями для конечной пары $b\bar{b}$ связано с относительным расстоянием для начальной пары $a\bar{a}$ соотношением

$$\boldsymbol{\tau}_a = x_b \boldsymbol{\tau}_b.$$

И дифференциальный спектр перехода $a \rightarrow bc$ принимает вид

$$\frac{d^3 P}{dx d\mathbf{q}_b} = \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\boldsymbol{\tau}_b \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}_b) \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g \Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) \mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1), \quad (1.38)$$

где

$$\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) = \exp \left[- \int_{z_i}^{z_1} dz P_a(\boldsymbol{\tau}_a, z) \right], \quad (1.39)$$

$$\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) = \exp \left[- \int_{z_2}^{z_f} dz P_b(\boldsymbol{\tau}_b, z) \right]. \quad (1.40)$$

Можно ожидать, что типичный размер интервала $\Delta z = z_2 - z_1$ в формуле (1.38), во всяком случае, не должен существенно превышать длину формирования для перехода $a \rightarrow bc$ в вакууме. Однако интегрирование по переменной $(z_1 + z_2)/2$ в формуле (1.38) в областях вдали от мишени, то есть при $|z_1| \gg L$, требует осторожности. Вдали от мишени функция Грина \mathcal{K} совпадает со свободной функцией Грина

$$\mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_2, z_2 | \boldsymbol{\tau}_1, z_1) = \frac{M}{2\pi i(z_2 - z_1)} \exp \left\{ i \left[\frac{M(\boldsymbol{\tau}_2 - \boldsymbol{\tau}_1)^2}{2(z_2 - z_1)} - \frac{z_2 - z_1}{L_f} \right] \right\}. \quad (1.41)$$

На первый взгляд, можно было бы ожидать, что эти области несущественны, так как для свободной функции Грина имеет место соотношение

$$\operatorname{Re} \int_0^{\infty} dz \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}, z|0,0) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} dz \left(\frac{M}{2\pi iz} \right) \exp \left\{ i \left[\frac{M\boldsymbol{\tau}^2}{2z} - \frac{z}{L_f} \right] \right\} = 0. \quad (1.42)$$

Однако надо учитывать, что этот интеграл умножается на бесконечность из-за интегрирования по z_1 до бесконечности. Появление таких вкладов от областей по z на больших расстояниях от мишени есть плата за то, что мы работаем с квадратом матричного элемента. Для самого матричного элемента (1.4) вклады очень больших $|z|$ исчезают из-за осцилляций произведения волновых функций. Но для квадрата матричного элемента эти осцилляции в матричном элементе и комплексно сопряженном матричном элементе сокращаются и требуется аккуратная трактовка от вклада больших $|z|$. Раскрытие возникающей неопределенности $0 \cdot \infty$ требует аккуратных вычислений с адиабатически отключающимся взаимодействием при больших $|z|$. Мы выполним это проводя вычисления для $\lambda(z) = \lambda \exp(-\delta|z|)$, с последующим переходом к пределу $\delta \rightarrow 0$.

В формуле (1.38) в последнем интеграле по z_2 мы сделаем в подынтегральном выражении тождественную замену

$$\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) \mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1) \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1)$$

на

$$\begin{aligned} & \Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1)] \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) \\ & + [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1) [\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) - 1] \\ & + [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1) + \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1) [\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) - 1] \\ & + \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2|0, z_1). \end{aligned} \quad (1.43)$$

При подстановке (1.43) в (1.38) последний член должен давать ноль, так как переход $a \rightarrow bc$ в вакууме отсутствует. Члены в первых двух строках в (1.43) не содержат вклады от областей вдали от мишени. Важными для раскрытия неопределенности $0 \cdot \infty$ являются два члена в третьей строке, которые содержат интегрирование по z на больших расстояниях до мишени и после мишени. В Приложении В мы показываем, что вклад этих членов в спектр можно выразить через волновую функцию на световом конусе для фоковской компоненты $|bc\rangle$ частицы a (Ψ_a^{bc}). Он равен

$$\frac{1}{(2\pi)^2} \int d\tau d\tau' \exp(-i\mathbf{q}_b\tau) \Psi_a^{bc*}(x, \tau' - \tau) \Psi_a^{bc}(x, \tau') \times [\Phi_b(\tau, z_i) + \Phi_a(x\tau, z_f) - 2]. \quad (1.44)$$

С учетом этого окончательный ответ для спектра по x и \mathbf{q}_b имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx d\mathbf{q}_b} = \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\tau \exp(-i\mathbf{q}_b\tau) \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g \left\{ \Phi_b(\tau, z_2) [\mathcal{K}(\tau, z_2|0, z_1) - \mathcal{K}_v(\tau, z_2|0, z_1)] \Phi_a(x\tau, z_1) + [\Phi_b(\tau, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\tau, z_2|0, z_1) [\Phi_a(x\tau, z_1) - 1] \right\} \\ + \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\tau d\tau' \exp(-i\mathbf{q}_b\tau) \Psi_a^{bc*}(x, \tau' - \tau) \Psi_a^{bc}(x, \tau') \times [\Phi_b(\tau, z_i) + \Phi_a(x\tau, z_f) - 2]. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Отсюда, после интегрирования по поперечному импульсу, получаем спектр по одной фейнмановской переменной x

$$\frac{dP}{dx} = 2\text{Re} \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 g [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2|\boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2|\boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1=\boldsymbol{\rho}_2=0}, \quad (1.46)$$

который графически можно изобразить как показано на Рис. 1.2, где первая затененная диаграмма соответствует одетой (с учетом потенциала v) функции Грина, а вторая диаграмма вакуумной функции Грина с $v = 0$. Хотя на диаграммах Рис. 1.2 мы показываем три линии, соответствующие трем частицам в системе $b\bar{c}a$, надо помнить, что фактически имеется только одна динамическая переменная, а именно поперечный вектор $\boldsymbol{\rho}$, соответствующий расстоянию между частицами b и c . Так как



Рисунок 1.2: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c .

для перехода трехчастичной системы $b\bar{c}a$ из нулевого размера в нулевой в формуле (1.46) мы имеем $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}} = 0$, то потенциал v в гамильтониане (1.35) становится центральным. Раскладывая одетую функцию Грина на Рис. 1.2 в ряд по потенциалу v , спектр можно представить диаграммами показанными на Рис. 1.3. Этот ряд соответствует ряду по кратности перерасеяний быстрых частиц в среде.

Выше мы получили спектр по x в виде диаграмм Рис. 1.2 путем прямого вычисления вероятности перехода $a \rightarrow b + c$. Этот спектр можно получить и другим методом из соотношения сохранения полной вероятности

$$P(a \rightarrow a) + P(a \rightarrow bc) = 1, \quad (1.47)$$

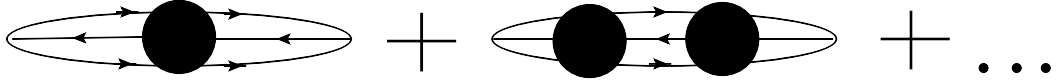


Рисунок 1.3: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде ряда по кратности перерассеяний в среде. Темные круги соответствуют потенциалу v в гамильтониане (1.35).

где два слагаемых в (1.47) дают вероятность процессов $a \rightarrow a$ и $a \rightarrow b + c$. Так как в лидирующем (нулевом) приближении по константе связи λ имеет место равенство

$$P(a \rightarrow a) = 1, \quad (1.48)$$

то мы можем переписать (1.47) так

$$P(a \rightarrow bc) = -P_{rad}(a \rightarrow a), \quad (1.49)$$

где $P_{rad}(a \rightarrow a)$ есть радиационная поправка к вероятности процесса $a \rightarrow a$ (точнее, конечно, надо говорить об изменении этой поправки за счет взаимодействия со средой). Так как при высоких энергиях частиц их взаимодействие со средой практически не меняет их энергии, то соотношение (1.49) должно быть верно и в дифференциальной форме по x , то есть при каждом отдельном x . Поэтому спектр $dP(a \rightarrow bc)/dx$ может быть выражен через радиационную поправку к спектру $dP_{rad}(a \rightarrow a)/dx$. Эта поправка дается диаграммой Рис. 1.4а, которая после интегрирования по всем поперечным координатам при $z = z_i$ и $z = z_f$ сводится к диаграмме Рис. 1.4б. С учетом того, что в радиационной поправке мы имеем от вершин фактор $(i\lambda)^2$, а при прямом вычислении вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ этот фактор заменяется на $(i\lambda)(i\lambda)^*$, видно, что вычисление с использованием соотношения унитарности (1.49) точно воспроизводит ответ полученный выше.

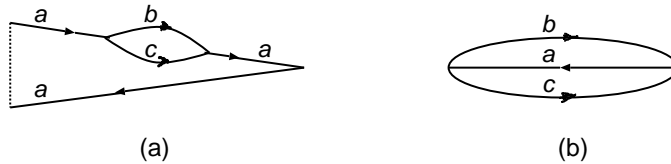


Рисунок 1.4: (а) Диаграммное представление для радиационной поправки к вероятности перехода $a \rightarrow a$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c ; (б) окончательный вклад диаграммы (а) после интегрирования по всем поперечным координатам при $z = z_i$ и $z = z_f$.

Обсудим теперь как меняются формулы для случая быстрой частицы рождающейся в среде. Как и для случая частицы налетающей на мишень из бесконечности, мы предполагаем, что материя однородна в поперечных направлениях. Для случая частицы a рожденной в среде достаточно в формуле (1.15) использовать для z_i координату точки рождения быстрой частицы a , для которой мы будем брать $z_i = 0$. При этом возникает неопределенность $0 \cdot \infty$ только для области больших положительных z . В данном случае в формуле (1.38) в последнем интеграле по z_2 мы сделаем тождественную замену

$$\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) \mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1)$$

на

$$\begin{aligned} & \Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1)] \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) \\ & + [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) \\ & + \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1). \end{aligned} \quad (1.50)$$

При подстановке (1.50) в (1.38) только последний член дает неопределенность $0 \cdot \infty$. Раскрытие ее путем адиабатического отключения взаимодействия при $z \rightarrow \infty$ дает для спектра

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx d\mathbf{q}_b} &= \frac{2}{(2\pi)^2} \text{Re} \int d\boldsymbol{\tau} \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}) \int_{z_i}^{z_f} dz_1 \int_{z_1}^{z_f} dz_2 \hat{g} \left\{ \Phi_b(\boldsymbol{\tau}, z_2) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1) \right. \\ & \left. - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1)] \Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_1) + [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}, z_2 | 0, z_1) \Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_1) \right\} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\tau} d\boldsymbol{\tau}' \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}) \Psi_a^{bc*}(x, \boldsymbol{\tau}' - \boldsymbol{\tau}) \Psi_a^{bc}(x, \boldsymbol{\tau}') \Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, z_f). \end{aligned} \quad (1.51)$$

Последний член в (1.51) соответствует переходу $a \rightarrow bc$ в вакууме с учетом поперечного момента от перерассеяний начальной частицы. Вклад этого члена, в отличие от случая от частицы налетающей из бесконечности, не исчезает после интегрирования по поперечному импульсу. В КХД это соответствует обычному каскадированию партонов рожденных в жестком процессе. В дальнейшем, для случая КХД, нас будет интересовать только поправка к x -спектру от излучения индуцированного взаимодействием со средой. Индуцированный вклад в спектр по x дается формулой (1.46), как и для случая частицы a налетающей из бесконечности, но теперь с $z_i = 0$.

Пока мы не использовали конкретную форму функций P и v . В Приложении С мы показываем, что для среды состоящей из случайно расположенных атомов эти функции имеют вид

$$P_i(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{\sigma_{i\bar{i}}(|\boldsymbol{\rho}|) n(z)}{2}, \quad (1.52)$$

$$v(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) = -\frac{i\sigma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}})n(z)}{2}, \quad (1.53)$$

где $n(z)$ есть число атомов среды в единице объема, $\sigma_{i\bar{i}}$ дипольное сечение рассеяния $i\bar{i}$ пары на атоме, $\sigma_{bc\bar{a}}$ сечение рассеяния на атоме трехчастичной системы $bc\bar{a}$. Напомним, что в аргументе $\boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}$ a означает положение центра масс bc в поперечной плоскости, который определен как $\boldsymbol{\rho}_a = x_c\boldsymbol{\rho}_b + x_b\boldsymbol{\rho}_c$. При выводе формул явно использовался тот факт, что на продольных масштабах порядка размера атома можно пренебречь изменением поперечных координат быстрых частиц. Мы также считали для простоты, что корреляции в положениях атомов отсутствуют.

Для спектра по x трехчастичное состояние $bc\bar{a}$ представляет из себя bc пару, в центре масс которой располагается \bar{a} , поэтому для краткости потенциал v мы будем записывать в этом случае как функцию одной переменной $\boldsymbol{\rho}$. Иногда мы будем указывать и фейнмановскую переменную x , которая определяет положение \bar{a} относительно частиц bc . Расстояние от \bar{a} до b есть $\rho(1-x)$, а до c ρx . Поэтому при $x \ll 1$ система $bc\bar{a}$ выглядит как компактная $c\bar{a}$ пара и далеко от нее отстоящая частица b .

Подчеркнем, что система $bc\bar{a}$ есть фиктивный объект в нашем выводе, при вычислении трехчастичного функционального интеграла трехчастичный фазовый фактор описывающий взаимодействие со средой имеет тот же вид как и фазовый фактор для реальной системы $bc\bar{a}$, но кинетический член соответствующий \bar{a} имеет неправильный знак. Последний факт и позволяет выполнить аналитически функциональное интегрирование по координате центра масс системы bc .

Мы в дальнейшем будем проводить численные расчеты только для спектра проинтегрированного по поперечным импульсам конечных частиц определяемого уравнением (1.46).

1.2 Индуцированный спектр и волновая функция состояния bc в на световом конусе

Выражение (1.46) можно представить в другой форме, прямо показывающей его предельный вид для случая малой плотности материи (когда спектр должен описываться формулой Бете-Гайтлера). Раскладывая функцию Грина в ряд по потенциалу v как на Рис. 1.3, спектр соответствующий Рис. 1.2 можно представить диаграммами показанными в правой части Рис. 1.5. Аналитически (для случая частицы a налетающей из бесконечности) спектр имеет вид

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dP_{BH}}{dx} + \frac{dP_{abs}}{dx}, \quad (1.54)$$



Рисунок 1.5: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде члена однократного рассеяния и абсорбционной поправки.

где

$$\frac{dP_{BH}}{dx} = \int dz n(z) \int d\rho \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) |\Psi(x, \rho)|^2 \quad (1.55)$$

соответствует первой диаграмме в правой части Рис. 1.5, а второе слагаемое в (1.54) соответствует второй диаграмме в правой части Рис. 1.5 и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dP_{abs}}{dx} = & -\frac{1}{2} \int_{z_1 < z_2} dz_1 dz_2 n(z_1) n(z_2) \\ & \times \int d\rho_1 \Psi^*(x, \rho_2) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_2) \mathcal{K}(\rho_2, z_2 | \rho_1, z_1) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_1) \Psi(x, \rho_1), \end{aligned} \quad (1.56)$$

где

$$\Psi(x, \rho) = \frac{i\lambda}{4E\sqrt{\pi x(1-x)}} \int_{-\infty}^0 dz \mathcal{K}_v(\rho, 0 | 0, z). \quad (1.57)$$

Функция Ψ есть амплитуда для перехода $a \rightarrow bc$ для конфигурации пары bc с относительным поперечным расстоянием ρ и долей продольного импульса частицы b $x_b = x$ (это функция Ψ_a^{bc} из (1.44), индексы убраны для упрощения формул). Вычисление интеграла по z в (1.57) дает (см. Приложение D)

$$\Psi(x, \rho) = \frac{\lambda\sqrt{x(1-x)}}{4\pi\sqrt{\pi}} K_0(\rho\epsilon), \quad (1.58)$$

где K_0 функция Бесселя. Ψ есть просто волновая функция фоковской компоненты bc в частицы a в системе бесконечного импульса, которая совпадает с волновой функцией на световом конусе. Тот факт, что Ψ определяемая формулой (1.57) совпадает с Фурье преобразованием стандартной волновой функцией в импульсном представлении в системе бесконечного импульса продемонстрирован в Приложении D. Из формы волновой функции (1.58) видно, что характерные расстояния между b и c в режиме Бете-Гайтлера $\lesssim 1/\epsilon$ (так как $K_0(x) \propto e^{-x}$).

Форма (1.54) удобна для численных расчетов для спектра для случая частицы налетающей на мишень из бесконечности. При этом фактор

$$\mathcal{K}(\rho_2, z_2 | \rho_1, z_1) \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho_1) \Psi(x, \rho_1) \quad (1.59)$$

в уравнении (1.56) может рассматриваться просто как решение уравнения Шредингера $\Phi(z, \boldsymbol{\rho})$

$$i \frac{\partial \Phi(z, \boldsymbol{\rho})}{\partial z} = \hat{H} \Phi(z, \boldsymbol{\rho}) \quad (1.60)$$

с гамильтонианом \hat{H} (1.35) и с граничным условием $\Phi(z = z_1, \boldsymbol{\rho}) = \sigma_{bc\bar{a}}(x, \boldsymbol{\rho}) \Psi(x, \boldsymbol{\rho})$. Этот метод мы будем использовать при сравнении с данными по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma + e$.

При $L_f \rightarrow 0$ фактор $1/L_f$ в гамильтониане (1.35) приводит к сильно осциллирующему фактору $\exp[-i(z_2 - z_1)/L_f]$ в функции Грина $\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)$ (и в Φ). Поэтому в режиме $L_f \rightarrow 0$ в формуле (1.54) выживает только первый член. В пределе низкой плотности в (1.54) также выживает только первый член. Поэтому этот член, определяемый формулой (1.55), должен, очевидно, совпадать со спектром Бете-Гайтлера в случае реальной КЭД. Тот факт, что в (1.55) величина

$$\frac{d\sigma_{BH}}{dx} = \int d\boldsymbol{\rho} \sigma_{bc\bar{a}}(x, \boldsymbol{\rho}) |\Psi(x, \boldsymbol{\rho})|^2 \quad (1.61)$$

есть действительно сечение перехода $a \rightarrow bc$ на одном атоме продемонстрирован в Приложении Е. Второе слагаемое в (1.54) описывает эффект ЛПМ. Этот член аналогичен глауберовской теневой абсорбционной поправке. Реально в режиме сильного эффекта ЛПМ абсорбционная поправка, конечно, не мала и почти полностью сокращает вклад первого члена в (1.54).

В режиме $L_f \gg L$ спектр сильно упрощается. В этом режиме можно пренебречь поперечным движением частиц не только при взаимодействии с отдельным атомом, но и при прохождении через всю мишень, и считать поперечные координаты вообще замороженными. Тогда функция Грина может быть записана в простой форме

$$\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \delta(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) \exp \left[-\frac{\sigma_{bc\bar{a}}(x, \boldsymbol{\rho}_1)}{2} \int_{z_1}^{z_2} dz n(z) \right]. \quad (1.62)$$

Отметим, что это приближение формально соответствует взятию предела $M \rightarrow \infty$ для гамильтониана (1.35). В этом пределе шредингеровская диффузия поперечных координат отсутствует, что, очевидно, эквивалентно замороженности поперечных размеров в системе $bc\bar{a}$. Используя эту формулу из (1.54), (1.55), (1.56) получаем для спектра (мы обозначаем его dP_{fr}/dx)

$$\frac{dP_{fr}}{dx} = 2 \int d\boldsymbol{\rho} \{1 - \exp[-\sigma_{bc\bar{a}}(x, \boldsymbol{\rho})T/2]\} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho})|^2, \quad (1.63)$$

где $T = \int_0^L dz n(z)$ есть полная оптическая толщина мишени. В пределе $L_f \gg L$ формула для спектра по x и \mathbf{q}_b (1.45) также может быть записана через $\Psi(x, \boldsymbol{\rho})$. В этом пределе этот спектр диаграммно показан на Рис. 1.6. На всех трех вкладах на

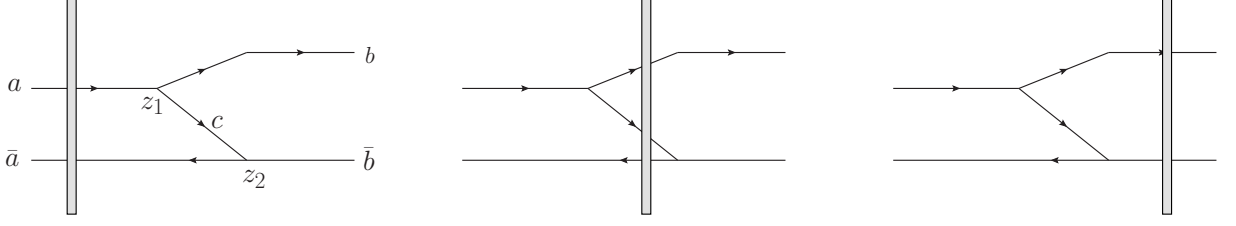


Рисунок 1.6: Схематичное диаграммное представление трех возможных вкладов в спектр $dP/dxd\mathbf{q}_b$ для тонкой мишени когда $L_f \gg L$.

Рис. 1.6 при взаимодействии частиц с мишенью мы можем пренебречь поперечным смещением частиц, а интегралы по z_1 и z_2 можно выразить через волновую функцию $\Psi(x, \boldsymbol{\rho})$. Это приводит к спектру

$$\left. \frac{dP}{dx d\mathbf{q}_b} \right|_{L_f \gg L} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\tau} d\boldsymbol{\tau}' \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}) \Psi^*(x, \boldsymbol{\tau}' - \boldsymbol{\tau}) \Psi(x, \boldsymbol{\tau}') \times [2\Gamma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\tau}' - \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\tau}) - \Gamma_{b\bar{b}}(\boldsymbol{\tau}) - \Gamma_{a\bar{a}}(x\boldsymbol{\tau})], \quad (1.64)$$

где мы ввели функции профиля

$$\Gamma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_{bc}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}}) = 1 - \exp[-T\sigma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_{bc}, \boldsymbol{\rho}_{a\bar{a}})/2], \quad (1.65)$$

$$\Gamma_{i\bar{i}}(\boldsymbol{\rho}) = 1 - \exp[-T\sigma_{i\bar{i}}(|\boldsymbol{\rho}|)/2], \quad (1.66)$$

Здесь учтено, что три диаграммы на Рис. 1.6 при нулевой плотности мишени точно сокращаются, как и должно быть, так как процесс $a \rightarrow bc$ в вакууме запрещен. Отметим, что форма (1.64) в случае КХД, например для процесса $q \rightarrow gq$ на ядре, в пределе $x \ll 1$ точно соответствует выражению для спектра рождения глюонов в pA соударениях полученного в работе [125].

Для процессов с образованием частицы a в материи формула типа (1.54) не имеет места ввиду ограничения на область интегрирования по z_1 , что не позволяет выделить начальную волновую функцию. Такая ситуация имеет место для индуцированного излучения глюонов в КГП быстрыми партонам рожденными в жестких процессах в соударениях ядер. Для этого случая спектр нам будет удобно представлять используя диаграммное равенство показанное на Рис. 1.7, где затененная треугольная область на последней диаграмме может рассматриваться как одетая эффективная волновая функция системы $bc\bar{a}$. Это представление похоже на формулу типа Бете-Гайтлера (1.55), но с начальной волновой функцией вычисляемой по точной/одетой функции Грина, учитывающей взаимодействие с веществом и эффект конечного размера, а именно

$$\frac{dP_{BH}^{eff}}{dx} = \int dz n(z) \frac{d\sigma_{BH}^{eff}(z)}{dx}, \quad (1.67)$$

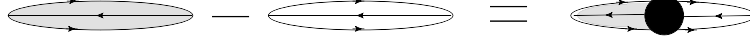


Рисунок 1.7: Диаграммное представление для вероятности перехода $a \rightarrow b + c$ проинтегрированной по поперечным импульсам частиц b, c в виде эффективного сечения Бете-Гайтлера.

где функция

$$\frac{d\sigma_{BH}^{eff}(z)}{dx} = \text{Re} \int d\rho \sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) \Psi^*(x, \rho) \Psi(z, x, \rho) \quad (1.68)$$

может рассматриваться как эффективное сечение Бете-Гайтлера для перехода $a \rightarrow bc$ на отдельном центре (расположенном в точке z), определяемое через эффективную волновую функцию

$$\Psi(z, x, \rho) = \frac{i\lambda}{4E\sqrt{\pi x(1-x)}} \int_0^z dz' \mathcal{K}(\rho, z' | 0, 0). \quad (1.69)$$

Функция $\Psi(z, x, \rho)$ учитывает одновременно и перерассеяния в среде и эффекты конечного размера от ограничения на положения точки перехода $a \rightarrow bc$, которая должна быть в интервале $(0, z)$ (для $z_i = 0$). Физически эффект конечного размера связан с тем, что после жесткого процесса, в котором рождается быстрая частица a , эта частица теряет мягкую ($s p_T \lesssim \sqrt{x(1-x)} E_a$) часть вклада двухчастичной фоковской компоненты $|bc\rangle$. В результате при взаимодействии такой “голой” частицы a с конститuentами среды сечение рождения bc системы может быть существенно меньше нормального сечения Бете-Гайтлера до тех пор пока не сформируется нормальная волновая функция фоковской компоненты $|bc\rangle$. Этот эффект впервые обсуждался в работе Фейнберга [126] на примере тормозного излучения фотонов электроном при последовательном жестком рассеянии на двух центрах. Следует сказать, что в литературе часто подавление спектра индуцированного излучения из-за конечной длины пути частицы в среде называется следствием эффекта ЛПМ даже для члена однократного рассеяния $N = 1$. Эта терминология представляется неудачной, так как первоначально эффектом ЛПМ называлось подавление излучения связанное с перерассеяниями с кратностью $N > 1$. Фактически в режиме сильного эффекта конечного размера эффект ЛПМ всегда является слабым, так как сильный эффект конечного размера означает, что характерные ρ в эффективной волновой функции (1.69) и сечении (1.68) много меньше чем $1/\epsilon$ (что имеется для обычной волновой функции (1.58)). Поэтому в этом режиме автоматически вклады перерассеяний с $N > 1$ становятся малы по сравнению с ведущим вкладом $N = 1$ рассеяния.

Эффективное сечение можно рассматривать и при переходе $a \rightarrow bc$ в бесконечной среде. При этом надо брать в (1.69) просто $z = \infty$. Легко показать, что эффек-

тивная волновая функция удовлетворяет уравнению типа Бете-Солпитера, которое диаграммно показано на Рис. 1.8

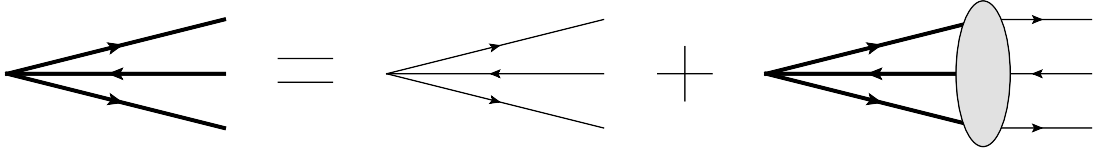


Рисунок 1.8: Диаграммное представление уравнения Бете-Солпитера для эффективной волновой функции $\Psi(z, x, \boldsymbol{\rho})$ (1.69) для перехода $a \rightarrow b + c$ в среде. Части показанные жирными линиями соответствуют одетым пропагаторам, а тонкими линиями пропагаторам в вакууме. Затененный овал соответствует потенциалу v .

В связи с наличием в формуле (1.46) свободной функции Грина \mathcal{K}_v следует сделать одно замечание. Если непосредственно в формуле (1.38) выполнить интегрирование по поперечным импульсам до тождественной замены подынтегрального выражения на (1.43), то мы получили бы формулу (1.46), но без вклада с вакуумной функцией Грина. В этом, однако, нет противоречия, так как реально при процессе в бесконечной однородной среде вакуумный вклад зануляется (в силу свойства (1.42)). Это вполне естественно, так как вакуумная функция Грина дает просто вероятность перехода $a \rightarrow bc$ в вакууме, которая должна зануляться. Технически, однако, форма (1.46), с удерживаемым вакуумным членом, является более удобной для численных расчетов, так как делает подынтегральное выражение плавным при $z_2 - z_1 \rightarrow 0$.

Отметим, что из зануления вакуумного члена при вычислении для бесконечной среды спектра $dP/dxdL$ на единице длины пути можно заключить, что этот спектр выражается через значение эффективной волновой функции при $\boldsymbol{\rho} = 0$. Это видно из диаграммного представления Рис. 1.7, где самый левый график, очевидно, соответствует просто $\Psi(z = \infty, x, \boldsymbol{\rho} = 0)$, а вклад второй вакуумной диаграммы должен зануляться в силу свойства (1.42).

Глава 2

Обобщение на случай реальной КЭД

2.1 Учет спина частиц для КЭД

Для реальной КЭД в полученных формулах в трехчастичной системе $b\bar{c}a$ может быть только две заряженные частицы. Так для процесса $e \rightarrow \gamma + e$ $a = e$, а для конечных частиц мы будем считать, что $b = \gamma$ и $c = e$. Следует также учесть спин частиц ($1/2$ для электронов и 1 для фотона). В КЭД взаимодействие полей электронов с фотонами описывается членом взаимодействия в гамильтониане

$$\hat{V} = e \int d\mathbf{r} \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi, \quad (2.1)$$

где ψ оператор электронного поля и A_μ 4-вектор фотонного поля. \hat{S} -матрица определяется стандартным образом как [37]

$$\hat{S} = T \exp \left[-i \int_{-\infty}^{\infty} dt \hat{V}(t) \right]. \quad (2.2)$$

Для процессов во внешнем поле оператор \hat{V} должен быть записан в терминах электронного ψ -оператора во внешнем поле [37]. Элемент \hat{S} -матрицы для процесса $e \rightarrow \gamma + e$ записывается в виде

$$\langle \gamma e' | \hat{S} | e \rangle = -ie \int dt d\mathbf{r} \bar{\psi}_f \gamma^\mu A_\mu^* \psi_i, \quad (2.3)$$

где $\psi_{i,f}$ дираковские волновые функции начального и конечного электрона во внешнем поле, A_μ 4-вектор волновой функции излученного фотона. Мы будем описывать спиновые состояния электронов в базисе спиральных состояний в системе бесконечного импульса [127, 128]. В этом базисе дираковский спинор со спиральностью λ имеет вид

$$u(p, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{p^+}} [p^+ + \boldsymbol{\alpha}_\perp \cdot \mathbf{p}_\perp + \beta m_e] \chi(\lambda), \quad (2.4)$$

где $p^+ = E + p_z$, $\beta = \gamma^0$, $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$, спинор χ нормирован на единицу $\chi^+ \chi = 1$. Спинор χ для $\lambda = \pm 1/2$ для дираковских матриц в спинорном представлении имеет вид

$$\chi(\lambda) = \begin{pmatrix} 1/2 + \lambda \\ 0 \\ 0 \\ 1/2 - \lambda \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Спинор χ удовлетворяет соотношениям $\Lambda_+ \chi = \chi$ и $\Lambda_- \chi = 0$, где $\Lambda_{\pm} = (1 \pm \alpha_z)/2$. Оператор Λ_+ является проектором на физические состояния для дираковской волновой функции, а Λ_- на дополнительные нефизические компоненты.

Мы будем записывать дираковские волновые функции электронов в виде

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2E}} \left[i \frac{\partial}{\partial t} - eA^0 + (p_z - eA^3) \alpha^z + \boldsymbol{\alpha}_{\perp} (\mathbf{p}_{\perp} - e\mathbf{A}_{\perp}) + \beta m_e \right] \times \exp[-iE(t-z)] \frac{\phi(z, \boldsymbol{\rho})}{\sqrt{2E}} \chi. \quad (2.6)$$

Действуя на (2.6) оператором Дирака $[(p_{\mu} - eA_{\mu}) \gamma^{\mu} - m_e]$, легко показать, что, как и для случая скалярных частиц, скалярная функция ϕ , в лидирующем порядке по энергии электрона, удовлетворяет уравнению (1.8) (с $e_i = e$). Мы запишем матричный элемент (2.3) через компоненты $\psi_+ = \Lambda_+ \psi$ и $\psi_- = \Lambda_- \psi$. Волновую функцию фотона запишем в форме

$$A^{\mu} = e^{\mu} \exp[-i\omega(t-z)] \frac{\phi_{\gamma}(z, \boldsymbol{\rho})}{\sqrt{2\omega}}, \quad (2.7)$$

где e^{μ} 4-вектор поляризации фотона, ω есть энергия фотона. Скалярная функция ϕ_{γ} удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \phi_{\gamma}}{\partial z} = \frac{\mathbf{k}^2}{2\omega} \phi_{\gamma}, \quad (2.8)$$

где \mathbf{k} оператор поперечного импульса фотона. 4-вектор поляризации фотона в приближении малых углов можно записать в виде

$$e^{\mu}(\lambda) = \left(0, \mathbf{e}(\lambda), -\frac{\mathbf{k}\mathbf{e}(\lambda)}{\omega} \right), \quad (2.9)$$

где \mathbf{e} есть чисто поперечный вектор поляризации, который мы будем брать в виде $\mathbf{e}(\lambda = \pm 1) = \mp \frac{i}{\sqrt{2}} (1, \pm i)$.

При вычислении матричного элемента (2.3) удобно переписать каждую электронную волновую функцию в форме суммы ее Λ_{\pm} проекций ψ_{\pm} . Для ψ_+ из (2.6), в ли-

дирующем по энергии приближении, получаем

$$\psi_+ = \exp[-iE(t-z)]\phi\chi. \quad (2.10)$$

Компонента ψ_- в этом же приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_- &= \frac{\boldsymbol{\alpha}_\perp(\mathbf{p}_\perp - e\mathbf{A}_\perp) + \beta m_e}{2E}\psi_+ \\ &= \exp[-iE(t-z)]\frac{\boldsymbol{\alpha}_\perp(\mathbf{p}_\perp - e\mathbf{A}_\perp) + \beta m_e}{2E}\phi\chi. \end{aligned} \quad (2.11)$$

С учетом (2.11), подынтегральное выражение в (2.3) можно записать в виде

$$\bar{\psi}_f \gamma^\mu A_\mu^* \psi_i = \frac{\exp[i(E_f + \omega - E_i)(t-z)]}{\sqrt{8E_f E_i \omega}} \phi_\gamma^* \phi_f^* \hat{\Gamma} \phi_i, \quad (2.12)$$

где дифференциальный оператор $\hat{\Gamma}$ имеет вид (ниже все импульсы, написанные жирным шрифтом, поперечные и мы будем опускать знак \perp для простоты)

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma} &= -\chi_f^+ \left\{ \sqrt{\frac{E_i}{E_f}} [(\mathbf{p}_f^* - e\mathbf{A}_\perp)\boldsymbol{\alpha}_\perp + \beta m_e](\boldsymbol{\alpha}\mathbf{e}^*) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{E_f}{E_i}} (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{e}^*) [(\mathbf{p}_i - e\mathbf{A}_\perp)\boldsymbol{\alpha}_\perp + \beta m_e] - \frac{2\sqrt{E_i E_f}}{\omega} (\mathbf{p}_\gamma^* \mathbf{e}^*) \right\} \chi_i. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь индекс у операторов поперечного импульса $\mathbf{p} = -i\nabla$ означает на какую волновую функцию действует этот оператор. Оператор $\hat{\Gamma}$ можно записать в виде суммы

$$\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}_{nf} + \hat{\Gamma}_{sf}, \quad (2.14)$$

где компонента $\hat{\Gamma}_{nf}$ сохраняет спиральность электрона, а $\hat{\Gamma}_{sf}$ изменяет ее на противоположную. Компонента $\hat{\Gamma}_{nf}$ идет от зависящей от импульсов части, а $\hat{\Gamma}_{sf}$ от $\hat{\beta}m$ членов в формуле (2.13). Так как в формуле (2.3) мы должны интегрировать по поперечным координатам, то в операторе $\hat{\Gamma}_{nf}$ при вычислении матричного элемента мы можем выразить (после интегрирования по частям) оператор импульса \mathbf{p}_i через операторы \mathbf{p}_f и \mathbf{p}_γ . Простые вычисления дают

$$\hat{\Gamma}_{nf} = -\frac{1}{\sqrt{x_f}} \left\{ \frac{1+x_f}{x_\gamma} \mathbf{q}^* \mathbf{e}^* + i2\lambda[\mathbf{q}^* \times \mathbf{e}^*]_z \right\}, \quad (2.15)$$

где

$$\mathbf{q} = x_\gamma(\mathbf{p}_f - e\mathbf{A}_\perp) - x_f \mathbf{p}_\gamma. \quad (2.16)$$

Оператор \mathbf{q} (2.16) является оператором относительного поперечного импульса для пары конечных частиц γe . Член с поперечным векторным потенциалом в (2.13) описывает эффект продольного магнитного поля. Для неупорядоченной среды ниже, при вычислении спектра, два оператора \mathbf{q} будут появляться в различных точках по продольной координате z , разделенных расстоянием существенно большим чем радиус корреляций в среде. Поэтому эффект поперечного векторного потенциала зануляется. В любом случае, даже при наличии макроскопического продольного магнитного поля, его эффект на тормозное излучение фотонов, для любых разумных значений поля, должен быть мал. Эффект продольного поля мог бы быть важен когда $|eH| \sim \Delta p_\perp^2$, где Δp_\perp типичное изменение импульса электрона. Для релятивистских электронов $\Delta p_\perp \sim m_e$. Поэтому ясно, что продольные поля могут быть важны только в случае гигантских полей швингеровского масштаба $|eH| \sim m_e^2$. По этой причине мы будем пренебрегать компонентой \mathbf{A}_\perp .

Для компоненты оператора $\hat{\Gamma}$ с переворотом спина из (2.13) получаем

$$\hat{\Gamma}_{sf} = -\frac{m_e x_\gamma}{\sqrt{x_f}} \chi_f^\dagger (\boldsymbol{\gamma} \mathbf{e}^*) \chi_i = -\frac{m_e x_\gamma}{\sqrt{x_f}} (2\lambda_i e_x^* + i e_y^*) \delta_{-2\lambda_f, 2\lambda_i}. \quad (2.17)$$

За исключением появления для реальной КЭД вершинного операторов $\hat{\Gamma}$, вывод спектра ничем не отличается от вывода данного для скалярных частиц в главе 1. Выражение типа (1.5), полученное для спектра скалярных частиц, должно иметь место и в реальной КЭД. Все формулы, полученные в главе 1 для скалярных частиц, будут верны и для реальной КЭД, если вершинный фактор g (1.6) заменить на оператор

$$\Lambda(z_1, z_2) = \Lambda_{nf}(z_1, z_2) + \Lambda_{sf}(z_1, z_2), \quad (2.18)$$

$$\Lambda_i(z_1, z_2) = \frac{e^2}{16\pi E_i^2 x_f x_\gamma} V_i(z_1, z_2), \quad (2.19)$$

где V_i для случая спектра просуммированного по спиральностям конечных частиц и усредненного по спиральностям начального электрона дается формулой

$$V_i(z_1, z_2) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_i, \lambda_f} \hat{\Gamma}_i(z_1) \hat{\Gamma}_i^*(z_2). \quad (2.20)$$

Здесь аргумент $z_{1,2}$ указывает в какой точке действует оператор Γ_i . Используя формулу

$$\sum_{\lambda_\gamma} e_i(\lambda_\gamma) e_j^*(\lambda_\gamma) = \delta_{ij}, \quad (2.21)$$

из (2.20) легко получить для процесса $e \rightarrow \gamma + e$

$$\Lambda_{nf}(z_1, z_2) = \frac{\alpha[4 - 4x + 2x^2]}{4xM^2(x)} \mathbf{q}(z_2) \mathbf{q}^*(z_1), \quad (2.22)$$

$$\Lambda_{sf}(z_1, z_2) = \frac{\alpha m_e^2 x}{2E_i^2(1-x)^2}. \quad (2.23)$$

Отметим, что формулу (2.22) мы представили в виде где оператор импульса \mathbf{q} в точке $z = z_2$ действует на функцию Грина \mathcal{K} (или ее вакуумный аналог), описывающую внутреннюю динамику по координате $\boldsymbol{\rho}_\gamma - \boldsymbol{\rho}_f$. Это может показаться странным, так как изначально в формуле типа (1.5) в точке z_2 вершинный оператор действует на волновые функции конечных частиц для комплексно сопряженной амплитуды. После интегрирования по поперечному импульсу конечного электрона мы также можем сделать переход от диаграммы Рис. 1.1а к диаграмме Рис. 1.1b (напомним, что в обозначениях предыдущей главы для процесса $e \rightarrow \gamma e$ мы считаем $a = e_i$, $b = \gamma$ и $c = e_f$). При этом очевидно, что оператор импульса электрона будет действовать на конец линии c в точке $z = z_2$. Однако оператор импульса фотона в операторе \mathbf{q} при $z = z_2$ остается действующим на конец линии \bar{b} при $z = z_2$. Однако используя тот факт, что после усреднения по состояниям среды усредненный фазовый фактор в функциональном интеграле для области $z > z_2$ зависит только от относительных расстояний между траекториями конечных частиц с помощью сдвижек переменных интегрирования можно перекинуть дифференциальный оператор поперечного импульса фотона на траекторию фотона для волновой функции входящей изначально в амплитуду, что в наших формулах соответствует участку $z_1 < z < z_2$, на котором мы теперь имеем трехчастичную систему $b\bar{c}\bar{a}$.

Приведем для удобства конечные формулы для расчета спектра процесса $e \rightarrow \gamma e$ для электрона падающего на мишень расположенную в области $0 < z < L$. Без учета процессов с излучением нескольких фотонов спектр по $x = x_\gamma$ имеет вид

$$\frac{dP_\gamma}{dx} = 2\text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] |_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0}. \quad (2.24)$$

Гамильтониан для запаздывающей функции Грина \mathcal{K} имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}^2 + \epsilon^2}{2M(x)} + v(\boldsymbol{\rho}, x), \quad (2.25)$$

$$v(\boldsymbol{\rho}, x) = -i \frac{n(z) \sigma_{e\bar{e}}(x\rho)}{2}. \quad (2.26)$$

Здесь, как и раньше, $M(x) = Ex(1-x)$, $\epsilon^2 = m_e^2 x^2$, $\mathbf{p} = -i \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}}$ оператор относительного импульса в системе γe , $n(z)$ число атомов в единице объема. При записи потенциала учтено, что в системе $\gamma e\bar{e}$ расстояние от \bar{e} до e есть ρx . Для атома с потенциалом $\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)$ дипольное сечение $\sigma_{e\bar{e}}$ определяется формулой

$$\sigma_{e\bar{e}}(\rho) = 2 \int d\mathbf{b} \left[1 - \exp \left\{ i e \int d\xi [\varphi(\mathbf{b} + \boldsymbol{\rho}, \xi) - \varphi(\mathbf{b}, \xi)] \right\} \right]. \quad (2.27)$$

Отметим, что эта формула может быть записана как

$$\sigma_{e\bar{e}}(\rho) = \frac{2}{\pi} \int d\mathbf{q} [1 - \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho})] \frac{d\sigma}{dq^2}, \quad (2.28)$$

где $d\sigma/dq^2$ есть просто дифференциальное сечение рассеяния электрона на атоме. Для модельного атомного потенциала $\varphi(r) = (Ze/4\pi r) \exp(-r/a)$ ($a \sim r_B Z^{-1/3}$, где $r_B = 1/m_e \alpha$ боровский радиус) для $\sigma_{e\bar{e}}(\rho)$ в борновском приближении (обмен двумя фотонами в t -канале) легко получить

$$\sigma_{e\bar{e}}(\rho) = 8\pi(Z\alpha a)^2 \left[1 - \frac{\rho}{a} K_1\left(\frac{\rho}{a}\right) \right], \quad (2.29)$$

где K_1 функция Бесселя. Для $\rho \ll a$, которые важны для расчета спектра фотонов из (2.29), получаем $\sigma_{e\bar{e}}(\rho) \simeq C(\rho)\rho^2$, где

$$C(\rho) = 4\pi(Z\alpha)^2 \left[\log\left(\frac{2a}{\rho}\right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} \right], \quad \gamma = 0.577. \quad (2.30)$$

При учете конечности радиуса ядра R_A , формула (2.30) имеет место для $\rho \gtrsim R_A$, а при $\rho \lesssim R_A$ логарифмический рост фактора $C(\rho)$ останавливается и $C(\rho \lesssim R_A) = C(R_A)$. В дальнейшем при сравнении с экспериментом мы будем использовать более аккуратную формулу для $C(\rho)$.

2.2 Процесс $e \rightarrow \gamma e$ в бесконечной среде в осцилляторном приближении

Формула (2.24), содержащая сингулярные функции Грина, неудобна для аккуратных расчетов. Однако она позволяет просто выполнить расчет спектра для бесконечной однородной среды в рамках осцилляторного приближения. Это приближение основано на том, что зависимость фактора $C(\rho x)$ при $\rho x \lesssim 1/m_e$, которые доминируют при расчете спектра, только логарифмическая. Поэтому с логарифмической точностью можно заменить точный фактор $C(\rho)$ его значением при некотором типичном значении ρ_{eff} . Для квадратичного по ρ сечения $\sigma(\rho) = C(\rho_{eff})\rho^2$ гамильтониан (2.25) принимает осцилляторный вид с частотой

$$\Omega = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{nC(\rho_{eff}x)x^2}{M(x)} \right)^{1/2} = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{nC(\rho_{eff}x)x}{E_e(1-x)} \right)^{1/2}. \quad (2.31)$$

Прежде чем обсуждать спектр с учетом подавления ЛПМ, приведем формулы для сечения Бете-Гайтлера в форме (1.69) для $\sigma(\rho) = C\rho^2$. Для сечения на отдельном атоме важны $\rho \sim 1/m_e$ (в аргументе дипольного сечения). Поэтому для константы C можно взять $\rho_{eff}x = 1/m_e$. Формула (1.63), с учетом спинов частиц для волновых

функций для перехода $e \rightarrow \gamma e'$ $\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda\})$ (здесь $\{\lambda\}$ обозначает набор спиральностей $(\lambda_e, \lambda_{e'}, \lambda_\gamma)$ для вершинных спиновых операторов $\Gamma_{nf, sf}$, дает для $\lambda_{e'} = \lambda_e$

$$\begin{aligned} \Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \lambda_e, \lambda_{e'}, \lambda_\gamma) &= \frac{-i}{2M(x)} \sqrt{\frac{\alpha}{2x}} [\lambda_\gamma(2-x) + 2\lambda_e x] \left(\frac{\partial}{\partial \rho_x} - i\lambda_\gamma \frac{\partial}{\partial \rho_y} \right) \int_{-\infty}^0 d\xi \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}, 0|0, \xi) \\ &\times \exp\left(\frac{i\xi}{L_f}\right) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha x}{2}} [\lambda_\gamma(2-x) + 2\lambda_e x] \exp(-i\lambda_\gamma \varphi) m_e K_1(\rho m_e x), \end{aligned} \quad (2.32)$$

а для случая $\lambda_{e'} = -\lambda_e$ единственная ненулевая волновая функция, соответствующая $\lambda_\gamma = 2\lambda_e$, есть

$$\begin{aligned} \Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \lambda_e, -\lambda_e, 2\lambda_e) &= \frac{\sqrt{2\alpha x^3}}{2M(x)} \int_{-\infty}^0 d\xi \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}, 0|0, \xi) \exp\left(\frac{i\xi}{L_f}\right) \\ &= \frac{-i}{2\pi} \sqrt{2\alpha x^3} m_e K_0(\rho m_e x). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Здесь K_0 и K_1 функции Бесселя. Используя эти волновые функции, получаем для плотности

$$W_{nf} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_e = \lambda_{e'}} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda\})|^2 = \frac{\alpha x^2 m_e^2 K_1^2(\rho x m_e)}{4\pi^2}, \quad (2.34)$$

$$W_{sf} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_e = -\lambda_{e'}} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda\})|^2 = \frac{\alpha x^3 m_e^2 K_0^2(\rho x m_e)}{2\pi^2}. \quad (2.35)$$

Используя эти выражения, из (1.69) получаем

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{nf}^{BH} = \frac{\alpha C(1/m_e)}{3\pi m_e^2} \frac{[4 - 4x + 2x^2]}{x}, \quad (2.36)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{sf}^{BH} = \frac{\alpha C(1/m_e)}{3\pi m_e^2} x. \quad (2.37)$$

При выводе этих формул мы использовали известные интегралы [129]

$$\int_0^\infty dt t^3 K_1^2(t) = \frac{2}{3}, \quad \int_0^\infty dt t^3 K_0^2(t) = \frac{1}{3}. \quad (2.38)$$

Перейдем к вычислению спектра фотонов для вещества. Для осцилляторного гамильтониана гриновская функция известна, и имеет вид [79]

$$\begin{aligned} K_{osc}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) &= \frac{M\Omega}{2\pi i \sin(\Omega\Delta z)} \\ &\times \exp\left\{ \frac{iM[(\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2) \cos(\Omega\Delta z) - 2\boldsymbol{\rho}_1 \boldsymbol{\rho}_2]}{2 \sin(\Omega\Delta z)} - \frac{i\Delta z \epsilon^2}{2M} \right\}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Подставляя (2.39) в (2.24) и считая, что мишень достаточно толстая для пренебрежения краевыми эффектами, для спектра фотонов излученных на единице длины пути нетрудно получить

$$\frac{dP_\gamma}{dx dL} = n \left(\frac{C(\rho_{eff}x)}{C(1/m_e)} \right) \left[\left(\frac{d\sigma}{dx} \right)_{nf}^{BH} S_{nf}(\eta) + \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)_{sf}^{BH} S_{sf}(\eta) \right], \quad (2.40)$$

где безразмерный параметр η определяется формулой

$$\eta = L_f |\Omega| = 2 \left[\frac{nC(\rho_{eff}x)E_e(1-x)}{m_e^4 x} \right]^{1/2}. \quad (2.41)$$

В (2.40) мы выделили сечения Бете-Гайтлера сохраняющее (nf) и изменяющее (sf) спиральность электрона, которые возникают автоматически из наших формул, и совпадают с приведенным выше прямым расчетом этих сечений на отдельном атоме. Факторы S_{nf} , S_{sf} в уравнении (2.40), которые описывают подавление ЛПМ, даются формулами

$$S_{nf}(\eta) = \frac{3}{\eta\sqrt{2}} \int_0^\infty dy \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{\text{sh}^2 y} \right) \exp\left(-\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \left[\cos\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) + \sin\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \right], \quad (2.42)$$

$$S_{sf}(\eta) = \frac{6}{\eta^2} \int_0^\infty dy \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{\text{sh} y} \right) \exp\left(-\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right) \sin\left(\frac{y}{\eta\sqrt{2}}\right). \quad (2.43)$$

Для малых η из (2.42) и (2.43) можно получить

$$S_{nf}(\eta) \simeq 1 - 16\eta^4/21, \quad S_{sf}(\eta) \simeq 1 - 31\eta^4/21. \quad (2.44)$$

В пределе $\eta \rightarrow 0$ $\rho_{eff}x \sim 1/m_e$ и спектр сводится к спектру Бете-Гайтлера. С точностью до очень медленно меняющегося с η фактора $C(\rho_{eff}x)/C(1/m_e)$ подавление ЛПМ при $\eta \gg 1$ контролируется асимптотическим поведением факторов S_{nf} и S_{sf} при $\eta \rightarrow \infty$. Из формул (2.42), (2.43) в этом пределе нетрудно получить

$$S_{nf}(\eta) \simeq 3/\eta\sqrt{2}, \quad S_{sf}(\eta) \simeq 3\pi/2\eta^2. \quad (2.45)$$

Значение ρ_{eff} можно оценить используя уравнения (2.42), (2.43). Переменная интегрирования в (2.42), (2.43) в терминах Δz в (2.24) равна $|\Delta z \Omega|$. Поэтому для типичных значений Δz , определяющих интеграл в (2.42), Δz_{eff} , мы имеем $\Delta z_{eff} \sim L_f^{eff} = L_f \min(1, 1/\eta)$. Отметим, что величина L_f^{eff} играет роль эффективной длины когерентности/формирования для излучения фотона в среде, которая учитывает изменение длины когерентности из-за многократных перерассеяний в среде. Имея Δz_{eff} , мы можем оценить ρ_{eff} из очевидного шредингеровского диффузионного со-

отношения:

$$\rho_{eff} \sim (2\Delta z_{eff}/M(x))^{1/2}. \quad (2.46)$$

В пределе малой плотности, когда $\eta \rightarrow 0$, это соотношение дает $\rho_{eff} \sim 1/m_e x$, и правая часть уравнения (2.40) сводится к сечению Бете-Гайтлера умноженному на плотность среды. Для сильного эффекта ЛПМ, когда $\eta \gg 1$, мы имеем

$$\rho_{eff} \sim 1/m_e x \sqrt{\eta}. \quad (2.47)$$

В пределе мягких фотонов ($x \rightarrow 0$), при фиксированной плотности n , η становится очень большим. В этом пределе доминирует вклад без переворота спина. Используя асимптотическую формулу для S_{nf} , можно получить из (2.40), (2.42)

$$\frac{dP_\gamma}{dx dL} \approx 2\alpha^2 Z \sqrt{\frac{2n \log(2a/\rho_{eff} x)}{\pi E_e x}}, \quad (2.48)$$

где $\rho_{eff} \sim [\pi(Z\alpha)^2 n E_e x^3 \log(2/\alpha Z^{1/3})]^{-1/4}$. Этот результат согласуется с предсказанием теории Мигдала [2], основанной на решении уравнения эволюции для электронной матрицы плотности в приближении Фоккер-Планка. Наши факторы подавления (2.42), (2.43) также согласуются с полученными в [2]. Эквивалентность осцилляторного приближения в координатном представлении, использованном в нашем подходе, приближению Фоккера-Планка в импульсном представлении в работе Мигдала [2] не удивительна. Действительно, распределение поперечных импульсов электронов после прохождения мишени толщины L определяется оператором эволюции $S_{e\bar{e}}$ по формуле [4]

$$I(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^2 A^2} \int d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}'_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}'_2 \exp[-i\mathbf{p}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}'_2)] S_{e\bar{e}}(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}'_2, L | \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}'_1, L). \quad (2.49)$$

Здесь A поперечное сечение пучка электронов. Используя формулу (1.27) для оператора эволюции $S_{e\bar{e}}$, из (2.49) получаем [4]

$$I(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\rho} \exp[-i\mathbf{p}\boldsymbol{\rho} - nL\sigma_{e\bar{e}}(\boldsymbol{\rho})/2]. \quad (2.50)$$

Эта формула формально выглядит как результат эйконального приближения, в котором считается, частицы распространяются вдоль прямых без поперечных смещений. Однако (2.50) учитывает поперечное движение, и совпадение конечного результата с эйкональным является случайным (хотя, конечно, при очень высоких энергиях оператор эволюции $S_{e\bar{e}}$ действительно сводится к эйкональному с замороженными поперечными координатами). Формула (2.50), для квадратичной зависимости дипольного

сечения $\sigma_{e\bar{e}}(\rho) = C\rho^2$, дает гауссовское распределение по поперечным импульсам

$$I(\mathbf{p}) = \exp[-\mathbf{p}^2/\langle\mathbf{p}^2\rangle] \quad (2.51)$$

с $\langle\mathbf{p}^2\rangle = 2CnL$. Так как гауссовская диффузия в пространстве импульсов как раз и соответствует уравнению Фоккера-Планка, то ясно, что наше осцилляторное приближение в координатном представлении эквивалентно подходу Мигдала [2] с использованием уравнения Фоккера-Планка.

Следует сказать, что точность осцилляторного приближения при расчете эффекта ЛПМ достаточно низкая, так как вариация логарифма в формуле (2.30) может быть значительной. Для веществ с $Z^{1/3} \sim 2 - 4$ логарифм в факторе C в (2.30) составляет ~ 4 . Поэтому вариация ρ_{eff} с изменением параметра η в формуле (2.47) на фактор $2 - 4$ в режиме значительного ЛПМ эффекта должна приводить к вариации фактора $C(\rho_{eff}x)$ на $\sim 10 - 20\%$. Поэтому точность осцилляторного приближения (и теории Мигдала [2]) оказывается недостаточной для аккуратного сравнения с высокоточными данными [58, 59], и требуются расчеты с аккуратной параметризацией дипольного сечения с последовательным учетом кулоновских эффектов.

Отметим, что осцилляторное приближение в нашем LCPI подходе эквивалентно подходу развитому Бланкенбеклером и Дреллом [54]. В работе [54] среда моделировалась последовательностью слоев нулевой толщины с случайным поперечным электрическим полем $\mathbf{E}_\perp(z)$. В этом приближении, считая поля в разных слоях некоррелированными, авторы смогли в эйкональном приближении точно вычислить сечение излучения фотонов. Нетрудно показать, что в нашем подходе такая модель среды формально эквивалентна использованию дипольного сечения вида

$$\sigma(\rho) = \frac{2\pi\alpha\rho^2}{n} \int_{-\infty}^{\infty} dz \langle \mathbf{E}_\perp(0) \cdot \mathbf{E}_\perp(z) \rangle, \quad (2.52)$$

что соответствует использованию осцилляторного приближения. Поэтому можно сказать, что вычисления [54] (и более поздней работы [55] в этой же модели) эквивалентны вычислениям Мигдала [2].

2.3 Формулы для аккуратного расчета спектра фотонов

Для аккуратных численных расчетов спектра фотонов удобно использовать представление типа (1.57), (1.61), (1.62). Для процесса $e \rightarrow \gamma e$ соответствующие формулы имеют вид

$$\frac{dP_\gamma}{dx} = \frac{dP_\gamma^{BH}}{dx} + \frac{dP_\gamma^{abs}}{dx}, \quad (2.53)$$

$$\frac{dP_\gamma^{BH}}{dx} = T \frac{d\sigma^{BH}}{dx}, \quad (2.54)$$

$$\frac{d\sigma^{BH}}{dx} = \int d\boldsymbol{\rho} W_e^{e\gamma}(x, \boldsymbol{\rho}) \sigma(\rho x) \quad (2.55)$$

$$W_e^{e\gamma}(x, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \sum_{\{\lambda_i\}} |\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\})|^2,$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_\gamma^{abs}}{dx} = & -\frac{1}{4} \text{Re} \sum_{\{\lambda_i\}} \int_0^L dz_1 n(z_1) \int_{z_1}^L dz_2 n(z_2) \int d\boldsymbol{\rho} \Psi^*(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}) \\ & \times \sigma(\rho x) \Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2) \exp \left[-\frac{i(z_2 - z_1)}{L_f} \right]. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Здесь $T = \int_0^L dz n(z)$ оптическая толщина мишени (мы считаем, что $n(z) = 0$ при $z < 0$ и $z > L$), как и раньше, $\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\})$ есть волновая функция для перехода $e \rightarrow \gamma e'$ для набора спиральностей $\{\lambda_i\}$. В уравнении (2.56) функция $\Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2)$ является решением уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2)}{\partial z_2} = \hat{H} \Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2) \quad (2.57)$$

с гамильтонианом (2.25) и с граничным условием

$$\Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_1) = \Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}) \sigma(\rho x). \quad (2.58)$$

Так же как для случая скалярных частиц, рассмотренного в главе 1, при $L_f \rightarrow 0$ член $\epsilon^2/2M = 1/L_f$ в гамильтониане (2.25) порождает в функции $\Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2)$ сильные осцилляции из-за фазового фактора $\exp[-i(z_2 - z_1)/L_f]$. Поэтому в пределе $L_f \rightarrow 0$ второй член в уравнении (2.53) исчезает и спектр, как и должно быть, сводится к спектру Бете-Гайтлера.

Простое выражение для спектра можно получить и в предельном случае $L_f \gg L$. В этом режиме кинетический член в гамильтониане (2.25) может быть отброшен, что означает отсутствие изменения поперечных координат частиц при прохождении через мишень. Поэтому координату $\boldsymbol{\rho}$ можно считать замороженной и $\Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2)$ может быть записана в эйкональном приближении

$$\Phi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}, z_1, z_2) \approx \exp \left[-\frac{\sigma(\rho x)}{2} \int_{z_1}^{z_2} dz n(z) \right] \Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \{\lambda_i\}) \sigma(\rho x). \quad (2.59)$$

Используя уравнение (2.59), из (2.53), (2.54), (2.55) и (2.56) получаем для спектра в приближении замороженных поперечных расстояний

$$\frac{dP_\gamma^{fr}}{dx} = 2 \int d\rho W_e^{e\gamma}(x, \rho) \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\sigma(\rho x)T}{2} \right] \right\}. \quad (2.60)$$

Эта формула является естественным обобщением формулы (2.54) для взаимодействия с отдельным атомом, также основанной на замороженности поперечных расстояний в процессе взаимодействия с мишенью.

При сравнении с экспериментальными данными по эффекту ЛПМ мы будем использовать более аккуратную параметризацию фактора C чем (2.30), полученную в борновском приближении. Изменения связаны с кулоновскими поправками от обменов произвольным числом фотонов в t -канале, которые важны при $Z \gg 1$, и с неупругими вкладам от возбуждения электронов атома. Мы запишем фактор $C(\rho)$ в форме

$$C(\rho) = Z^2 C_{el}(\rho) + Z C_{in}(\rho). \quad (2.61)$$

В уравнении (2.61) члены $\propto Z^2$ соответствуют упругим процессам, а $\propto Z$ неупругим процессам при взаимодействии с атомными электронами. Так как волновые функции $\Psi(x, \rho, \{\lambda\})$ быстро убывают при $|\rho| \gtrsim 1/m_e x$, то при вычислении сечения Бете-Гайтлера существенно поведение $C(\rho)$ при $\rho \lesssim 1/m_e$. Для абсорбционного члена (2.56) существенны даже еще меньшие расстояния ввиду поглощения конфигураций с большими ρ . По этой причине спектр фотонов чувствителен только к поведению $C(\rho)$ при $\rho \lesssim 1/m_e \ll a$, здесь $a \sim r_B Z^{-1/3}$ характерный размер атома. В этой области C_{el} и C_{in} имеют только слабую логарифмическую зависимость от ρ , и мы можем использовать простую параметризацию

$$C_{el}(\rho) = 4\pi\alpha^2 \left[\log \left(\frac{2a_{el}}{\rho} \right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} - f(Z\alpha) \right], \quad (2.62)$$

$$f(y) = y^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + y^2)}, \quad (2.63)$$

$$C_{in}(\rho) = 4\pi\alpha^2 \left[\log \left(\frac{2a_{in}}{\rho} \right) + \frac{(1-2\gamma)}{2} \right], \quad (2.64)$$

здесь в $C_{el}(\rho)$ мы прямо выделили кулоновскую поправку f [130]. Эта поправка может быть получена непосредственно путем вычисления дипольного сечения для экранированного кулоновского потенциала вне рамок борновского приближения. В нашей параметризации она может рассматриваться и чисто формально, так как мы все равно будем определять параметры a_{el} и a_{in} из условия согласия предсказаний формулы

(2.55) с современными вычислениями сечения Бете-Гайтлера в стандартном подходе, которые дают [130]

$$\frac{d\sigma^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3}{3m_e^2x} \left\{ (4 - 4x + 3x^2) [Z^2(F_{el} - f(Z\alpha)) + ZF_{in}] + (1-x)\frac{Z(Z+1)}{3} \right\}, \quad (2.65)$$

Вычисление по формуле (2.55) для параметризации (2.61) дает

$$\frac{d\sigma_{nf}^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3(4 - 4x + x^2)}{3m_e^2x} \left\{ Z^2[F'_{el} - f(Z\alpha)] + ZF'_{in} + \frac{Z(Z+1)}{12} \right\}, \quad (2.66)$$

$$\frac{d\sigma_{sf}^{BH}}{dx} = \frac{4\alpha^3x}{3m_e^2} \left\{ Z^2[F'_{el} - f(Z\alpha)] + ZF'_{in} - \frac{Z(Z+1)}{6} \right\}, \quad (2.67)$$

где $F'_i = \log(a_i m_e \exp(1/2))$. При выборе параметров $a_{el} = 0.81r_B Z^{-1/3}$ и $a_{in} = 5.3r_B Z^{-2/3}$ мы получаем $F'_i = F_i$, сумма сечений (2.66) и (2.67) воспроизводит стандартный современный результат (2.65) [130].

2.4 Рождение e^+e^- пар

Рождение e^+e^- пар фотоном в веществе может быть рассмотрено аналогично процессу излучения фотонов. При вычислении спектра по x процесса $\gamma \rightarrow e^+e^-$ (мы определяем x как отношение продольного импульса электрона к импульсу фотона) мы имеем трехчастичную систему $e^+e^-\gamma$, в которой фотон расположен теперь в центре масс пары e^+e^- . Гамильтониан для уравнения Шредингера имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M(x)} + v(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.68)$$

$$v(\boldsymbol{\rho}) = -i \frac{n(z)\sigma(|\boldsymbol{\rho}|)}{2}, \quad (2.69)$$

где $M(x) = E_\gamma x(1-x)$, $\boldsymbol{\rho}$ есть поперечный вектор расстояния в паре e^+e^- , $\epsilon^2 = m_e^2$. Длина формирования для перехода $\gamma \rightarrow e^+e^-$ дается формулой $L_f = 2E_\gamma x(1-x)/m_e^2$, а спиновый вершинный оператор есть

$$\Lambda(z_1, z_2, x) = \frac{\alpha[x^2 + (1-x)^2]}{2M^2} \mathbf{q}(z_2) \cdot \mathbf{q}^*(z_1) + \frac{\alpha m_e^2}{2M^2}. \quad (2.70)$$

Волновая функция на световом конусе для перехода $\gamma \rightarrow e^+e^-$, входящая в аналог формулы (2.56), имеет вид:

$$\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \lambda_\gamma, \lambda_e, \lambda_{\bar{e}}) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{2}} [\lambda_\gamma(2x-1) + 2\lambda_e] \exp(i\lambda_\gamma\varphi) m_e K_1(\rho m_e) \quad (2.71)$$

для случая $\lambda_e = -\lambda_{\bar{e}}$, а единственная ненулевая компонента для случая $\lambda_e = \lambda_{\bar{e}}$ (в этом случае мы имеем $\lambda_\gamma = 2\lambda_e$) есть

$$\Psi(x, \boldsymbol{\rho}, \lambda_\gamma, \lambda_e, \lambda_{\bar{e}}) = \frac{i}{2\pi} \sqrt{2\alpha} m_e K_0(\rho m_e). \quad (2.72)$$

2.5 Сравнение с экспериментальными данными по процессу $e \rightarrow \gamma e$

Первые высокоточные данные по эффекту ЛПМ для излучения фотонов электронами были получены в SLAC коллаборацией E-146 [57, 58] для электронов с энергией 8 и 25 ГэВ. В этом эксперименте использовались достаточно тонкие мишени с толщиной $L \lesssim 6\%X_0$, где X_0 радиационная длина материала мишени. Данные были получены для набора элементов C ($Z = 6$), Al ($Z = 13$), Fe ($Z = 26$), W ($Z = 74$), Au ($Z = 79$), Pb ($Z = 82$) и U ($Z = 92$). Полная излученная энергия в эксперименте [58] варьировалась от 0.2 до 500 МэВ, что соответствует $x \ll 1$. В Таблице 2.1 мы приводим значения Z и радиационной длины X_0 для материалов из [58] и значение энергии фотона k_{LPM} соответствующей значению $\eta = 1$ в осцилляторном приближении для $C(1/m_e)$. k_{LHM} дает оценку энергии фотонов, ниже которой эффект ЛПМ становится существенным. Мы будем проводить сравнение с данными [58] для $k > 5$ МэВ. В этой области эффект Тер-Микаеляна, связанный с конечностью плазменной частоты вещества мишени, можно не учитывать и наши формулы с безмассовыми фотонами должны быть применимы.

Таблица 2.1: Значения зарядов, радиационных длин X_0 и энергий фотонов k_{LPM} (соответствующих $\eta = 1$) для мишеней и энергий из эксперимента [58].

Material	Z	X_0 (mm)	k_{LPM} (MeV) ($E_e = 8$ GeV)	k_{LPM} (MeV) ($E_e = 25$ GeV)
C	6	196	0.42	4.1
Al	13	89	0.93	9.1
Fe	26	17.6	4.7	46.1
W	74	3.5	23.8	230
Au	79	3.3	25.1	244
Pb	82	5.6	14.8	144
U	92	3.5	23.7	230

Позднее в CERN SPS [59] измерения были выполнены для энергий электронов 149, 207 и 287 ГэВ для мишени из Ir ($Z = 77$) с $L = 4.36\%X_0$ в кинематической об-

ласти от $k \gtrsim 2$ ГэВ до верхнего кинематического предела. Данные [58, 59] получены калориметрическим методом и представлены в виде спектра по полной излученной энергии. Поэтому сравнение теоретических предсказаний с этими данными требует учета процессов с излучением любого числа фотонов, в то время как приведенные выше формулы дают однофотонный спектр. В общем случае вычисление спектра потерь энергии с учетом многофотонных процессов является очень сложной задачей, так как для того чтобы аккуратно описывать краевые эффекты в режиме $L_f^{eff} \sim L$ требует учитывать возможность излучения нескольких фотонов на продольных масштабах порядка длины когерентности. Однако для всех мишеней использованных в [58] с $L \sim 2 - 6\% X_0$ краевые эффекты очень малы, так как выполняется неравенство $L_f^{eff} \ll L$. Исключение составляет случай мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$ при энергии электронов 25 ГэВ. Однако в этом случае многофотонный вклад вообще мал и могут быть использованы просто однофотонные формулы. Для данных [59] мы также имеем ситуацию с $L_f^{eff} \ll L$. Для количественной иллюстрации нелокальности в излучении фотонов для условий эксперимента E-146 [58] в Таблице 2.2 мы приводим отношение L/L_f^{eff} для $k = 5$ и 100 МэВ для мишеней с $L \lesssim 3\% X_0$. Мы рас-

Таблица 2.2: Отношение L/L_f^{eff} для мишеней с $L \lesssim 3\% X_0$ использованных в эксперименте [58].

Target	$E_e = 8 \text{ GeV}$		$E_e = 25 \text{ GeV}$	
	$k = 5 \text{ MeV}$	$k = 100 \text{ MeV}$	$k = 5 \text{ MeV}$	$k = 100 \text{ MeV}$
2%C	213	4270	22	437
3%Al	162	3250	22	333
3%Fe	25.5	510	8	52
2%W	10	92	3.3	15
0.7%Au	2.7	24	0.86	3.85
2%Pb	13.5	156	4.3	19.3
3%U	9	82	2.8	12.6

считали L_f^{eff} используя формулы осцилляторного приближения с фактором $C(1/m)$, которое дает $L_f^{eff} \sim L_f/\max(1, \eta)$. Из этой формулы нетрудно получить для L_f^{eff} в миллиметрах при $x \ll 1$

$$L_f^{eff}(\text{mm}) \sim 10^{-3} \cdot \min \left\{ \frac{1.5E_e^2(\text{GeV})}{k(\text{MeV})}, 1.32E_e(\text{GeV}) \sqrt{\frac{X_0(\text{mm})}{k(\text{MeV})}} \right\}. \quad (2.73)$$

Таблица 2.2 показывает, что даже для $k = 5$ МэВ, являющимся нижней границей нашей области сравнения с данными [58], мы имеем $L_f^{eff} \ll L$ для всех мишеней с $L \gtrsim 2\% X_0$, а при $E_e = 8 \text{ GeV}$ даже для самой тонкой мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$. Как говорилось выше, единственное исключение это случай мишени из золота с $L =$

0.7% X_0 при $E_e = 25$ GeV. В этом случае приближение $L_f^{eff} \ll L$ должно быть разумным при $k \gtrsim 50 - 100$ МэВ.

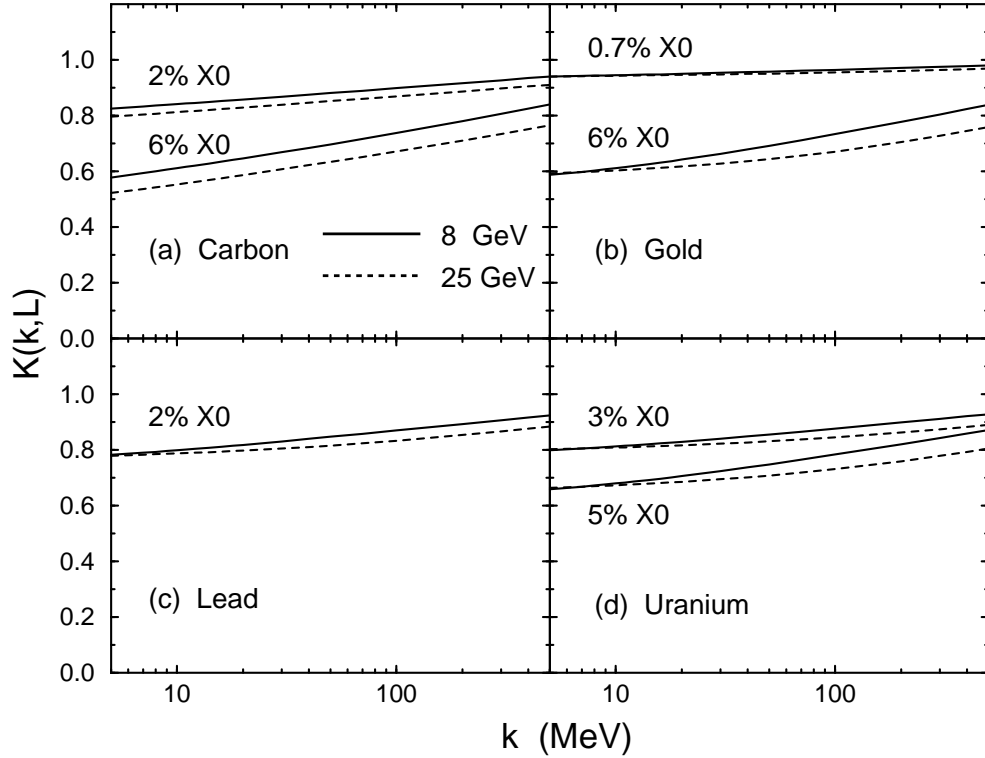


Рисунок 2.1: Многофотонный K -фактор, вычисленный по формуле (2.78), для мишеней из углерода (а), золота (б), свинца (с) и урана (д). Сплошные и пунктирные линии соответствуют энергии электронов 8 и 25 ГэВ.

Для режима $L_f^{eff} \ll L$ можно учитывать процессы с излучением нескольких фотонов в вероятностном подходе пренебрегая возможностью излучения более одного фотона на длине порядка L_f^{eff} . В этой трактовке учет многофотонных процессов может быть выполнен путем решения кинетического уравнения для функции распределения электронов по энергиям. При этом в кинетическом уравнении для сечения излучения фотона в среде надо использовать эффективное сечение с учетом подавления ЛПМ

$$\frac{d\sigma^{eff}}{dx} = S_{LPM} \frac{d\sigma^{BH}}{dx}, \quad (2.74)$$

где S_{LPM} фактор подавления из-за эффекта ЛПМ. Этот подход работает при любом отношении L/X_0 . Однако для ситуации в экспериментах [58, 59] $L/X_0 \ll 1$. Это позволяет обойтись без решения кинетического уравнения, проводя вычисления с учетом излучения только одного и двух фотонов. В Приложении F мы приводим вывод соответствующего K фактора, который определен соотношением

$$\frac{dN}{dx} = K \frac{dP}{dx}, \quad (2.75)$$

где dN/dx есть спектр по потери энергии ($x = \Delta E/E$), а dP/dx обычный однофотонный спектр. Формула для K -фактора, выражающая его аналитически через однофотонный спектр dP/dx , имеет вид

$$K(E,x) = \exp \left[- \int_x^1 dy \frac{dP(E,y)}{dy} \right] \cdot \left[1 + \frac{1}{2} F(E,x,\delta) \right], \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned} F(E,x,\delta) = & \int_{\delta}^{\delta/(1-x)} dy \frac{dP(E,y)}{dy} + \int_{\delta/(1-x)}^1 dy \left[\frac{dP(E,y)}{dy} - \frac{dP(E(1-x),y)}{dy} \right] \\ & - \int_{\delta}^{x-\delta} dx_1 \left[\frac{dP(E,x_1)}{dx_1} + \frac{dP(E,x_2)}{dx_2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{1-x_1} \cdot \frac{dP(E,x_1)}{dx_1} \cdot \frac{dP(E(1-x_1),y_2)}{dy_2} \left(\frac{dP(E,x)}{dx} \right)^{-1} \right], \quad (2.77) \end{aligned}$$

где $x_2 = x - x_1$, $y_2 = x_2/(1 - x_1)$, $\delta = k_{min}/E$. Хотя выражение (2.77) инфракрасно стабильно в пределе $\delta \rightarrow 0$, мы явно сохранили зависимость от минимальной энергии фотона k_{min} , использованной в при выводе формулы (2.77) как инфракрасное обрезание. Для условий эксперимента E-146 [58] $x \ll 1$. В этом случае формула (2.76) сводится (мы полагаем $k_{min} = 0$) к

$$\begin{aligned} K(x) = & \exp \left[- \int_x^1 dx_1 \frac{dP_{\gamma}}{dx_1} \right] \\ & \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \int_0^x dx_1 \left[\frac{dP_{\gamma}}{dx_1} + \frac{dP_{\gamma}}{dx_2} - \frac{dP_{\gamma}}{dx_1} \frac{dP_{\gamma}}{dx_2} \left(\frac{dP_{\gamma}(x)}{dx} \right)^{-1} \right] \right\}. \quad (2.78) \end{aligned}$$

Основная зависимость от x в приведенных формулах идет от экспоненциального фактора, который отражает простой факт, что если полная излученная энергия есть xE , то излучение фотонов с энергией $\omega > xE$ запрещено. Мы проверили точность нашего многофотонного K -фактора используя известное точное решение кинетического уравнения для распределения по потерям энергии

$$\frac{dP_e}{dx} = \left[\log \left(\frac{1}{1-x} \right) \right]^{bt-1} \Gamma(bt)^{-1} \quad (2.79)$$

(здесь $t = L/X_0$, Γ функция Эйлера), полученное Бете и Гайтлером [131] (см. также [132]) для модельного спектра излучения на одном атоме вида

$$\frac{d\sigma}{dx} = b \left[\log \left(\frac{1}{1-x} \right) \right]^{-1}. \quad (2.80)$$

Этот теоретический эксперимент показывает, что наш K -фактор для условий экспериментов [58, 59] имеет точность $\lesssim 0.5\%$. Для иллюстрации величины эффекта от фактора K на Рис. 2.1 мы приводим его зависимость от k для нескольких мишеней из использованных в эксперименте [58]. Видно, что отличие спектра по потере энергии от однофотонного заметно для мишеней с $L \gtrsim 2\% X_0$. Однако для мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$ эффект мал. Поэтому даже для мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$ при $E_e = 25 \text{ GeV}$, где $L_f^{eff} \sim L$ при $k \sim 5 \text{ МэВ}$, использование нашего многофотонного K -фактора не может дать больших ошибок, и мы можем использовать наши формулы без каких либо ограничений.

При сравнении с экспериментальными данными мы также учли возможность поглощения излученных фотонов в мишени, которые, естественно, не регистрируются в калориметре в экспериментах [58, 59]. Учитывая, что спектр по потерям энергии доминируется излучением одного фотона, мы определяли абсорбционный фактор подавления как среднее подавление для одного фотона $\langle K_{abs} \rangle \approx 1 - L/2\lambda_{ph}$, где λ_{ph} есть фотонная длина поглощения в мишени. Этот фактор уменьшает теоретический спектр $\lesssim 1 - 3\%$ для углеродной и алюминиевой мишеней, а для остальных мишеней эффект даже меньше.

Для однофотонного спектра величина подавления ЛПМ для мишени толщины L характеризуется фактором ($k = xE$)

$$S(k, L) = \frac{dP_\gamma}{dx} \left(nL \frac{d\sigma^{BH}}{dx} \right)^{-1}, \quad (2.81)$$

который, в терминах факторов S_{nf} и S_{sf} , есть

$$S(k, L) = \left[\frac{d\sigma_{nf}^{BH}}{dx} S_{nf}(k, L) + \frac{d\sigma_{sf}^{BH}}{dx} S_{sf}(k, L) \right] \left(\frac{d\sigma^{BH}}{dx} \right)^{-1}. \quad (2.82)$$

В кинематической области эксперимента [58] $x \ll 1$, и переход с изменением спина дает очень малый вклад. Поэтому $S(k, L)$ оказывается очень близок к $S_{nf}(k, L)$. На Рис. 2.2 мы показываем результаты расчета фактора $S(k, L)$ для мишеней из золота с $L = 0.7\% X_0$ и свинца с $L = 2\% X_0$ для энергий 8 и 25 ГэВ. Для сравнения мы приводим фактор подавления для бесконечной среды и фактор подавления полученный в приближении замороженных поперечных координат. Видно, что фактор подавления для бесконечной среды очень близок к точному, за исключением случая золотой

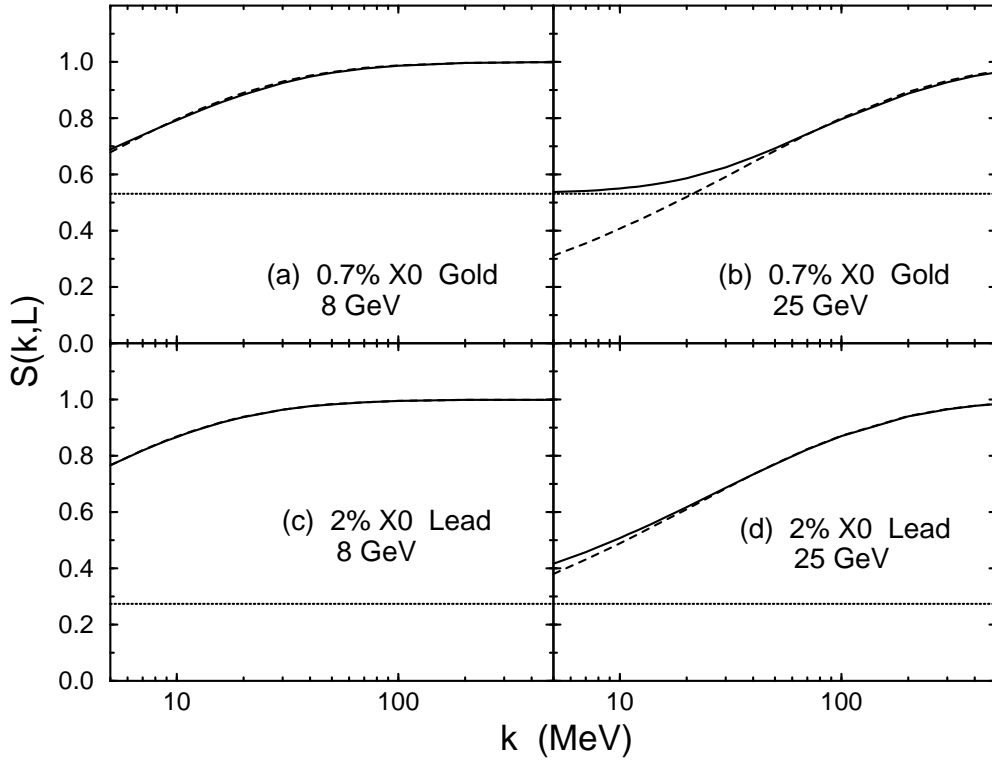


Рисунок 2.2: Однофотонный фактор подавления ЛПМ (2.82) для мишеней из золота с $L = 0.7\% X_0$ и свинца с $L = 2\% X_0$ (сплошные кривые). Пунктирные кривые показывают результаты для бесконечной среды, точечные кривые дают предсказания приближения замороженных поперечных расстояний (2.60).

мишени для $E = 25$ ГэВ, в котором для мягкой области $k \lesssim 10$ условие $L_f^{eff} \ll L$ не выполняется и эффекты конечного размера являются важными. Это видно и из сравнения точного фактора подавления с фактором подавления для замороженных поперечных координат, которые становятся близки при $k \lesssim 10$ МэВ. Для мишеней с $L \gtrsim 2\% X_0$ краевые эффекты становятся пренебрежимо малы. Из Рис. 2.2 видно, что приближение замороженных расстояний становится разумным для $k \lesssim 10$ МэВ.

На Рис. 2.3-2.9 мы показываем сравнение наших расчетов (сплошные кривые) с данными эксперимента E-146 (теоретические кривые приведены в той же форме как и данные в [58]). Для теоретических кривых учтен многофотонный K -фактор и поправка на поглощение фотонов. Мы привели и спектр для сечения Бете-Гайтлера (пунктирные кривые) чтобы проиллюстрировать величину эффекта ЛПМ. Теоретические кривые были умножены на нормировочные коэффициенты, C_{norm} , которые были подобраны из условия минимума χ^2 . Значения C_{norm} и χ^2 на точку приведены в Таблице 2.3

Для большинства мишеней качество фита весьма хорошее $\chi^2/N \sim 1$ (усреднение по всем мишеням дает $\chi^2/N \sim 1.5$). Таким образом видно, что теория хорошо воспроизводит форму экспериментального спектра. Это видно и непосредственно из Рис. 2.3-2.9. Теоретические кривые были получены используя факторы подавления

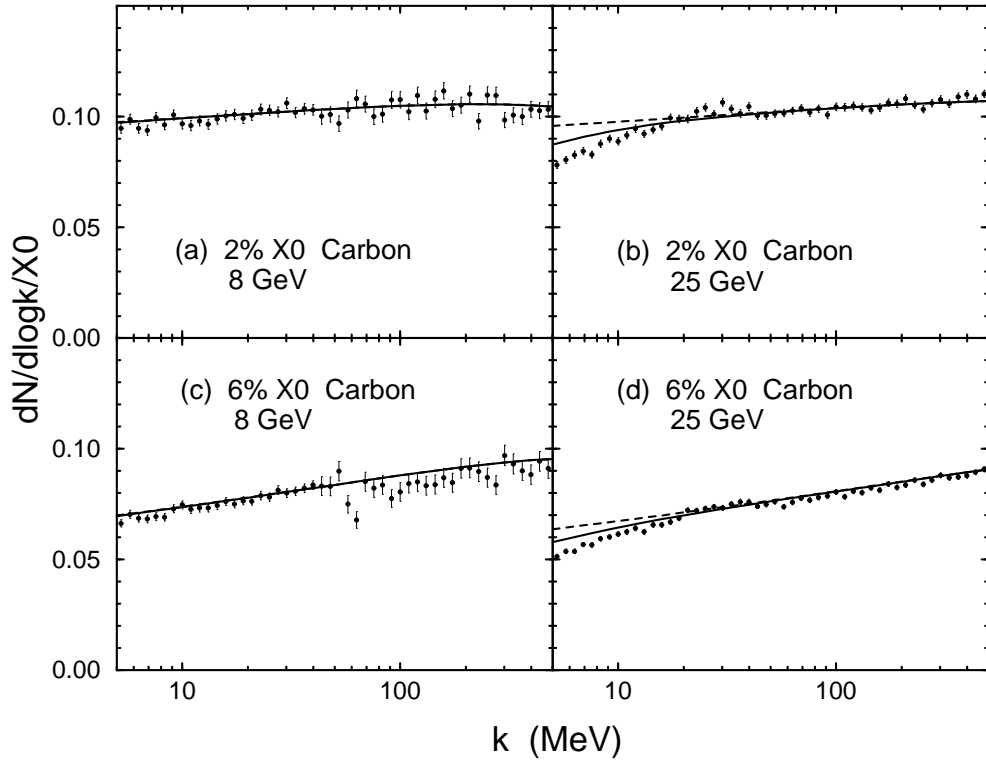


Рисунок 2.3: Спектр по излученной электроном энергии для мишеней из углерода толщины $2\% X_0$ (a, b) и $6\% X_0$ (c, d). Экспериментальные данные из [58]. Сплошные кривые показывают наши расчеты с учетом эффекта ЛПМ, а пунктирные получены с сечением Бете-Гайтлера. В обоих случаях учтены многофотонные K -факторы и эффект поглощения фотонов.

ЛПМ с аккуратной трактовкой эффектов конечного размера. Для случая мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$ для $E = 25$ ГэВ (Рис. 2.7) мы также привели спектр полученный с использованием фактора подавления для бесконечной среды. Видно, что в этом случае теоретическая кривая идет ниже данных при $k \lesssim 30$ МэВ, в то время как кривая с аккуратной трактовкой эффектов конечного размера хорошо согласуется с данными во всем интервале k . Подчеркнем, что наши расчеты не содержат свободных параметров, за исключением нормировок спектров. Из Таблицы 2.3 можно видеть, что для большинства мишеней согласие наших предсказаний по абсолютной величине сечений с данными также является весьма хорошим $\sim 5\%$. Это близко к оценке систематической ошибки в данных $\sim 3.5 - 4.6\%$ данной авторами в [58]. Однако для урановых мишеней расхождение в нормировке является довольно большим ($C_{norm} \approx 0.86 - 0.89$ для обеих энергий пучка электронов 8 and 25 ГэВ). А также для мишени из золота с $L = 0.7\% X_0$ при энергии электронов 8 ГэВ ($C_{norm} \approx 1.17$). Причина этого расхождения непонятна.

Перейдем к данным CERN-SPS [59]. В [59] экспериментаторы использовали мишень из иридия с $L = 4.36\% X_0 = 0.128$ мм (для иридия $X_0 \approx 2.94$ мм [130]). Спектр по излученной энергии был измерен для $k > 2$ ГэВ. В отличие от данных SLAC, для

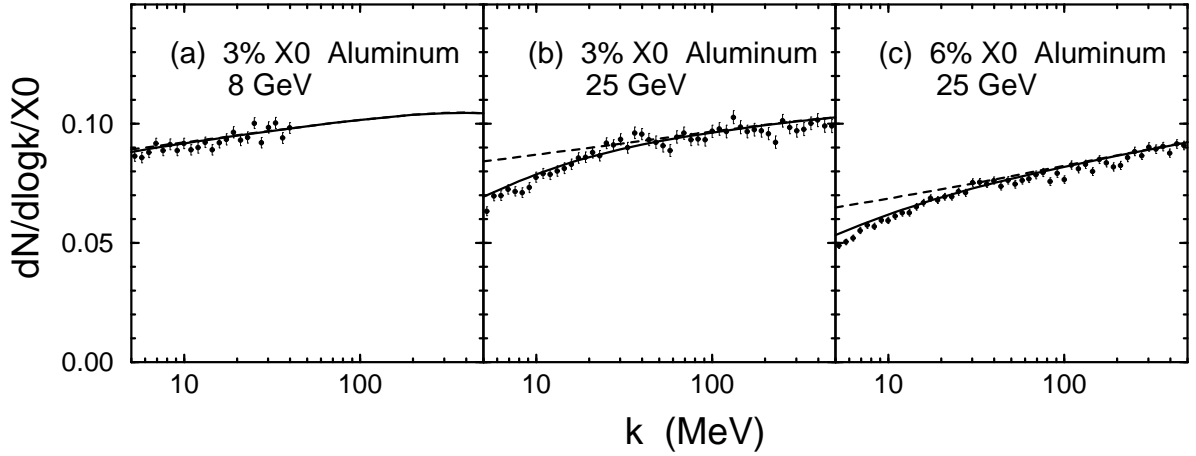


Рисунок 2.4: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишеней из алюминия толщины $3\% X_0$ (a, b) и $6\% X_0$ (c).

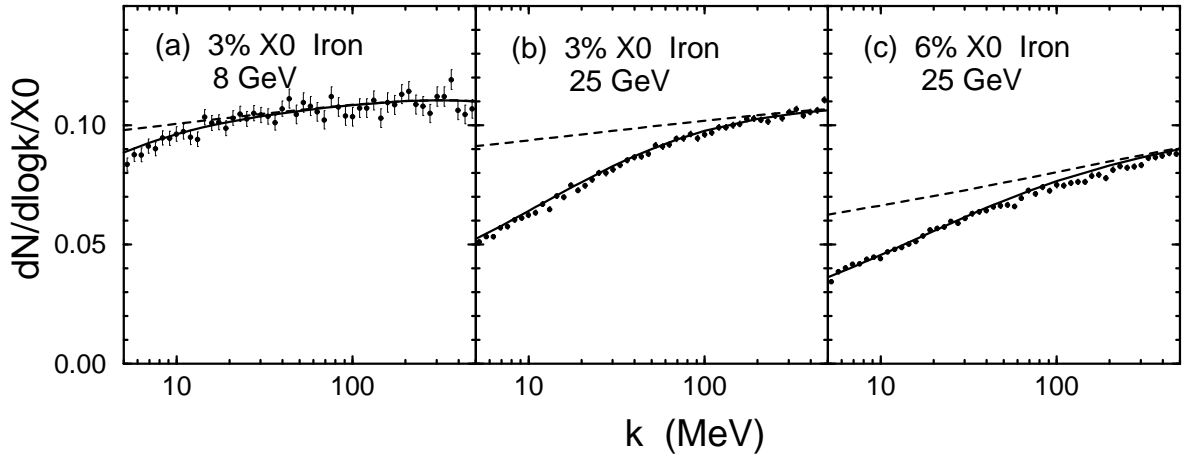


Рисунок 2.5: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишеней из железа толщины $3\% X_0$ (a, b) и $6\% X_0$ (c).

данных CERN-SPS впервые появляется возможность сравнить теорию и эксперимент в существенно квантовом режиме для широкой области $x \sim 0.01 - 1$. Как и данные SLAC [58], данные CERN-SPS [59] содержат вклад любого числа излученных фотонов. Для условий [59] отношение L_f^{eff}/L не превышает $\sim 0.02 - 0.04$. Малость этого отношения позволяет и в этом случае учесть многофотонные процессы в вероятностной трактовке. Так как мы имеем ситуацию $L \ll X_0$, то учет только излучения одного и двух фотонов должен являться очень хорошим приближением, что и подтвердил теоретический эксперимент с помощью спектров (2.79), (2.80).

На Рис. 2.10 мы приводим наши предсказания с учетом подавления ЛПМ (сплошные кривые) и без его учета (пунктирные кривые). В [59] спектр был приведен для логарифмических бинов (25 на 10). Это соответствует $rdN/d \log(k)$ с $r = 2 \tanh(\Delta/2)$, $\Delta = \log(10)/25$. Эта форма использована и на Рис. 2.10. Как и при сравнении с данными SLAC, мы учли эффект поглощения фотонов в мишени, которое понижает

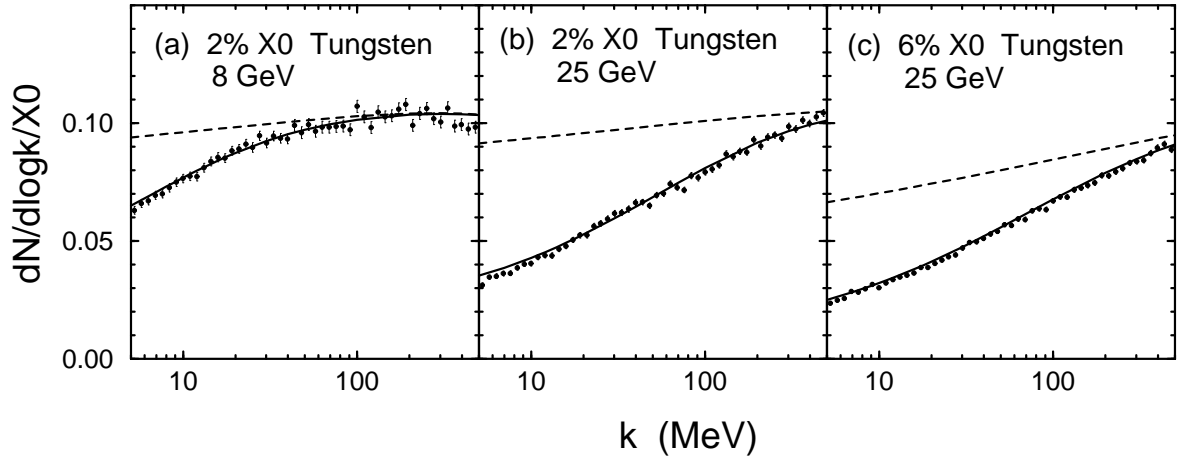


Рисунок 2.6: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишеней из вольфрама толщины $2\% X_0$ (a, b) и $6\% X_0$ (c).

спектр на $\lesssim 1.5\%$. Мы получили следующие значения нормировочных констант и χ^2/N : $C_{norm} = 0.994 \pm 0.006$ ($\chi^2/N = 1.08$), 0.982 ± 0.005 ($\chi^2/N = 1.78$), и 0.944 ± 0.004 ($\chi^2/N = 1.43$) для $E = 287, 207$, и 149 ГэВ. Как видно, наши расчеты (с учетом подавления ЛПМ) хорошо согласуются с данными. Таким образом, проведенное сравнение с данными SLAC [58] и CERN SPS [59] по процессу $e \rightarrow \gamma + e$ показывает, что результаты нашего подхода хорошо согласуются с экспериментом. Можно сказать, что согласие наших расчетов с данными находится на уровне радиационных поправок, которые не учитывались в наших расчетах.

Таблица 2.3: Набор нормировочных констант C_{norm} для наших теоретических кривых (сплошные кривые на Рис. 2.3-2.9) подобранных из условия минимума χ^2 при сравнении с данными [58]. Значения χ^2/N и толщины мишеней также приведены.

Target	L (mm)	$E_e = 8 \text{ GeV}$		$E_e = 25 \text{ GeV}$	
		C_{norm}	χ^2/N	C_{norm}	χ^2/N
2%C	4.1	0.943 ± 0.004	0.98	0.957 ± 0.003	4.2
6%C	11.7	0.964 ± 0.004	1.14	0.964 ± 0.002	3.46
3%Al	3.12	0.985 ± 0.003	1.02	0.981 ± 0.003	1.41
6%Al	5.3			0.982 ± 0.003	1.6
3%Fe	0.49	1.00 ± 0.005	0.79	0.972 ± 0.002	1.85
6%Fe	1.08			0.96 ± 0.002	1.55
2%W	0.088	0.942 ± 0.003	1.14	0.953 ± 0.003	2.8
6%W	1.08			1.007 ± 0.003	1.45
0.7%Au	0.023	1.174 ± 0.007	1.44	1.056 ± 0.004	0.8
6%Au	0.2	1.014 ± 0.003	1.15	1.031 ± 0.002	0.89
2%Pb	0.15	1.032 ± 0.004	1.01	1.009 ± 0.002	0.94
3%U	0.079	0.875 ± 0.003	1.0	0.886 ± 0.002	2.63
5%U	0.147	0.865 ± 0.004	1.04	0.877 ± 0.003	1.63

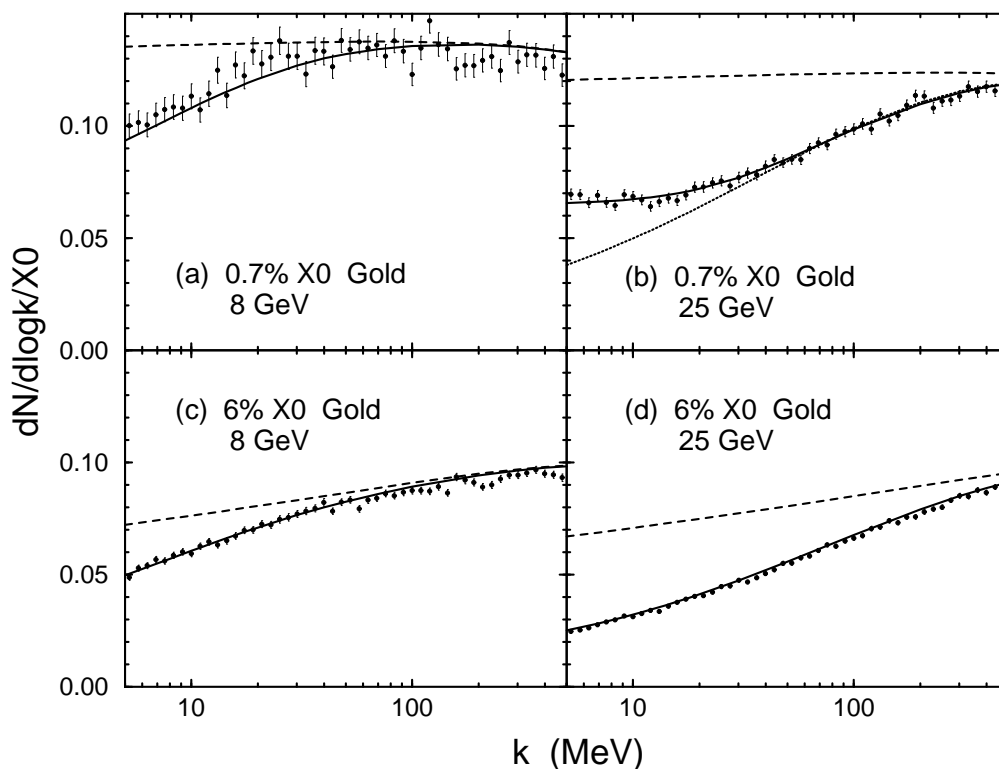


Рисунок 2.7: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишеней из золота толщины $0.7\% X_0$ (a, b) и $6\% X_0$ (c, d).

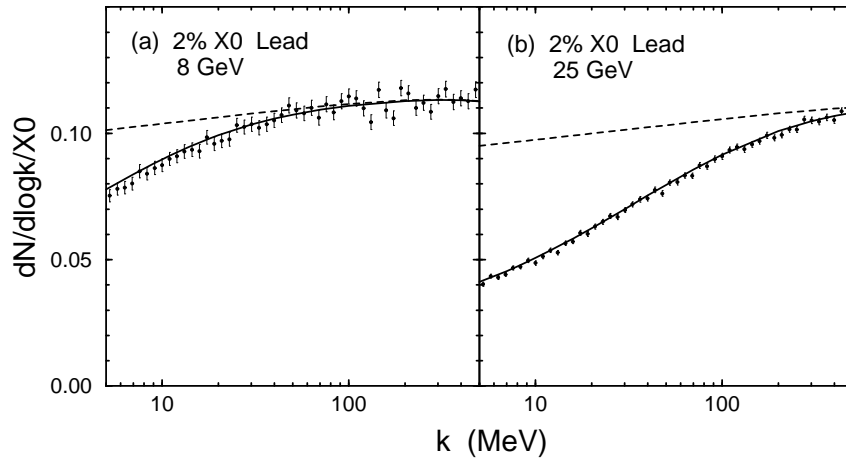


Рисунок 2.8: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишени из свинца толщины $2\% X_0$.

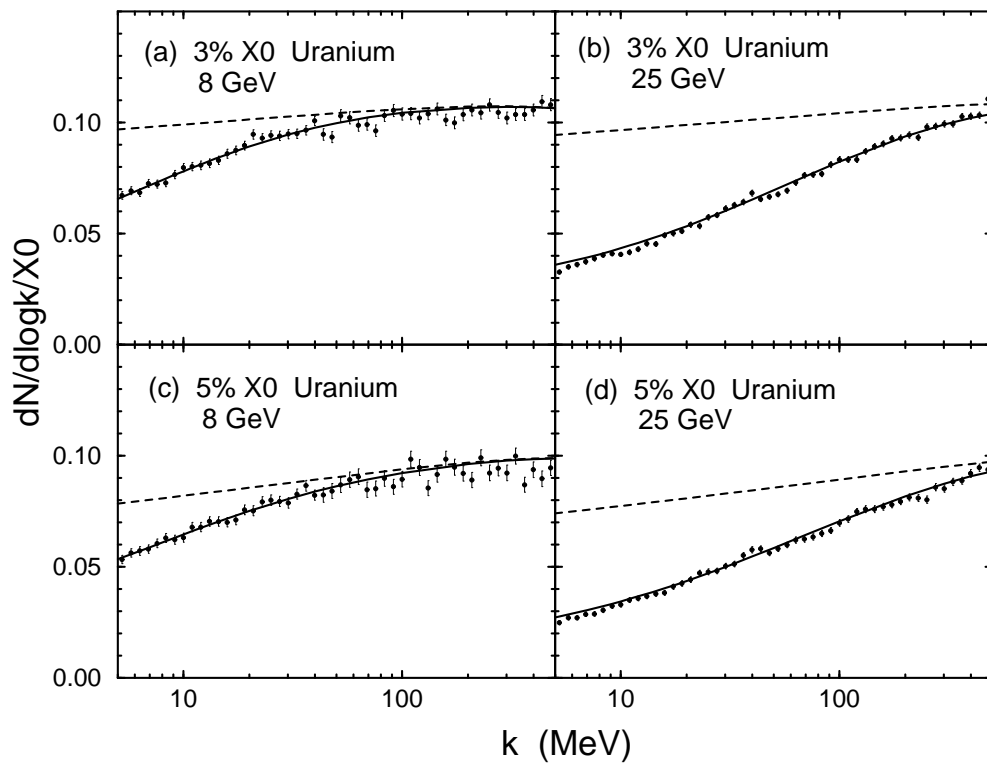


Рисунок 2.9: То же самое, что на Рис. 2.3 для мишеней из урана толщины $3\% X_0$ (a, b) и $5\% X_0$ (c, d).

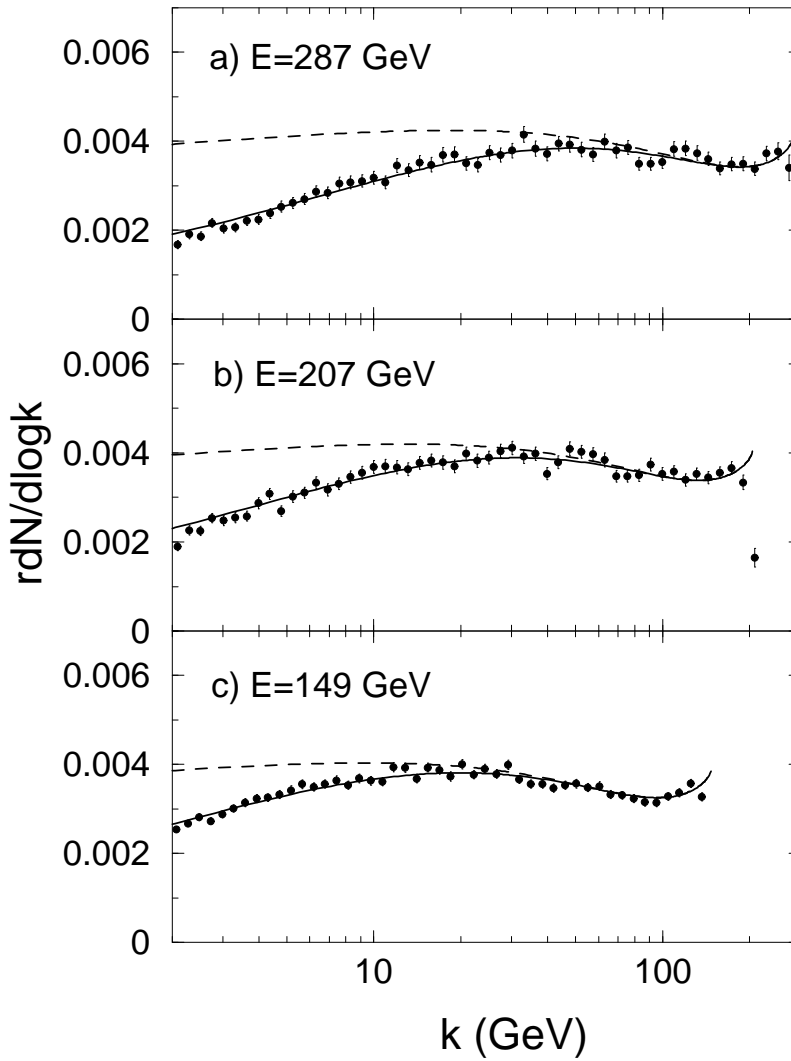


Рисунок 2.10: Сравнение наших расчетов спектра по излученной электроном энергии с данными CERN SPS [59] для электронов с энергией 287 (а), 207 (b), и 149 (с) ГэВ для мишени из иридия с $L = 4.36\% X_0$. Сплошные кривые показывают расчеты с учетом эффекта ЛПМ, а пунктирные расчеты с сечением Бете-Гайтлера.

В обоих случаях учтены многофотонные процессы и поглощение фотонов.

Нормировочный коэффициент для теоретических кривых для сечения Бете-Гайтлера такой же как для кривых с эффектом ЛПМ.

Глава 3

Обобщение формализма на случай КХД

В этой главе мы, в рамках обсуждавшегося выше метода интеграла по путям, рассмотрим излучение глюонов быстрыми партонами в КХД материи. Эта материя может быть горячей КГП или холодной ядерной материей, состоящей из нуклонов. Мы будем обсуждать процесс индуцированного излучения глюонов, хотя формализм применим и для расщепления глюона на кварки $g \rightarrow q\bar{q}$.

3.1 Общий анализ индуцированного излучения для КХД

Главное отличие излучения глюонов быстрыми партонами (кварками или глюонами) в КХД материи от излучения фотонов заряженными частицами в обычной материи это то, что в КХД быстрые партоны, взаимодействуя с конститuentами среды, не только меняют свои поперечные импульсы, но меняются также их цветовые состояния. Важно, что вращение в цветовом пространстве при прохождении через среду происходит как для излучающего партона, так и для излучаемого глюона. На первый взгляд кажется, что вращение быстрых партонов в цветовом пространстве должно сильно уменьшать эффекты когерентности в излучении глюонов, так как изменение цветового состояния партона после перерассеяния может сильно уменьшать эффекты интерференции для расщепления партонов в существенно разных точках для амплитуды и для комплексно-сопряженной амплитуды. Поэтому можно было бы думать, что оценка длины формирования на основе соотношения неопределенности для энергии на основе масс партонов, не должна работать в КХД. Как будет видно ниже это не так. Физически это связано с тем, что при расщеплении одного партона в два $a \rightarrow bc$ полный цветовой заряд системы bc равен цветовому заряду начального партона a . Поэтому, пока поперечное расстояние между партонами b и c

мало по сравнению с радиусом корреляций цветных полей среды, цветовая волновая функция системы bc испытывает в среде такое же вращение как и волновая функция начального партона a . В результате превращение виртуальной флуктуации $a \rightarrow bc$ в реальные партоны b и c возможно только тогда, когда партоны bc отделились на значительное расстояние друг от друга.

Естественно, динамика цветовых волновых функции быстрых партонов в среде зависит от устройства КХД материи. Можно ожидать, что наиболее существенными характеристиками среды с точки зрения излучения глюонов, индуцированного многократными перерасеяниями в среде, должны быть число рассеивающих цветных конститuentов в среде и радиус корреляций цветных полей в среде. Мы начнем наш анализ с модели среды в виде системы статических случайно расположенных цветных рассеивающих центров, описываемых дебаевским экранированным потенциалом. Эта модель была предложена Gyulassy и Wang (GW) [73], и использовалась во всех первых попытках построения теории неабелевого аналога эффекта ЛПМ для КГП [73–78]. Обобщение теории на более реалистическую модель КГП на основе приближения пертурбативной КХД Hard Thermal Loops (HTL) [95–98] не представляет труда [21], и будет дано позднее. Мы будем описывать взаимодействие быстрых партонов с каждым рассеивающим центром учитывая обмены только одним и двумя t -канальными глюонами. Причем, для двухглюонных обменов учитывается только обмен парами глюонов с вакуумными квантовыми числами. Как будет видно ниже, двухглюонные обмены в нашем описании взаимодействия быстрых партонов со средой есть необходимый ингредиент для унитарности теории. Синглетные по цвету двухглюонные обмены просто позволяют правильно учесть изменение потока быстрых партонов не испытывавших неупругих взаимодействий за счет одноглюонных обменов.

Амплитуды для одноглюонного и двухглюонного обменов для рассеяния быстрого партона p на цветовом центре c могут быть получены формально раскладывая до членов порядка α_s^2 эйкональную амплитуду вида (нормировка амплитуды $\text{Im}T(t=0) = \sigma_{tot}$, цветовые спиноры частиц опущены)

$$T(\mathbf{q}) = i2 \int d\mathbf{b} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left\{ 1 - \exp[-i\hat{V}_{pc}(\mathbf{b})] \right\}, \quad (3.1)$$

$$\hat{V}_{pc}(\mathbf{b}) = \frac{\alpha_s}{\pi} \hat{\tau}_p^a \hat{T}_c^a \int d\mathbf{q} \frac{\exp i\mathbf{q}\mathbf{b}}{q^2 + m_D^2}, \quad (3.2)$$

где $\hat{\tau}_p^a$ и \hat{T}^a обозначают цветовые $SU(3)$ генераторы для быстрого партона и цветового центра, m_D дебаевская масса. В пертурбативном описании КГП дебаевская масса в лидирующем порядке по константе связи КХД g определяется формулой [95] $m_D^2 = g^2 T^2 [1 + N_F/6]$, здесь T температура плазмы, N_F число кварковых флейворов. Амплитуда одноглюонного обмена дает дифференциальное сечение для процесса

$p + c \rightarrow p + c$ (усредненное по цветовым состояниям быстрого партона p и рассеивающего центра c)

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha_s^2 \pi}{2} \frac{C_p C_c}{(q^2 + m_D^2)^2}, \quad (3.3)$$

где $C_{p,c}$ операторы Казимира для партона и рассеивающего центра. Интегрирование по q^2 дает полное неупругое сечение для одноглюонного обмена

$$\sigma_{tot} = \frac{\alpha_s^2 \pi C_p C_c}{2m_D^2}. \quad (3.4)$$

Наше описание взаимодействия быстрых партонов с конститuentами среды соответствует двухглюонной модели померона в рассеянии адронов [133–135], где упругая амплитуда от двухглюонного обмена является дифракционной по отношению к неупругим процессам генерируемым одноглюонным обменом. Таким образом, наше описание рассеяния быстрых партонов не учитывает возможные эффекты зависимости амплитуд от энергии, связанные с эффектами высших порядков по α_s , например тех, что описываются уравнением Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова (БФКЛ) в теории померона [136–138]. Пренебрежение этим эффектами представляется оправданным, так как с точки зрения энергетических потерь быстрых партонов в КГП, рождающейся в соударениях ядер, интересны энергии партонов $\lesssim 200 - 300$ ГэВ. Экспериментальные адронные сечения в этой области слабо зависят от энергии, поэтому для таких энергий эффекты эволюции БФКЛ не должны быть велики. Наше описание рассеяния партонов на центрах аналогично использованному в известной работе Gunion и Bertsch [139] при анализе излучения глюонов в соударениях адронов. Даже для такой упрощенной модели взаимодействия быстрых партонов с КГП, соответствующей борновскому приближению для описания взаимодействия с каждым отдельным конститuentом среды, построение теории излучения глюонов индуцированного многократным рассеянием быстрых партонов в КХД материи оказалось сложной задачей.

Мы начнем обсуждение индуцированного излучения глюонов в КХД материи с процесса $q \rightarrow gq$. Обобщение на случай $g \rightarrow gg$ делается тривиально. На уровне амплитуды процесса $q \rightarrow gq$ мы имеем процессы типа показанного на Рис. 3.1. На этом рисунке некоторые центры обмениваются одним глюоном с каким либо быстрым партоном, а некоторые центры двумя глюонами. Нашей целью является получить выражение для сечения, в котором каждый центр включает обмены с быстрыми партонами с нулевым числом глюонов или с двумя глюонами в t -канале. Центры с одноглюонными обменами в сечении появиться не могут, так как при суммировании по конечным цветным состояниям мишени такие диаграммы автоматически зануляются. При вычислении спектра мы должны просуммировать по всем возможным цветовым состояниям конечных быстрых партонов и цветным состояниям рассеива-

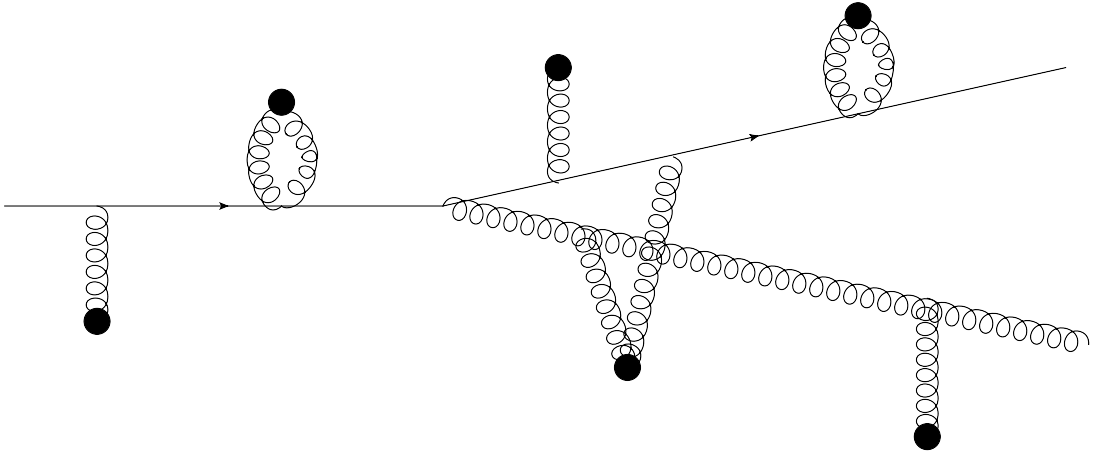


Рисунок 3.1: Типичная диаграмма для амплитуды процесса $q \rightarrow gq$ в среде из системы цветных центров (черные кружки) при учете одноглюонных и двухглюонных t -канальных обменов. Между взаимодействиями с центрами линии быстрых частиц соответствуют свободным функциям Грина.

ющих центров, а также усреднить по цветовым состояниям начального партона a (кварка для процесса $q \rightarrow gq$). Ограничиваясь на уровне спектра двухглюонными обменами, мы получаем для данных траекторий быстрых партонов (в амплитуде и комплексно сопряженной амплитуде) набор диаграмм типа показанной на Рис. 3.2, где для каждого цветового центра, который участвовал в процессе взаимодействия, имеется двухглюонный обмен с быстрыми партонами. Важно, что с точки зрения

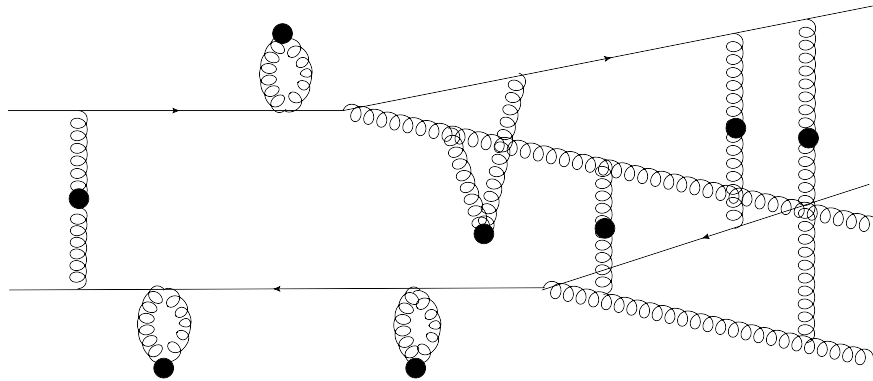


Рисунок 3.2: Типичная диаграмма для сечения процесса $q \rightarrow gq$ в среде из цветных центров (черные кружки) при учете одноглюонных и двухглюонных t -канальных обменов. Между взаимодействиями с центрами линии быстрых частиц соответствуют свободным функциям Грина.

цветовой алгебры линии направленные налево можно рассматривать аналогично линиям направленным направо, но взаимодействующими с t -канальными глюонами как античастицы, так как в комплексно сопряженной амплитуде вершинам для быстрого партона p соответствуют операторы $-(T_p^\alpha)^*$, которые можно рассматривать как цветные матрицы для вершин взаимодействия с t -канальными глюонами античастицы

\bar{p} (для глюона, естественно, имеем $\bar{g} = g$). Таким образом, мы имеем ситуацию как и в абелевом случае, когда траектории частиц для комплексно сопряженной амплитуды в эффективном лагранжиане \mathcal{L}_{int} в формуле (1.23) выступают как траектории античастиц. Поэтому в эффективном лагранжиане для функционального интеграла для спектра взаимодействия для комплексно сопряженной амплитуды можно трактовать как взаимодействие со средой античастиц. Отметим, что, так как для нас интересен режим когда типичные значения $z_2 - z_1$ велики по сравнению с дебаевским радиусом взаимодействия, мы можем не учитывать двухглюонные диаграммы где глюоны прикреплены к партонным системам с разным числом партонов, например, один глюон взаимодействует с системой $a\bar{a}$ при $z < z_1$, а другой с системой $b\bar{c}$ при $z > z_1$. По этой же причине, как и в КЭД, усреднение по состояниям мишени можно проводить независимо для участков $z < z_1$, $z_1 < z < z_2$, $z > z_2$.

Для каждой конкретной диаграммы одна часть цветовых центров с двухглюонными обменами соответствует центрам, которые претерпели “неупругие” взаимодействия через одноглюонные обмены для амплитуды и комплексно сопряженной амплитуды. Для таких центров, которые мы назовем неупругим, состояние двух глюонов в t -канале должно быть синглетом по цвету, так как имеется усреднение по начальным цветным состояниям каждого центра и суммирование по его конечным цветным состояниям. Другая часть центров, которую мы будем называть упругой, соответствует ситуациям когда в амплитуде центр обменивается с быстрыми партонами двумя глюонами, а в комплексно сопряженной амплитуде данный центр не взаимодействует с быстрыми партонами совсем. Так как при суммировании по конечным состояниям мишени каждый цветовой центр должен быть, очевидно, в одном и том же цветном состоянии, то это суммирование по конечным цветным состояниям центров автоматически отбирает двухглюонные обмены с вакуумными квантовыми числами. Для случая с двухглюонным обменом в комплексно сопряженной амплитуде ситуация аналогичная. Как отмечалось выше, на уровне произведения амплитуды и комплексно сопряженной амплитуды, после усреднения по начальным состояниям цветных центров, и суммирования по их конечным цветным состояниям, не могут появиться диаграммы в которых какой либо центр обменивается одним глюоном с быстрыми партонами. Действительно, с точки зрения цветных потоков такие диаграммы соответствовали бы глюону прикрепленному к кварковой (для триплетного по цвету центра) или глюонной (для октетного по цвету центра) петле, что невозможно.

Суммирование по всем возможным диаграммам, типа показанной на Рис. 3.2, приводит, очевидно, к тому, что каждый центр, вовлеченный в взаимодействие с быстрыми партонами, действует как дифракционный оператор соответствующий обмену в t -канале парой глюонов в синглетном цветном состоянии (этот оператор включает все возможные диаграммы, на которых центр выступает как неупругий или упругий).

Соответствующие диаграммы для двухчастичной системы $q\bar{q}$ показаны на Рис. 3.3. Возможны такие партонные системы: $q\bar{q}$ ($z < z_1$), $qg\bar{q}$ ($z_1 < z < z_2$), $qg\bar{q}g$ ($z > z_2$). Мы

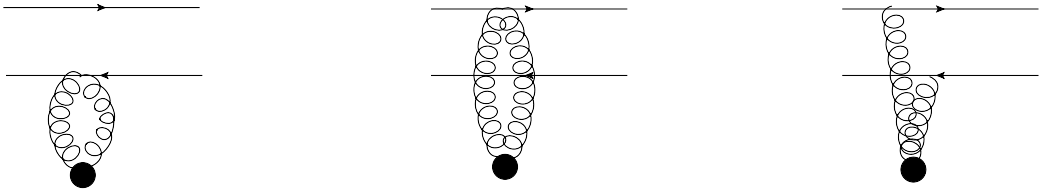


Рисунок 3.3: Диаграмма для дифракционного оператора для процесса $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ на отдельном цветовом центре в двухглюонном приближении.

будем рассматривать спектр проинтегрированный по поперечному импульсу одного из конечных партонов. Легко показать, что в КХД, аналогично абелевому случаю, можно трансформировать линию соответствующую партону с проинтегрированным поперечным импульсом, чтобы получить из диаграммы типа Рис. 1.1a диаграмму типа показанной на Рис. 1.1b, в которой нет области с четырьмя частицами. Как и в абелевом случае, мы используем свойство полноты для функций Грина (1.13). Это иллюстрируется на Рис. 3.4, где показано как шаг за шагом деформируется

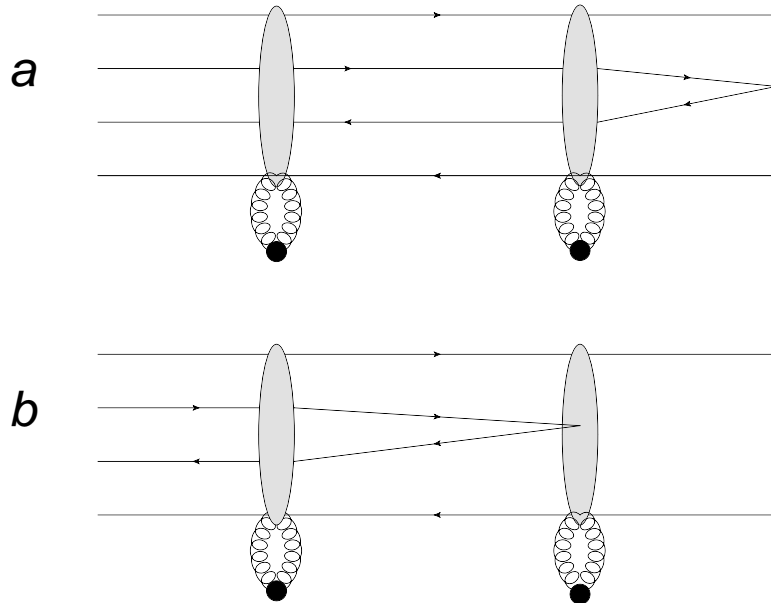


Рисунок 3.4: Диаграммная иллюстрация деформации четырехчастичного партонного состояния в двухчастичное для спектра проинтегрированного по поперечным импульсам одной из конечных частиц.

диаграмма для четырехчастичной партонной системы в диаграмму с двухчастичной партонной системой если для одной пары (скажем $c\bar{c}$) проводится интегрирование по поперечным импульсам, которое в координатном представлении соответствует ситуации когда концы линий для этой пары $c\bar{c}$ находятся в одной точке, и по ее координате идет интегрирование. На Рис. 3.4 мы показываем взаимодействие с двумя центрами.

Затененные эллипсы обозначают все возможные присоединения t -канальных глюонов к партонным линиям (мы не различаем по типу кварковые и глюонные линии на Рис. 3.4 для быстрых партонных). После интегрирования по конечной поперечной координате пары $c\bar{c}$ при $z = z_f$, свойство (1.13) (в данном случае для свободных функций Грина) позволяет получить из диаграммы Рис. 3.4а диаграмму Рис. 3.4б. В этой диаграмме с правым центром уже взаимодействует четырехпартонная система, в которой пара $c\bar{c}$ имеет нулевой размер и является синглетом по цвету. Поэтому ее взаимодействие с t -канальными глюонами, очевидно, должно исчезать после суммирования всех возможных диаграмм для t -канальных глюонов. Поэтому, с точки зрения двухглюонного t -канального обмена, эта пара себя совсем не проявляет. Соответственно, при интегрировании по ее поперечным координатам на Рис. 3.4(б) можно проводить его как для свободных частиц. Это приводит к тому, что мы можем еще сдвинуть влево (до левого центра) точку, в которой система $c\bar{c}$ является точечной. Таким образом, мы можем шаг за шагом трансформировать график типа Рис. 1.1а в диаграмму Рис. 1.1б, которая вообще не содержит четырехпартонных состояний.

Формулы полученные в КЭД для диаграммы Рис. 1.1б остаются верны и в КХД. Достаточно только сделать очевидную замену сечений взаимодействия для двухчастичных ($a\bar{a}$, $b\bar{b}$) и трехчастичной ($bc\bar{a}$) систем, вычислив эти сечения для двухглюонного обмена. Вычисление общего цветового фактора для всей диаграммы Рис. 1.1б оказывается тривиальным. Действительно, после того как цветовые факторы соответствующие двухчастичным и трехчастичному сечению включены в эти сечения, общий цветовой фактор для диаграммы Рис. 1.1б для процессов $q \rightarrow gq$ и $g \rightarrow gg$ изображается диаграммами показанными на Рис. 3.5а,б (линии соответствуют суммированию по триплетным или октетным цветовым индексам) деленным на число цветных состояний для начальной частицы, что дает цветовые факторы

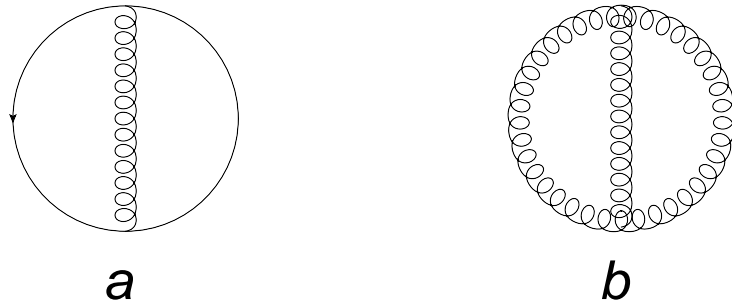


Рисунок 3.5: Диаграммы для вычисления полных цветовых факторов для процессов $q \rightarrow gq$ (а) и $g \rightarrow gg$ (б).

$$C(q \rightarrow gq) = \frac{1}{4N_c} \text{Sp} \lambda^\alpha \lambda^\alpha = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} = C_F, \quad (3.5)$$

$$C(g \rightarrow gg) = \frac{1}{N_c^2 - 1} f_{\alpha\beta\gamma} f_{\alpha\beta\gamma} = N_c = C_A. \quad (3.6)$$

Эти цветовые факторы мы будем включать в вершинные факторы Λ . Вершинный фактор для процесса $q \rightarrow gq$ имеют тот же вид, что и для процесса $e \rightarrow \gamma e$ с заменой электромагнитной константы α на константу α_s для КХД и добавлением общего цветового фактора C_F . Для индуцированного излучения глюонов переход с изменением спиральности кварка даже для тяжелых кварков дает очень малый вклад в энергетические потери. Поэтому мы будем вычислять вершинные операторы как для безмассовых партонов (как это делается в уравнениях эволюции Докшицера-Грибова-Липатова-Алтарелли-Паризи (ДГЛАП) [140–142]). Фактор $[1 + (1 - x)^2]/x$ имеющийся в вершинном операторе для процесса $e \rightarrow \gamma e$ есть просто функция расщепления для этого процесса. В КХД, при учете общего цветового фактора, он переходит в функцию расщепления для процесса $q \rightarrow gq$

$$P_{Gq}(x) = C_F \frac{[1 + (1 - x)^2]}{x}. \quad (3.7)$$

Простые вычисления для вершинного оператора для процесса $g \rightarrow gg$ в приближении малых углов для конечных глюонов приводят к вершинному фактору Λ того же вида, что и для процесса $q \rightarrow gq$, но с функцией расщепления для перехода $g \rightarrow gg$

$$P_{GG}(x) = 2C_A \left[\frac{1-x}{x} + \frac{x}{1-x} + x(1-x) \right]. \quad (3.8)$$

Таким образом, вершинный фактор в нашем формализме для партонного процесса $a \rightarrow bc$ (проинтегрированного по поперечному импульсу партона c) в материи записывается в виде

$$\Lambda(x, z_1, z_2) = \frac{\alpha_s P_{ba}(x)}{2} \cdot \frac{\mathbf{q}(z_2) \mathbf{q}^*(z_1)}{M^2(x)}. \quad (3.9)$$

Дипольные сечения, необходимые для расчета факторов $Sa\bar{a}$ и $Sb\bar{b}$, для КХД, как и для КЭД, могут быть вычислены по формуле (2.28) через сечение рассеяния партонов на рассеивающем центре. Используя формулу (3.3) для сечений в КХД, мы получаем для пары партонов $p\bar{p}$

$$\sigma_{p\bar{p}}(\rho, z) = C_c C_p \int d\mathbf{q} \alpha_s^2(q^2) \frac{[1 - \exp(i\mathbf{q}\rho)]}{[q^2 + m_D^2(z)]^2}. \quad (3.10)$$

Здесь мы ввели α_s под знак интеграла, чтобы учесть возможную эволюцию заряда при использовании бегущей α_s . Разумеется, при использовании бегущего заряда в дипольном сечении, заряд для распадной вершины начального партона также должен быть бегущим. Метод введения бегущей α_s для распадных вершин будет обсуждаться ниже. Пока, в общих формулах, для простоты мы будем предполагать, что используется фиксированный заряд.

Как и в случае КЭД, потенциал v в (1.35) для КХД материи для процесса $a \rightarrow bc$ имеет вид

$$v(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}, x) = -i \frac{n(z) \sigma_{bc\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}, x)}{2}, \quad (3.11)$$

где n число цветовых центров в единице объема (если материя моделируется системой центров триплетных (кварки) и октетных (глюоны) центров, то надо производить суммирование по видам центров, ниже, однако, мы не будем указывать это для краткости), $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}_c$, $\mathbf{R} = x_c \boldsymbol{\rho}_b + x_b \boldsymbol{\rho}_c - \boldsymbol{\rho}_a$. Для двухглюонного обмена любое трехчастичное сечение может быть выражено через линейную комбинацию дипольных сечений для пар партонов. Для цветной группы $SU(3)$ сечение $\sigma_{q\bar{q}}$ следующим образом выражается через дипольное сечение $\sigma_{q\bar{q}}$ [143]

$$\sigma_{gq\bar{q}}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}, x) = \frac{9}{8} [\sigma_{q\bar{q}}(|\boldsymbol{\rho}|) + \sigma_{q\bar{q}}(|\mathbf{R} + (1-x)\boldsymbol{\rho}|)] - \frac{1}{8} \sigma_{q\bar{q}}(|\mathbf{R} - x\boldsymbol{\rho}|). \quad (3.12)$$

Система $gq\bar{c}$ при $\boldsymbol{\rho}_q = \boldsymbol{\rho}_{\bar{q}}$ эквивалентна по цветовым характеристикам диполю из двух глюонов в синглетном цветовом состоянии. Поэтому трехчастичное сечение (3.12) должно принимать вид

$$\sigma_{gq\bar{q}}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) = \sigma_{gg}(\boldsymbol{\rho}_g - \boldsymbol{\rho}_{q\bar{q}}) = \frac{C_A}{C_F} \sigma_{q\bar{q}}(\boldsymbol{\rho}_g - \boldsymbol{\rho}_{q\bar{q}}), \quad (3.13)$$

что выполнено для (3.12). В другом предельном случае $\boldsymbol{\rho}_{\bar{q}} = \boldsymbol{\rho}_g$, трехчастичная система $gq\bar{q}$ эквивалентна диполю $q\bar{q}$ в синглетном состоянии. Поэтому трехчастичное сечение в этом случае должно иметь вид

$$\sigma_{gq\bar{q}}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) = \sigma_{q\bar{q}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.14)$$

что тоже выполнено для (3.12). Для процесса $g \rightarrow gg$ мы имеем вместо синглетной системы $gq\bar{q}$ синглетную трехглюонную систему с цветовой волновой функцией

$$\Psi_{\alpha\beta\gamma} = \frac{f_{\alpha\beta\gamma}}{\sqrt{N_c(N_c^2 - 1)}}. \quad (3.15)$$

Для группы $SU(3)$ существует и другое синглетное состояние ggg системы определяемое симметричным тензором $d_{\alpha\beta\gamma}$. Это состояние, однако, не возникает в наших вычислениях, так как распадная вершина для перехода $g \rightarrow gg$ определяется именно антисимметричным тензором $f_{\alpha\beta\gamma}$, входящим в КХД лагранжиан глюонного поля. Трехчастичное сечение σ_{ggg} также можно выразить через дипольное сечение $\sigma_{q\bar{q}}$, соответствующая формула имеет вид

$$\sigma_{ggg}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}, x) = \frac{9}{8} [\sigma_{q\bar{q}}(|\boldsymbol{\rho}|) + \sigma_{q\bar{q}}(|\mathbf{R} + (1-x)\boldsymbol{\rho}|) + \sigma_{q\bar{q}}(|\mathbf{R} - x\boldsymbol{\rho}|)]. \quad (3.16)$$

Для спектра проинтегрированного по поперечным импульсам обеих конечных частиц мы имеем $bc\bar{a}$ систему, в которой частица \bar{a} расположена в центре масс пары bc , что соответствует $\mathbf{R} = 0$. В этом случае трехчастичное сечение и потенциал v можно рассматривать как функции только длины вектора $\boldsymbol{\rho}$. Мы будем записывать трехчастичные сечения в этом случае в виде

$$\sigma_{gq\bar{q}}(\rho, x) = \frac{9}{8}[\sigma_{q\bar{q}}(\rho) + \sigma_{q\bar{q}}((1-x)\rho)] - \frac{1}{8}\sigma_{q\bar{q}}(x\rho), \quad (3.17)$$

$$\sigma_{ggg}(\rho, x) = \frac{9}{8}[\sigma_{q\bar{q}}(\rho) + \sigma_{q\bar{q}}((1-x)\rho) + \sigma_{q\bar{q}}(x\rho)]. \quad (3.18)$$

Для краткости ниже мы иногда будем записывать трехпартонное сечение просто как $\sigma_3(\rho, x)$, и будем выделять фактор ρ^2

$$\sigma_{bc\bar{a}}(\rho, x) = \sigma_3(\rho, x) = C_3(\rho, x)\rho^2. \quad (3.19)$$

Длина формирования для процессов расщепления партонов в КГП должна определяться через квазичастичные массы партонов. Формула для L_f для процесса $a \rightarrow bc$ имеет тот же вид как и раньше $L_f = 2E_a x_b x_c / \epsilon^2$, где $\epsilon^2 = x_c m_b^2 + x_b m_c^2 - x_b x_c m_a^2$. Это дает

$$L_f(q \rightarrow gq) = \frac{2Ex(1-x)}{m_q^2 x^2 + m_g^2 (1-x)}, \quad (3.20)$$

$$L_f(g \rightarrow gg) = \frac{2Ex(1-x)}{m_g^2 (1-x+x^2)}. \quad (3.21)$$

Гамильтониан для функции Грина для вычисления спектра по x можно записать в виде

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M(x)} + v(\boldsymbol{\rho}, x), \quad (3.22)$$

$$v(\boldsymbol{\rho}, x) = -i \frac{n(z)\sigma_3(x\rho)}{2}. \quad (3.23)$$

Здесь подразумевается, что при вычислении потенциала выполняется суммирование по видам цветных центров (кварков и глюонов), которое для краткости мы не указываем.

В пертурбативном описании КГП для квазичастиц асимптотические массы определяются формулами [95]: $m_q^2 = C_F g^2 T^2 / 4$, $m_g^2 = g^2 T^2 [1 + N_F / 6] / 2$. При температурах $T \sim (1-3)T_c$ (здесь $T_c \approx 160$ МэВ [144, 145] температура деконфайнмента) условия применимости пертурбативной КХД, конечно, нельзя считать хорошо выполненными, так как константа связи велика ($g \sim 2$), и пертурбативные эффекты должны быть важны. В численных расчетах для описания энергетических потерь в КГП для условий АА соударений при энергиях RHIC-LHC мы будем обычно использовать массы квазичастиц в КГП полученные в работе [146] путем обработки решеточных

данных в рамках квазичастичной модели КГП. Этот анализ дает массы $m_g \approx 400$ МэВ и $m_q \approx 300$ МэВ в интересном для нас интервале температур $T \sim (1-3)T_c$. В наши формулы для индуцированного спектра глюонов массы партонов входят только через ϵ^2 в формуле для L_f . Для области $x \ll 1$, которая доминирует энергетические потери, L_f практически не зависит от величины массы легких кварков. Поэтому чувствительность результатов к m_q очень слабая. Как будет видно ниже, в режиме сильного эффекта ЛПМ или для партонов рожденных в среде конечных размеров с длиной формирования $L_f \lesssim L$, энергетические потери не очень сильно зависят и от массы глюона. Это связано с тем, что характерные поперечные размеры системы $b\bar{c}a$ в этих режимах оказываются малы по сравнению с ее размером в режиме Бете-Гайтлера, когда типичные расстояния $\rho \sim 1/m_g$. А для режима $\rho \ll 1/m_g$ партонные массы оказываются вообще несущественны.

Таким образом, мы показали, что наш формализм очень просто обобщается на случай КХД. Формула для спектра проинтегрированного по поперечным импульсам частиц имеет вид аналогичный формуле для спектра в КЭД

$$\frac{dP}{dx} = 2\text{Re} \int_{z_{in}}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0}. \quad (3.24)$$

Здесь для случая частиц налетающих на мишень из бесконечности следует положить $z_{in} = -\infty$, а для случая партона рожденного в среде z_{in} равно продольной координате точки рождения начального партона. Из формулы (3.22) получаем спектр перехода на единице длины пути начального партона распространяющегося в бесконечной среде

$$\frac{dP}{xdL} = 2\text{Re} \int_0^{\infty} dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0, z_1 = 0}. \quad (3.25)$$

Как мы говорили раньше, для партонов рожденных в жестком процессе и распространяющихся в среде конечного размера, как это имеет место для жестких реакций в соударениях ядер, излучение происходит и без взаимодействия со средой. Это обычное каскадирование партонов, описываемое в вакууме уравнениями ДГЛАП. Поэтому под индуцированным излучением мы будем понимать именно поправки к энергетическим потерям описываемым каскадированием ДГЛАП. Следует сказать, что для партона рожденного в среде возможны и другие поправки к спектру ДГЛАП, не связанные с многократными перерасеяниями партонов в среде $N \geq 1$ (здесь, как и раньше, N есть число перерасеяний в среде), так как имеются поправки даже для $N = 0$. Эти поправки к ДГЛАП эволюции связаны с различием m_g в среде и в вакууме, что должно порождать излучение аналогичное по своей природе пере-

ходному излучению в КЭД. Для среды m_g это квазичастичная масса глюона. Что следует использовать для m_g для быстрого глюона покидающего КГП не вполне ясно. Расчеты в рамках подхода на основе уравнения Дайсона-Швингера показывают, что для малых виртуальностей глюон приобретает массу $\sim 0.5 - 0.8$ МэВ [147, 148]. Это качественно согласуется с оценкой радиуса корреляций глюонных полей в КХД вакууме $R_c \sim 0.27$ фм [149], которые дают $m_g \sim 1/R_c \sim 0.73$ ГэВ. Анализ поведения структурной функции протона $F_2(x, Q^2)$ при $x \ll 1$ в рамках уравнения БФКЛ в дипольной форме [150–153] дает $m_g \sim 0.75$ ГэВ [154]. Если принять это различие в m_g для КГП и для вакуума, то появляются поправки к радиационным потерям партонов. Эти поправки впервые были рассмотрены в нашей работе [155], и оказались не очень велики. Учитывая имеющиеся теоретические неопределенности при их расчете мы, при применении нашего формализма для анализа данных по охлаждению струй в соударениях ядер, не будем учитывать возможное различие L_f в КХД материи и в вакууме.

3.2 Индуцированное излучение глюонов в осцилляторном приближении

Приведем формулы для индуцированных радиационных потерь для осцилляторного приближения, в котором вычисления сильно упрощаются. Как и в КЭД, это приближение основано на предположении, что в параметризации $\sigma_{q\bar{q}}(\rho) = C_2(\rho)\rho^2$, функция $C_2(\rho)$ медленно меняется с ρ при $\rho \ll 1/m_D$. Из (3.10) легко получить для $\rho \ll 1/m_D$ (мы считаем пока $\alpha_s = \text{const}$)

$$C_2(\rho) \approx \frac{C_F C_c \alpha_s^2 \pi}{2} \ln \left(\frac{1}{\rho m_D} \right). \quad (3.26)$$

Поэтому в (3.19) для $\rho \ll 1/m_D$, когда логарифм в 3.26) велик и медленно меняется с ρ , в первом приближении можно заменить функцию $C_3(\rho, x)$ ее значением при некотором ρ_{eff} равным характерному ρ . Тогда, используя (3.17), мы можем записать $\sigma_{qq}(\rho, x) = C_3(x)\rho^2$ где

$$C_3(x) = \frac{9}{8} [C_2(\rho_{eff}) + (1-x)^2 C_2((1-x)\rho_{eff}) - x^2 C_2(x\rho_{eff})/9]. \quad (3.27)$$

После этой замены гамильтониан (3.22) принимает осцилляторный вид с частотой

$$\Omega = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{n C_3(x)}{M(x)} \right)^{1/2} = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}} \left(\frac{n C_3(x)}{E_q x (1-x)} \right)^{1/2}. \quad (3.28)$$

Начнем со случая бесконечной однородной среды. Используя осцилляторную функцию Грина (2.39), из (3.24) нетрудно получить

$$\frac{dP_g}{dx dL} = n \frac{d\sigma^{BH}}{dx} S(\eta), \quad (3.29)$$

где фактор подавления S (в данном случае для случая без переворота спина, так как мы пренебрегаем вкладом с переворотом спина кварка) определен старой формулой (2.42), полученной для КЭД, а сечение Бете-Гайтлера определяется формулой

$$\frac{d\sigma^{BH}}{dx} = \frac{2\alpha_s C_3(x) P_{Gq}(x)}{3\pi\epsilon^2}. \quad (3.30)$$

Безразмерный параметр η в (3.27) дается формулой

$$\eta = L_f |\Omega| = \frac{[4nC_3(x)M(x)]^{1/2}}{\epsilon^2}. \quad (3.31)$$

Сечение Бете-Гайтлера (3.30) инфракрасно расходится при $m_{g,q} \rightarrow 0$. Это вполне естественно, так как при одноглюонном обмене быстрого партона и мишени имеет место изменение цветового состояния налетающего партона и мишени, что порождает интенсивное глюонное излучение даже при нулевой передаче импульса. Интересно, что в пределе сильного эффект ЛПМ, т.е. при $\eta \gg 1$, многократные перерасеяния в среде ликвидируют инфракрасную расходимость присутствующую в сечении Бете-Гайтлера. Действительно, используя асимптотическую формулу для фактора подавления $S(\eta) \approx S_{nf} \approx 3/\eta\sqrt{2}$ при $\eta \gg 1$ (2.45), мы получаем в этом режиме из (3.29), (3.30) спектр

$$\frac{dP_g}{dx dL} \approx \frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi} \sqrt{\frac{nC_3(x)}{2M(x)}}, \quad (3.32)$$

который уже не содержит $1/\epsilon^2$ расходимости в безмассовом пределе $\epsilon \rightarrow 0$. Значение ρ_{eff} в (3.32), как и в КЭД, может быть определено из шредингеровского диффузионного соотношения

$$\rho_{eff} \sim (2L_f^{eff}/M(x))^{1/2}. \quad (3.33)$$

Здесь, как и для фотонов, мы ввели эффективную, то есть учитывающую эффект ЛПМ, длину формирования L_f^{eff}

$$L_f^{eff} = L_f \min(1, 1/\eta). \quad (3.34)$$

Это дает с логарифмической точностью

$$\rho_{eff} \sim [\alpha_s^2 n M(x)]^{-1/4}. \quad (3.35)$$

Исчезновение инфракрасной расходимости спектра является следствием сильной модификации в среде длины формирования для излучения глюона. Так как при $\eta \gg 1$ мы имеем $L_f^{eff} = L_f/\eta \ll L_f$, то в этом режиме типичный размер конечной системы gq становится мал $\rho_{eff} \ll 1/m_g$. В этом режиме динамика перехода $q \rightarrow gq$, очевидно, должна быть нечувствительна к массам партонов, что и проявляется в отсутствии масс партонов в формуле (3.32). В этом режиме остается только слабая логарифмическая зависимость спектра от дебаевской массы, идущая от фактора C_3 . Для $x \ll 1$ системы $gq\bar{q}$ и ggg выглядят как синглетный gg диполь. Поэтому для процессов $q \rightarrow gq$ и $g \rightarrow gg$ величины C_3 совпадают при $x \approx 0$ и равны $C_2(\rho)C_A/C_F$. Используя явную формулу для двухглюонного сечения (3.10), из (3.32) получаем при $x \ll 1$

$$\frac{dP_g}{dx dL} \approx \frac{\alpha_S^2 C_F}{x} \sqrt{\frac{n C_A C_c \log(1/m_D \rho_{eff})}{\pi \omega}}, \quad (3.36)$$

где C_c есть усредненный цветной оператор Казимира для цветных центров. Для процесса $g \rightarrow gg$ в (3.36) C_F переходит в C_A . Формула (3.36) отличается от формулы (2.38) в [76] на фактор $\sqrt{2}/3$. Это расхождение связано с сделанными в [76] (и в [75]) ошибками принципиального характера. Одна из них, на которую было указано в нашей работе [9], это неправильная трактовка абсорбции (диаграммы двухглюонного обмена) для системы gq . Авторы пренебрегали внутренней структурой gq пары и считали, что она поглощается как точечный триплет по цвету, то есть эквивалентна кварку. Это обосновывалось тем, что в режиме сильного подавления ЛПМ размер gq пары $\ll 1/m_D$. В действительности, как показывает наша трактовка, размер gq пары важен для правильного описания компенсации потоков в реальных и виртуальных процессах. Действительно, при $x \ll 1$ в системе $gq\bar{q}$ глюон отстоит далеко от $q\bar{q}$ пары, которая действует почти как точечный октет по цвету. Поэтому именно ненулевой размер системы gq фиксирует размер системы глюон+октетная $q\bar{q}$ пара, которая эквивалентна синглетной по цвету системе gg . Поэтому в приближении точечной gq пары абсорбционный вклад в [76] оказался вычислен неправильно. В дополнение к этому в [76] был потерян набор диаграмм для реальных процессов (одноглюонные обмены). Это было понято в последующей работе [78], где все эти ошибки были исправлены.

В осцилляторном приближении, пренебрегая партонными массами, можно просто получить и индуцированный спектр глюонов для случая быстрого партона рожденного в среде. Используя осцилляторную функцию Грина (2.39), из уравнения (3.25) можно получить в этом случае

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx} &= -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^L dz \int_0^z d\xi \frac{\Omega^2}{\cos^2 \Omega \xi} \\ &= \frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi} \ln |\cos \Omega L|. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Этот спектр был впервые получен в работе [76] (правда, с неверной нормировкой из-за ряда ошибок, о которых мы говорили выше, и которые были исправлены позднее в работе [78]). Мы приведем вывод формулы (3.37) в нашем формализме в главе 5.

Точность формулы осцилляторного приближения для спектра глюонов в бесконечной среде (3.29) является не такой хорошей как для излучения фотонов. Это связано с тем, что для случая КХД обратная квазичастичная масса глюона и дебаевский радиус одного порядка. Поэтому точность осцилляторного приближения становится хорошей только в режиме очень сильного подавления ЛПМ, когда типичные $\rho \ll 1/m_D$. Для КЭД ситуация существенно лучше, так как даже для слабого подавления ЛПМ потенциал очень близок к осцилляторному в силу того, что характерные значения аргумента в дипольном сечении ($\lesssim 1/m_e$) существенно меньше радиуса атома ($\sim Z^{-1/3}/m_e \alpha$). Поэтому кулоновский логарифм велик и слабо зависит от ρ . Следует сказать, что ситуация с точностью осцилляторного приближения для партонов рожденных в среде конечного размера существенно отличается от случая партонов проходящих через бесконечную среду. Ниже мы покажем, что для партона рождающегося в среде осцилляторное приближение имеет существенные дефекты, так как даже для режима когда существенные значения ρ в дипольном сечении малы по сравнению с дебаевским радиусом слабая логарифмическая зависимость коэффициента C от ρ драматически меняет спектр.

3.3 Метод для аккуратного расчета спектра глюонов вне рамок осцилляторного приближения

Представление спектра глюонов (3.24), (3.25) через запаздывающую функцию Грина уравнения Шредингера с гамильтонианом (3.22) не подходит для проведения численных расчетов вне рамок осцилляторного приближения ввиду ее сингулярного поведения при $z_1 = z_2$. Представление вида (2.53), использованное выше для расчета эффекта ЛПМ в КЭД для частиц падающих на мишень из бесконечности, не работает для частиц рождающихся в среде так как ограничение для нижнего предела интегрирования по координате z точки расщепления партонов $a \rightarrow bc$ не позволяет выделить одну из волновых функций в формуле (2.56). В данном разделе мы обсудим другой метод удобный для численного вычисления спектра глюонов для партонов рождающихся в среде. Этот метод основан на представлении спектра графически

соответствующему диаграмме Рис. 1.7. Аналитически исходная форма имеет вид

$$\frac{dP}{dx} = \int_0^L dz n(z) \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx}, \quad (3.38)$$

где $d\sigma_{eff}^{BH}/dx$ есть, уже встречавшееся нам в главе 1, эффективное сечение Бете-Гайтлера определяемое формулой

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\text{Re} \int_0^z dz_1 \int_z^\infty dz_2 \int d\rho g(x) \mathcal{K}_v(z_2, \rho_2 | z, \rho) \\ \times \sigma_3(\rho) \mathcal{K}(z, \rho | z_1, \rho_1) \Big|_{\rho_1 = \rho_2 = 0}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Формула (3.39) может быть интерпретирована как образование точечной системы $gq\bar{q}$ в точке z_1 , затем эта система распространяется в среде от z_1 до z , расширяясь до размера ρ , в точке z эта система взаимодействует с рассеивающим центром, и затем, распространяясь от z до z_2 (уже без взаимодействия со средой), опять собирается в точечную систему $gq\bar{q}$. Таким образом, точка z соответствует последнему взаимодействию системы $gq\bar{q}$ со средой при эволюции с возрастанием z . С точки зрения решения уравнения Шредингера для эволюции системы $gq\bar{q}$ по z описанная выше картина для представления (3.39) не облегчает численные расчеты, так как надо начинать эволюцию по z с сингулярной точечной конфигурации. Наша идея получения удобного для численных расчетов представления состоит в замене эволюции с увеличением z на эволюцию системы $gq\bar{q}$ в обратном направлении, от z_2 к z_1 . В этом случае эволюция от z_2 до z описывается свободным гамильтонианом. Поэтому численное решение на этом участке не требуется, так как имеется точная аналитическая формула для свободной функции Грина. При этом важно, что и интеграл по z_2 берется аналитически (как мы говорили в главе 1, такой интеграл может быть выражен через волновую функцию на световом конусе). Для учета действия вершинного фактора мы запишем дифференциальный оператор $\frac{\partial}{\partial \rho_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_2}$ в этом факторе в следующем виде (мы просто возвращаемся к нашей исходной форме вершин с определенными спиральностями)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_2} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial y_1} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_2} + i \frac{\partial}{\partial y_2} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + i \frac{\partial}{\partial y_1} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_2} - i \frac{\partial}{\partial y_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Это представление позволяет выделить собственные состояния системы $gq\bar{q}$ по орбитальному моменту. Для перехода $q \rightarrow gq$ без переворота спина кварка возможны

азимутальные квантовые числа $m = \pm 1$. Важно, что m не меняется в процессе эволюции по z . Интеграл по dz_2 с учетом дифференцирования по $\boldsymbol{\rho}_2$ вычисляется по формуле

$$\left. \left(\frac{\partial}{\partial x_2} \pm i \frac{\partial}{\partial y_2} \right) \int_z^\infty dz_2 \mathcal{K}_v(z_2, \boldsymbol{\rho}_2 | z, \boldsymbol{\rho}) \right|_{\boldsymbol{\rho}_2=0} = \pm \frac{M(x)}{i\pi} \exp(\pm i\phi) \epsilon K_1(\epsilon\rho). \quad (3.41)$$

С помощью формул (3.39), (3.41) мы получаем

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{2\pi M} \text{Im} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial y_1} \right) \int_0^z dz_1 \int d\boldsymbol{\rho} \mathcal{K}(z, \boldsymbol{\rho} | z_1, \boldsymbol{\rho}_1) \times \sigma_3(\rho) e^{i\phi} \epsilon K_1(\epsilon\rho) \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1=0}. \quad (3.42)$$

Функцию Грина $\mathcal{K}(z, \boldsymbol{\rho} | z_1, \boldsymbol{\rho}_1)$ можно записать как функцию Грина для эволюции по переменной $\xi = z - z_1$ в направлении увеличения ξ (и обратном по z_1) $\mathcal{K}(\xi, \boldsymbol{\rho}_1 | 0, \boldsymbol{\rho})$. При этом потенциал в гамильтониане должен быть представлен уже как функция ξ . Это позволяет записать (3.42) в форме

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{2\pi M} \text{Im} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial y_1} \right) \int_0^z d\xi \Phi(\xi, \boldsymbol{\rho}_1) \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1=0}, \quad (3.43)$$

где

$$\Phi(\xi, \boldsymbol{\rho}_1) = \int d\boldsymbol{\rho} \mathcal{K}(\xi, \boldsymbol{\rho}_1 | 0, \boldsymbol{\rho}) \sigma_3(\rho) e^{i\phi} \epsilon K_1(\epsilon\rho). \quad (3.44)$$

Функция Φ есть, очевидно, решение уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \Phi(\xi, \boldsymbol{\rho})}{\partial \xi} = \left[\frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M} - \frac{in(z - \xi) \sigma_3(\rho)}{2} \right] \Phi(\xi, \boldsymbol{\rho}) \quad (3.45)$$

с начальным условием

$$\Phi(\xi = 0, \boldsymbol{\rho}) = \sigma_3(\rho) e^{i\phi} \epsilon K_1(\epsilon\rho). \quad (3.46)$$

Представляя функцию Φ в виде

$$\Phi(\xi, \boldsymbol{\rho}) = e^{i\phi} F(\xi, \rho) / \sqrt{\rho}, \quad (3.47)$$

для новой функции F из (3.47) получаем чисто радиальное уравнение Шредингера (с $m^2 = 1$)

$$i \frac{\partial F(\xi, \rho)}{\partial \xi} = \left[-\frac{1}{2M(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \right)^2 - i \frac{n(z - \xi) \sigma_3(\rho)}{2} + \frac{4m^2 - 1}{8M(x)\rho^2} + \frac{1}{L_f} \right] F(\xi, \rho). \quad (3.48)$$

Граничное условие для $F(\xi, \rho)$ имеет вид

$$F(\xi = 0, \rho) = \sqrt{\rho} \sigma_3(\rho) \epsilon K_1(\epsilon \rho). \quad (3.49)$$

В терминах F эффективное сечение Бете-Гайтлера принимает вид

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi M(x)} \text{Im} \int_0^z d\xi \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{F(\xi, \rho)}{\sqrt{\rho}} \right) \Big|_{\rho=0}. \quad (3.50)$$

Формулы (3.38), (3.48), (3.50) удобны для численных расчетов, так как для вычисления эффективного сечения Бете-Гайтлера надо решать радиальное уравнение Шредингера с плавным граничным условием (3.49). Описанная схема может применяться для конечной среды, когда z ограничено размером среды L , так и для бесконечной среды, когда при вычислении эффективного сечения Бете-Гайтлера следует положить $z = \infty$.

Отметим, что предложенная нами выше схема, опубликованная 2004г. в [17], позднее в 2010г. была переоткрыта в работе [101].

3.4 Обобщение формул для включения бегущего заряда

Уравнение (3.48) записано для фиксированной константы связи КХД α_s . Включение бегущей α_s для t -канальных обменов, описывающих взаимодействие со средой, сводится просто к использованию бегущей α_s при вычислении дипольного сечения $\sigma_{q\bar{q}}$. Вопрос, однако, становится более сложным для заряда в распадной вершине $q \rightarrow gq$. Типичные виртуальности для партонов в системе gq связаны с ее типичным размером ρ_{eff} соотношением неопределенности $Q^2 \sim 1/\rho^2$. С другой стороны, шредингеровское диффузионное соотношение дает $\rho^2 \sim \xi/M$. Поэтому естественно записать виртуальность для распадного заряда как функцию ξ в виде $Q^2 = a\xi/M$. Эти соображения не позволяют, конечно, фиксировать значение константы a . Для того чтобы определить a мы провели сравнение спектра глюонов вычисленного в импульсном представлении для однократных перерасеяний (см. главу 4) с расчетом по формулам координатного представления (тоже ограничиваясь однократными перерасеяниями, что соответствует уравнению (3.48) с $n = 0$). Мы получили хорошее согласие двух методов для условий типичных для КПП для АА соударений на RHIC-ЛНС при $a \approx 1.85$. Таким образом, для бегущего заряда эффективное сечение следует

вычислять по формуле

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{P_{Gq}(x)}{\pi M} \text{Im} \int_0^z d\xi \alpha_s(Q^2(\xi)) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{F(\xi, \rho)}{\sqrt{\rho}} \right) \Big|_{\rho=0}, \quad (3.51)$$

где $Q^2(\xi) = 1.85M/\xi$.

При проведении численных расчетов с бегущей константой связи мы будем использовать при больших Q^2 для $\alpha_s(Q^2)$ однопетлевую формулу $\alpha_s(Q^2) = 4\pi/b \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)$ ($b = 11 - 2N_f/3$) с $\Lambda_{QCD} = 0.3$ ГэВ. Мы будем считать, что при уменьшении Q^2 α_s замораживается на некотором значении α_s^{fr} , что соответствует плато при $Q^2 < Q_{fr}^2 = \Lambda_{QCD}^2 \exp(4\pi/b\alpha_s^{fr})$. Таким образом, наша параметризация α_s дается формулой

$$\alpha_s(Q^2) = \begin{cases} \frac{4\pi}{b \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)} & Q^2 > Q_{fr}^2 \\ \alpha_s^{fr} & Q^2 \leq Q_{fr}^2 \end{cases}. \quad (3.52)$$

Такая параметризация использовалась в работе [154] при анализе данных по структурной функции протона $F_2(x, Q^2)$ при малых x в рамках дипольного подхода [150, 151] к уравнению эволюции БФКЛ [136–138]. Анализ [154] показывает, что данные по F_2 могут быть описаны при $\alpha_s^{fr} \sim 0.7 - 0.8$. Это хорошо согласуется с соотношением

$$\int_0^{2 \text{ GeV}} dk \frac{\alpha_s(k)}{\pi} \approx 0.36 \text{ GeV}, \quad (3.53)$$

полученным в работе [156] из анализа энергетических потерь тяжелых кварков при эволюции струй. В вакууме замораживание α_s при $Q \lesssim Q_{fr} \sim 1$ ГэВ может быть связано с непертурбативными флуктуациями глюонных полей в КХД [156, 157]. Это вполне естественно, так как конечный радиус корреляций глюонных полей в КХД вакууме $R_c \sim 0.27$ фм [149] должен приводить к подавлению пертурбативных длинноволновых глюонов, которые и приводят в вакууме к эволюции α_s . Однако надо иметь в виду, что результаты работ [154, 156] соответствуют испусканию глюонов в вакууме. В то время как для индуцированного излучения глюонов мы имеем дело с зарядом в горячей КГП, где термические партоны могут приводить к подавлению α_s [158]. Теоретические оценки термического подавления α_s имеют большие неопределенности (см. [159–161] и ссылки в этих работах). α_s , полученная в [160, 161] имеет полюс при $Q/\Lambda_{QCD} \sim 3$ для $T \sim 250$ МэВ. Таким образом, даже для термических партонов в КГП ситуация с зависимостью α_s от Q не вполне ясная. Следует также иметь в виду, что в случае индуцированного излучения нам нужно знать заряд для частиц, которые имеют энергии много больше энергий термических партонов. Поэтому α_s в этом случае может отличаться от α_s для взаимодействия термических партонов между собой. В настоящее время нет расчетов для $\alpha_s(Q^2)$ в КГП для партонов с энергией $E \gg T$, что необходимо для расчета энергетических потерь быстрых

партонов. Поэтому в наших расчетах мы будем рассматривать α_s^{fr} просто как свободный параметр.

3.5 Модификация гамильтониана при квантово-полевым описании КГП

Выше мы моделировали КГП системой статических экранированных цветных центров. В рамках пертурбативной КХД при конечных температурах калибровочно инвариантная схема описания КГП была развита в работах [95–98], известная как Hard Thermal Loop (HTL) техника. HTL схема строится в предположении малости константы связи $g \ll 1$. В этом случае удастся разделить физику на жестких масштабах $Q \sim T$ и на мягких масштабах $Q \sim gT \ll T$. В подходе HTL [95–98] эффекты на жестких масштабах $\sim T$ суммируются во всех порядках теории возмущений, что позволяет получить эффективные пропагаторы и вершинные функции для мягких мод на шкале импульсов $\sim gT$. При этом мягкие моды приобретают массы $\sim gT$, и возникает экранирование продольных глюонных полей с дебаевской массой $m_D = gT[(N_c + N_F/2)/3]^{1/2}$. Если предположить, что процесс расщепления быстрого партона (с энергией $E \gg T$) на два, типа $q \rightarrow gq$, в КГП доминируются мягкими модами глюонных полей, то в HTL схеме мы можем получить формулы для спектра аналогичные модели статических центров с простой заменой потенциала v в уравнении Шредингера. Действительно, в HTL схеме мы просто должны заменить все наши t -канальные двухглюонные диаграммы на усредненные корреляторы мягких глюонных полей

$$G(x - y) = u_\mu u_\nu D^{\mu\nu}(x - y), \quad (3.54)$$

где $u_\mu = (1, 0, 0, -1)$ и

$$D^{\mu\nu}(x - y) = \langle\langle A^\mu(x) A^\nu(y) \rangle\rangle, \quad (3.55)$$

Эти корреляторы возникают естественным образом при усреднение по полям мягких мод фазовых факторов для диаграмм типа Рис.1.1b, где каждый быстрый партон дает свой вильсоновский фактор типа $\exp[-ig \int dx_\mu A^\mu(x)]$ для траектории партона вдоль светового конуса $t = z$ (мы опускаем цветовые факторы), что и приводит к 4-векторам u_μ в (3.54), так как $dx_\mu = u_\mu dz$. С точки зрения цветовой алгебры мы имеем такую же ситуацию, как и для двухглюонных обменов в статической модели, так как коррелятор мягких глюонных полей также пропорционален $\delta^{\alpha\beta}$ (здесь α, β цветовые индексы в корреляторе глюонных полей). Поэтому все изменение наших

формул для спектра в статической модели сводится к замене

$$\frac{n\sigma_{q\bar{q}}(\boldsymbol{\rho})}{2} \Rightarrow P(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.56)$$

где

$$P(\boldsymbol{\rho}) = g^2 C_F \int_{-\infty}^{\infty} dz [G(z, 0_{\perp} z) - G(z, \boldsymbol{\rho}, z)]. \quad (3.57)$$

Здесь мы учли, что взаимодействие с кварком приводит к появлению оператора Казимира C_F . Аналог формулы для дипольного сечения через интеграл по поперечным моментам импульсам имеет вид

$$P(\boldsymbol{\rho}) = \int \frac{d\mathbf{q}_{\perp}}{(2\pi)^2} [1 - \exp(i\boldsymbol{\rho}\mathbf{q}_{\perp})] D(\mathbf{q}_{\perp}). \quad (3.58)$$

Здесь функция D выражается через коррелятор G в импульсном представлении

$$D(\mathbf{q}_{\perp}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 dq_z \delta(q_0 - q_z) G(q_0, \mathbf{q}_{\perp}, q_z), \quad (3.59)$$

Коррелятор $D^{\mu\nu}$ импульсном представлении выражается через запаздывающий глюонный пропагатор по формуле

$$D^{\mu\nu}(q) = -2[1 + n_B(q_0)] \text{Im} D_r^{\mu\nu}(q), \quad (3.60)$$

где $n_B = [\exp(q_0/T) - 1]^{-1}$ бозонный фактор. Функция $P(\boldsymbol{\rho})$ калибровочно инвариантна и мы можем использовать $D_r^{\mu\nu}$ в любой калибровке. Записывая $D_r^{\mu\nu}$ в кулоновской калибровке через глюонный поляризационный оператор, можно получить

$$D(\mathbf{q}_{\perp}) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 \frac{\exp(q_0/T)}{\exp(q_0/T) - 1} \left\{ \frac{\text{Im}\Pi_L(q_0, \mathbf{q})}{[\mathbf{q}^2 - \text{Re}\Pi_L(q_0, \mathbf{q})]^2 + (\text{Im}\Pi_L(q_0, \mathbf{q}))^2} + \frac{\mathbf{q}_{\perp}^2}{\mathbf{q}^2} \cdot \frac{\text{Im}\Pi_T(q_0, \mathbf{q})}{[\mathbf{q}_{\perp}^2 + \text{Re}\Pi_T(q_0, \mathbf{q})]^2 + (\text{Im}\Pi_T(q_0, \mathbf{q}))^2} \right\} \Big|_{q_z=q_0}. \quad (3.61)$$

Здесь $\Pi_{L,T}$ продольная и поперечная компоненты поляризационного глюонного тензора, которые в НТЛ схеме даются известными выражениями [95]

$$\Pi_L(q_0, \mathbf{q}) = m_D^2 \left[\frac{q_0}{2q} \ln \left(\frac{q_0 + q}{q_0 - q} \right) - 1 \right], \quad (3.62)$$

$$\Pi_T(q_0, \mathbf{q}) = \frac{m_D^2}{2} \left[\frac{q_0^2}{q^2} + \frac{(q^2 - q_0^2)q_0}{2q^3} \ln \left(\frac{q_0 + q}{q_0 - q} \right) - 1 \right]. \quad (3.63)$$

В работе [162] было аналитически выполнено вычисление интеграла по q_0 в (3.61), и получена очень простая элегантная формула для фактора $D(\mathbf{q}_\perp)$

$$D(\mathbf{q}_\perp) = g^2 C_F T C(\mathbf{q}_\perp), \quad (3.64)$$

где

$$C(\mathbf{q}_\perp) = \frac{m_D^2}{\mathbf{q}_\perp^2 (\mathbf{q}_\perp^2 + m_D^2)}. \quad (3.65)$$

Посмотрим какому эффективному дипольному сечению соответствует функция $P(\rho)$ путем сравнения с величиной $n\sigma_{q\bar{q}}(\rho)/2$ (здесь, как всегда, предполагается суммирование по типам конstituентов в КГП) в статической модели. Учтем, что в КГП $n_q = T^3 9 N_F \zeta(3)/\pi^2$ и $n_g = T^3 16 \zeta(3)/\pi^2$, а дипольное сечения для рассеяния на октетном цветовом центре больше сечения для триплета на фактор C_A/C_F . Тогда легко показать, что с переход к КГП описываемой в НТЛ схеме на языке статической схемы соответствует при вычислении потенциала v следующей замене квадрата глюонного пропагатора

$$\frac{1}{(q^2 + m_D^2)^2} \Rightarrow \frac{d}{q^2(q^2 + m_D^2)}, \quad (3.66)$$

где

$$d = \frac{\pi^2(1 + N_f/6)}{6\zeta(3)(1 + N_f/4)}. \quad (3.67)$$

Для $N_f = 2.5$, которое мы будем использовать, $d \approx 1.19$. Можно было бы ожидать, что при больших q^2 правая и левая часть в (3.66) должны совпадать, так как коллективные эффекты не должны быть важны в пределе $q^2 \rightarrow \infty$. Поэтому интенсивность перерассеяний быстрого партона с большими передачами импульса определяется только числом конstituентов в КГП, которое правильно воспроизводится в статической модели. Отличие d от единицы связано с тем, что сама схема НТЛ не предполагается справедливой при $q^2 \gg m_D^2$, а в области $q^2 \sim m_D^2$, где она должна работать, коллективные эффекты еще существенны. Поэтому нет ничего странного в отличии d от единицы. Так как в области сильного эффекта ЛПМ существенны $q^2 \gg m_D^2$ (где отличие $q^2(q^2 + m_D^2)$ от $(q^2 + m_D^2)^2$ уже мало), то можно сказать, что при сильном эффекте ЛПМ статическая модель становится даже реалистичнее.

Главная особенность схемы НТЛ при вычислении глюонного спектра это замена одного из факторов $(q^2 + m_D^2)$ на q^2 . Это приводит к тому, что, в отличии от дипольного сечения, которое становится плоским при $\rho \gtrsim 1/m_D$, функция $P(\rho)$ неограниченно (логарифмически) растет при больших ρ . Однако поведение $P(\rho)$ при $\rho \gtrsim 1/m_D$ практически неважно для спектра глюонов, который доминируется областью $\rho \lesssim 1/m_D$, а при очень сильном эффекте ЛПМ или для ситуации $L \ll L_f$ областью $\rho \ll 1/m_D$. Появление фактора $1/q^2$ и, вследствие этого, рост $P(\rho)$ при больших ρ связан с отсутствием экранирования статических магнитных полей в схеме НТЛ. Считается,

что магнитная дебаевская масса должна возникать как эффект порядка g^2T вследствие непертурбативных эффектов. Решеточные вычисления приводят к магнитной дебаевской массе, которая одного порядка с обычной дебаевской массой [163, 164]. Можно ожидать, что, с учетом конечной магнитной дебаевской массы, отличие реальной функции $P(\rho)$ от ее аналога в статической модели будет меньше, чем для схемы НТЛ. Поэтому в расчетах энергетических потерь нет особого смысла в использовании функции $P(\rho)$ для НТЛ схемы. По этой причине мы будем проводить численные расчеты основываясь на статической модели. Важным преимуществом статической модели является возможность введения бегущей константы связи, что, как будет видно ниже из численных расчетов, весьма важно для энергетической зависимости радиационных потерь энергии. В то время как в НТЛ схеме, функция $P(\rho)$ вычисляется для фиксированного заряда.

3.6 Связь с другими подходами

3.6.1 Связь с подходом BDMPS [75–78]

Обсудим сначала связь нашего подхода с подходом BDMPS развитым в работах [75–78]. Вычисления в работах выполнялись в рамках временно-упорядоченной теории возмущений КХД для модели среды в виде системы цветных центров. Авторы вводили понятие эффективного тока для рождения глюона на отдельном рассеивающем центре, который аккумулирует вклад всех фейнмановских диаграмм с рождением глюона. При этом между рассеянием на отдельных центрах распространение партонов описывалось эйкональными фазовыми факторами, зависящими от поперечных импульсов партонов, которые менялись только при рассеянии на центрах. В работах [75–78] партоны считались безмассовыми. Предполагалось также, что подавление ЛПМ является сильным и число перерассеяний велико $N \gg 1$. В работе [75] рассматривался случай индуцированного излучения в бесконечной среде. В [76] было дано обобщение подхода [75] на случай конечной среды для партона налетающего на мишень из бесконечности и для партона рожденного в среде. В работах [75–77] анализ проводился в приближении мягких глюонов $x \ll 1$. Результаты работ [75–77] расходятся с результатами нашего подхода, полученными в работах [3, 6]. Как указывалось выше причина расхождения связана с рядом ошибок принципиального характера, сделанных в [75, 76]. На часть из них (неправильная трактовка абсорбции для gq системы) было указано в нашей работе [9]. В работе [78] ошибки работ [75–77] были исправлены и в дополнение авторы провели вычисления вне рамок приближения мягких глюонов. Авторы показали, что их формулы согласуются с результатами нашего подхода (если в формулах наших работ взять предел нулевых масс партонов). Связь формул работы [78] с формулами наших работ [3, 6] достаточ-

но нетривиальна. При сравнении с результатами работы [78] следует иметь в виду, что при вычислении спектра в [78] авторы вычитали из исходного выражения его значение при нулевых эйкональных фазах. Этот вклад в [76, 78] назывался факторизационным. Рассмотрим случай партон налетающего на мишень из бесконечности. В наших обозначениях спектр полученный в [78] имеет вид

$$\frac{dP_{BDMS}}{dx} = \frac{dP^{abs}}{dx} \Big|_{M=Ex(1-x)} - \frac{dP^{abs}}{dx} \Big|_{M=\infty}, \quad (3.68)$$

где dP^{abs}/dx определяется формулой типа (1.56) для КХД. В нашем подходе, для представления спектра в виде суммы вклада Бете-Гайтлера (число перерасеяний $N = 1$) и абсорбционного вклада (любое число перерасеяний $N > 1$) (1.54), спектр имеет вид

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dP^{BH}}{dx} + \frac{dP^{abs}}{dx}. \quad (3.69)$$

Этот спектр тождественно можно переписать в форме

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dP^{abs}}{dx} + \frac{dP_{fr}}{dx} - \left(\frac{dP_{fr}}{dx} - \frac{dP^{BH}}{dx} \right). \quad (3.70)$$

Здесь dP_{fr}/dx спектр в приближении замороженных поперечных расстояний, определяемый формулой типа (1.63) для КХД. Как отмечалось после формулы (1.62), замороженность поперечных расстояний соответствует эйкональному приближению для функции Грина (1.62), что эквивалентно взятию предела $M \rightarrow \infty$. В этом приближении в уравнение Шредингера член с лапласианом отсутствует. Поэтому эйкональные фазовые факторы зануляются. Поэтому второй член в правой части (3.70) dP_{fr}/dx есть просто факторизационный член в терминах работы [78]. Учитывая, что имеет место равенство

$$\frac{dP_{fr}}{dx} - \frac{dP^{BH}}{dx} = \frac{dP^{abs}}{dx} \Big|_{M=\infty} \quad (3.71)$$

мы получаем

$$\frac{dP}{dx} - \frac{dP_{fr}}{dx} = \frac{dP^{abs}}{dx} \Big|_{M=Ex(1-x)} - \frac{dP^{abs}}{dx} \Big|_{M=\infty}. \quad (3.72)$$

Так как dP_{fr}/dx равно вычитавшемуся из спектра факторизационному вкладу в работе [78], то правая часть выражения (3.72) точно совпадает с результатом работы [78]. Так как расчеты работы [78] выполнены для безмассовых партон, то они справедливы только в режиме сильного подавления ЛПМ, когда длина когерентности и характерные поперечные размеры трехпартонной системы определяются только многократными перерасеяниями. В режиме сильного подавления ЛПМ dP_{fr}/dx , равный факторизационному члену в [78], становится мал и поэтому наш спектр в этом пределе становится равен спектру работы [78]. Детальный анализ эк-

вивалентности результатов подхода [78] и нашего подхода для случая партона рожденного в среде был дан в [78].

Отметим, что предсказания для спектра в [76] были даны в осцилляторном приближении. Авторы записывали частоту осцилляторного потенциала через так называемый транспортный коэффициент \hat{q} . В [76] \hat{q} определялся как параметр среды, который характеризует L -зависимость среднего квадрата поперечного импульса приобретаемого быстрым глюоном после прохождения слоя среды толщины L

$$\langle \mathbf{p}^2(L) \rangle = \hat{q}L. \quad (3.73)$$

Легко установить связь \hat{q} с параметром C_2 в параметризации дипольного сечения $\sigma_{q\bar{q}}(\rho) = C_2\rho^2$. Как и в КЭД, для КХД имеет место формула (2.51), с соответствующей заменой дипольного сечения. Поэтому мы имеем связь

$$\hat{q} = 2nC_2C_A/C_F. \quad (3.74)$$

При получении (3.74) мы учли, что $\sigma_{gg}(\rho)/\sigma_{q\bar{q}}(\rho) = C_A/C_F$.

3.6.2 Связь с подходом АМУ [92, 93, 99]

Обсудим теперь связь нашего подхода с подходом развитым в работах Arnold, Moore, Yaffe (АМУ) [92, 93, 99]. Подход АМУ был развит в рамках теоретико-полевого подхода к пертурбативной КХД при конечных температурах. Первоначально в [92] рассматривался только процесс излучения фотонов за счет коллинеарных процессов $q \rightarrow \gamma q$ для термических кварков и его кроссинг аналога $q\bar{q} \rightarrow \gamma$ при рассеянии кварков на термических конституентах КГП. Эти процессы формально являются поправками следующего порядка по α_s к известным процессам рождения фотонов в реакциях типа Комптона $g+q \rightarrow q+\gamma$ и аннигиляции кварков $q+\bar{q} \rightarrow g$, которые являются эффектами лидирующего порядка по α_s . Однако для коллинеарных процессов имеется усиление от интегрирования по поперечным моментам, которое приводит к известному большому кулоновскому логарифму, который компенсирует дополнительную малость от лишней α_s . Это делает их такими же важными, как и процессы лидирующего порядка по α_s [92, 165, 166]. В работе [91] было обращено внимание на важность учета эффекта ЛПМ при вычислении вероятности рождения фотонов в коллинеарных процессах, однако последовательная теория не была развита. Ранее на важность учета эффекта ЛПМ при излучении термических фотонов указывалось также в работах [89, 90]. Целью работ [92, 93] был последовательный учет эффекта ЛПМ для коллинеарного рождения фотонов в КГП. В этих работах использовался теоретико-полевой формализм при конечной температуре реального времени в технике Келдыша [94]. В работе [99] результаты для фотонов из [92, 93] были получены

более физическим методом, используя квазиклассические функции отдельного кварка при его многократном рассеянии на остальных термических кварках и глюонах. Также в [99] в этой физической квазиклассической схеме было дано обобщение для процесса излучения глюонов быстрыми партонами в КПП. В работах [92,93,99] спектр фотонов (и глюонов в [99]) выражался через решение интегрального уравнения типа Бете-Солпитера в импульсном представлении для эффективной волновой функции трехчастичной системы в среде. В нашем формализме это интегральное уравнение из [92, 93, 99] соответствует уравнению Бете-Солпитера показанному диаграммно на Рис. 1.8 для эффективной волновой функции, но записанному в координатном представлении при использовании для потенциала функции $P(\rho)$ (3.58), вычисленной в подходе НТЛ, что соответствует замене пропагаторов по формуле (3.66) [21]. Важным преимуществом нашей формулировки, по сравнению с методом АМУ [92,93,99], который сформулирован и импульсном пространстве для бесконечной однородной среды, является его применимость и для неоднородной среды конечного размера. Соотношение между подходом LCPI [3] и подходом АМУ [92,93,99] было установлено также в работе [101].

3.6.3 Связь с подходом GLV [87, 167]

Gyulassy, Levai, Vitev (GLV) в работах [87, 167] в модели КПП как системы статических цветных центров развили схему для вычисления индуцированного излучения мягких ($x \ll 1$) глюонов в среде малой толщины, когда число перерассеяний мало. Они провели расчеты в этой модели для $N \leq 3$ [88]. С точки зрения нашего формализма вклад для заданного числа перерассеяний N просто соответствует разложению функции Грина \mathcal{K} в уравнении (3.25) в ряд по степеням потенциала v и удерживанию членов данного порядка N . Формализм GLV [87] широко использовался для анализа охлаждения струй в соударениях ядер. При этом, однако, обычно авторы ограничивались учетом только однократных перерассеяний $N = 1$ [117, 168–174], так как расчеты с большим числом перерассеяний (до $N = 3$ [175]) сильно увеличивают время численных расчетов.

3.6.4 Связь с подходом высших твистов [176, 177]

В литературе для анализ охлаждения струй в КПП также широко использовался так называемый подход высших твистов, развитый в работах [176, 177], который основан на коллинеарном разложении амплитуд по поперечным импульсам. Этот подход соответствует учету $N = 1$ рассеяния. Поэтому можно было бы ожидать, что результаты подхода высших твистов должны совпадать с вкладом $N = 1$ в подходе GLV [87]. Это однако не так. В работе [23] было показано, что коллинеарное разложение в [176, 177] выполнено неверно и формулы работ [176, 177] полностью

ошибочны. В работе [23] было показано, что при правильно выполненном коллинеарном разложении спектр глюонов в подходе [176,177] не только не должен совпадать с результатами подхода GLV [87], но вообще должен быть нулевым. Мы рассмотрим этот вопрос подробнее ниже в главе 5, где будет выполнен детальный анализа вклада $N = 1$ перерасеяния в спектр глюонов.

Глава 4

Индуцированное излучение в импульсном представлении для однократного рассеяния в среде

4.1 Мотивация

В этой главе мы рассмотрим индуцированный процесс $q \rightarrow gq$ для кварка рожденного в среде конечного размера в приближении однократного рассеяния. Есть две причины для этих расчетов. Первая причина связана с вопросом о точности приближения малых углов, которое использовалось в нашем формализме LCPI в координатном представлении. При выводе формул для x -спектра мы игнорировали кинематические ограничения на поперечные импульсы конечных частиц и предполагали, что интегрирование по ним может быть распространено до бесконечности. В этом случае матрица плотности координатном представлении для конечной частицы с проинтегрированным поперечным импульсом имеет вид δ -функции. Это позволяло использовать тождества (1.13), (1.14) для функций Грина для преобразования в нашей диаграммной технике исходной диаграммы вида Рис. 1.1a в диаграммы вида Рис. 1.1b и Рис. 1.2. Вычисление спектра в импульсном представлении может позволить напрямую численно оценить ошибки связанные с игнорированием кинематических ограничений. Это важно, так как группа GLV [88] утверждала, что учет кинематических пределов существенно подавляет потерю энергии, ΔE . Даже для $E \sim 1000m_D$ для лидирующего вклада в ΔE от $N = 1$ перерассеяния, для однородной плазмы с $L \approx 5$ фм, авторы обнаружили кинематическое подавление на фактор ~ 0.5 , а для $E \sim 10m_D$ они получили фактор подавления ~ 0.16 . Фактически это означает, что вычисление индуцированного излучения глюонов в малоугловом приближении для модели статических центров просто невозможно ни в координатном, ни в импульсном представлении. Это очевидно, так как корректный анализ потребовал бы вычислений

с аккуратной трактовкой эффектов отдачи для конstituентов среды. Поэтому метод обрезаний руками импульсных интегралов, на основе которого в [88] был сделан вывод о большой величине кинематического подавления индуцированного спектра, очевидно, не может быть использован для получения предсказаний о величине энергетических потерь для режима где кинематические эффекты важны. Максимум, что он может дать это указание, что теория становится просто неприменима. Поэтому вопрос о величине кинематических эффектов становится исключительно важен, и становится вопросом о статусе LCPI подхода. Вторая мотивация проведения расчетов в импульсном приближении чисто практическая. Она связана с необходимостью расчетов энергетических потерь с бегущей α_s , так как для режима сильного эффекта ЛПМ и сильных эффектов конечного размера при $L_f \lesssim L$ типичные поперечные расстояния для диаграмм на Рис. 1.7 становятся малы. Это, очевидно, означает большие поперечные импульсы в импульсном представлении. В координатном представлении для виртуальности Q в вершинах испускания глюонов для самой правой диаграммы на Рис. 1.7 можно получить оценку $Q^2 \sim aM/L_f^{eff}$, где $a \sim 1$. Для получения аккуратной оценки коэффициента a можно использовать расчет спектра в импульсном представлении для $N = 1$, где введение бегущего заряда не представляет труда, и его сравнение с аналогичным расчетом в представлении прицельных параметров.

4.2 Вывод спектра глюонов для $N = 1$

Мы рассматриваем быстрый кварк с энергией E , рожденный при $z = 0$ (ось z как всегда направлена по импульсу начального кварка) и проходящий через мишень толщины L . В конечном состоянии имеется глюон и кварк с энергиями xE и $(1-x)E$. Предполагается, что энергии всех частиц много больше чем массы квазичастиц. Спектр глюонов при учете вклада перерассеяний кратности $N = 1$ может быть записан в виде

$$\frac{dP}{dx} = \int_0^L dz n(z) \frac{d\sigma^{BH}(z)}{dx}, \quad (4.1)$$

где $\frac{d\sigma^{BH}(z)}{dx}$ эффективное сечение Бете-Гайтлера для центра расположенного при продольной координате z , которое учитывает эффекты конечного размера среды (и поэтому зависящее от z). Это сечение можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{BH}(z)}{dx} = & J_{bb} + J_{cc} + J_{dd} + 2J_{bc} + 2J_{cd} + 2J_{db} \\ & + 2J_{ae} + 2J_{af} + 2J_{ag} + 2J_{ah} \end{aligned} \quad (4.2)$$

с $J_{\alpha\beta}$ определенными как

$$J_{\alpha\beta} = \frac{E}{(2\pi)^5} \text{Re} \int d\mathbf{q}d\mathbf{p} T_\alpha(\mathbf{q},\mathbf{p}) T_\beta^*(\mathbf{q},\mathbf{p}), \quad (4.3)$$

где амплитуды T_α диаграммно показаны на Рис. 4.1, \mathbf{q} и \mathbf{p} обозначают поперечные импульсы t -канальных и излученных глюонов, соответственно. Как и в формулиров-

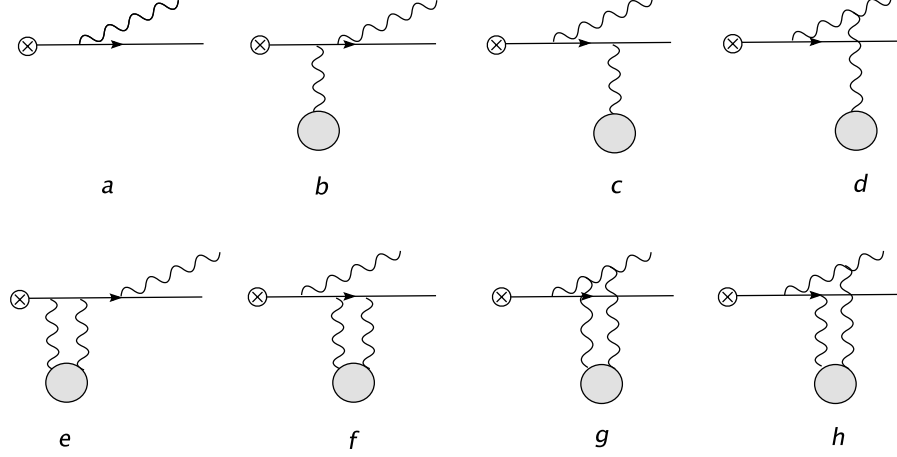


Рисунок 4.1: Набор диаграмм для вклада однократного рассеяния для амплитуды процесса $q \rightarrow gq$.

ке в координатном представлении, интерференция между диаграммами двухглюонного обмена (e), (f), (g), (h) и диаграммой без обмена глюонами (a) важна для обеспечения унитарности.

Диаграммы показанные на Рис. 4.1 могут быть вычислены с помощью обычной формулы теории возмущений (аналогичной формуле (1.4)), выражающей амплитуду через волновые функции

$$T = \int_0^\infty dz' \int d\rho g \bar{\psi}_f(\boldsymbol{\rho}, z') \gamma^\mu A_\mu^*(\boldsymbol{\rho}, z') \psi_i(\boldsymbol{\rho}, z'), \quad (4.4)$$

где $\psi_{i,f}(\boldsymbol{\rho}, z')$ есть волновые функции начального и конечного кварков, $A_\mu(\boldsymbol{\rho}, z')$ волновая функция излученного глюона (для краткости мы опускаем цветовые факторы). В (4.4) мы не указываем явным образом позицию рассеивающего центра. Как и раньше, кварковые волновые функции в спиральном базисе системы бесконечного импульса [128] могут быть записаны в виде

$$\psi_j(\boldsymbol{\rho}, z') = \exp(iE_j z') \hat{U}_j \phi_j(\boldsymbol{\rho}, z'), \quad (4.5)$$

где оператор \hat{U}_j имеет вид

$$\hat{U}_j = \left(1 + \frac{\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m_q}{2E_j} \right) \chi_j. \quad (4.6)$$

Здесь χ_j кварковый 4-спинор нормированный на единицу $\chi_j^\dagger \chi_j = 1$, $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$, $\beta = \gamma^0$, and $\mathbf{p} = -i\nabla_\perp$. Волновая функция $\phi_j(\boldsymbol{\rho}, z')$ подчиняется двумерному уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \phi_j(\boldsymbol{\rho}, z')}{\partial z'} = \left[\frac{(\mathbf{p}^2 + m_q^2)}{2E_j} + v(\boldsymbol{\rho}, z') \right] \phi_j(\boldsymbol{\rho}, z'), \quad (4.7)$$

где

$$v(\boldsymbol{\rho}, z') = \delta(z' - z) \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}) v(\mathbf{q}), \quad v(\mathbf{q}) = \frac{4\pi\alpha_s(q)}{\mathbf{q}^2 + m_D^2} \quad (4.8)$$

есть потенциал генерируемый глюонным обменом между быстрым партоном и рассеивающим центром. Мы трактуем потенциал как точечный по продольной координате z . Глюонная волновая функция также записывается через поперечную волновую функцию.

Для потенциала в виде δ -функции по z , амплитуды в формуле (4.3) могут быть легко получены из (4.4), трактуя в уравнении Шредингера(4.7) потенциал v как возмущение и удерживая только члены первого порядка. Для диаграмм с глюонным обменом волновые функции ϕ_j в областях $0 < z' < z$ и $z' > z$ являются просто плоскими волнами (с различными поперечными импульсами в этих двух областях переменной z')

$$\phi_j(\boldsymbol{\rho}, z') \propto \exp \left\{ i \left[\mathbf{p}_j \boldsymbol{\rho} - z' \frac{(\mathbf{p}_j^2 + m_j^2)}{2E_j} \right] \right\}. \quad (4.9)$$

В нашем приближении рассеивающий центр мгновенно меняет поперечный импульс партонов при $z' = z$. соответствующая амплитуда передачи импульса $\propto v(\mathbf{q})$ для одноглюонного обмена и $\propto \int d\mathbf{p} v(\mathbf{p}) v(\mathbf{q} - \mathbf{p})$ для обмена двумя глюонами. Так как диаграммы с двухглюонами обменами на Рис. 4.1 в сечении интерферируют с диаграммой Рис. 4.1a без t -канальных обменов, то фактически диаграммы второго порядка по v входят при нулевом полном поперечным импульсом для двух t -канальных глюонов. Отметим, что $\boldsymbol{\rho}$ -интегрирование в (4.4) гарантирует сохранение поперечного момента.

Для учета кинематических ограничений мы введем в амплитуды обрезаящие факторы. Для каждого t -канального глюона мы модифицируем пропагатор, вводя обрезаящий фактор $\theta(q_{max} - q)$. Здесь q_{max} верхний предел передачи импульса для партона, с которым взаимодействует t -канальный глюон. Мы также модифицируем вершину qqg для перехода начального кварка в пару глюон-кварк, вводя обрезаящий фактор $\theta(k_{max} - k)$, где k это поперечный импульс глюона в системе координат центра масс системы gq , а $k_{max} = E \min(x, 1 - x)$. Эти обрезаящие факторы гарантируют, что углы рассеяния малы и передачи импульса не превышают кинематических пределов.

Используя уравнения (4.2)–(4.9), после простых, но достаточно длинных вычислений эффективное сечение Бете-Гайтлера можно представить в виде

$$\frac{d\sigma^{BH}(z)}{dx} = \frac{d\sigma_1^{BH}(z)}{dx} + \frac{d\sigma_2^{BH}(z)}{dx}, \quad (4.10)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_1^{BH}(z)}{dx} = & \frac{2C_c}{\pi^2 x} \left(1 - x + \frac{x^2}{2}\right) \cdot \int d\mathbf{q} d\mathbf{k} \frac{\alpha_s^2(q)}{(\mathbf{q}^2 + m_D^2)^2} [\theta(q_3 - q)H(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \\ & + \theta(q_1 - q)H(\mathbf{k}, \mathbf{q}(1 - x)) - \frac{1}{N_c^2} \theta(q_2 - q)H(\mathbf{k}, \mathbf{q}x)] \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{z}{l(\mathbf{k}, x)}\right)\right], \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$H(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \left[\frac{\mathbf{k}^2 \Theta^2(\mathbf{k})}{(\mathbf{k}^2 + \epsilon^2)^2} - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{q})\mathbf{k}\Theta(\mathbf{k})\Theta(\mathbf{k} - \mathbf{q})}{(\mathbf{k}^2 + \epsilon^2)((\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + \epsilon^2)} \right], \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_2^{BH}(x, z)}{dx} = & \frac{2C_c}{C_A \pi^2 x} \left(1 - x + \frac{x^2}{2}\right) \cdot \int d\mathbf{q} \frac{\alpha_s^2(q)}{(\mathbf{q}^2 + m_D^2)^2} [C_F(\theta(q_0 - q) - \theta(q_2 - q)) \\ & + C_A(\theta(q_2 - q) - \theta(q_3 - q))] \cdot \int d\mathbf{k} \frac{\mathbf{k}^2 \Theta^2(\mathbf{k})}{(\mathbf{k}^2 + \epsilon^2)^2} \left[1 - \cos\left(\frac{z}{l(\mathbf{k}, x)}\right)\right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Здесь мы использовали сокращения:

$$l(\mathbf{k}, x) = \frac{2Ex(1 - x)}{\mathbf{k}^2 + \epsilon^2}, \quad (4.14)$$

$$q_0 = q_{max}(E), \quad q_1 = q_{max}(Ex), \quad q_2 = q_{max}(E(1 - x)), \quad q_3 = \min(q_1, q_2), \quad (4.15)$$

$\Theta(\mathbf{k}) = \sqrt{\alpha_s(k)}\theta(k_{max} - k)$, как и раньше $\epsilon^2 = m_q^2 x^2 + m_g^2(1 - x)$, Уравнение (4.15) соответствует описанному выше способу обрезания по переданному импульсу со своим собственным максимальным импульсом для каждого партона. Отметим, что в приближении $x \ll 1$, использованном в [88], наши формулы не сводятся к формулам работы [88]. Если для всех партонов брать одинаковый импульс q_{max} , как для начального кварка, как делалось в [88], то второй член в уравнении (4.10) исчезает. Однако этот член неизбежно должен появляться, так как фазовый объем для рассеяния начального и конечных частиц различен. Ниже мы приведем численные результаты как для нашего способа обрезания, так и для способа из работы [88], когда все обрезания одинаковые с $q_i = q_{max}(E)$.

Величина $l(\mathbf{k} = 0, x)$ в (4.14) есть обычная длина формирования глюона L_f определенная раньше. Индуцированный спектр глюонов существенно зависит от величины отношения L_f/L . Для глюонов с малой длиной формирования, когда $L_f \ll L$, эффекты конечного размера приводят к быстрой осцилляции косинусов в правых частях уравнений (4.12), (4.13). В этом режиме эти косинусы в среднем не дают вклада

в сечение и мы получаем сечение перехода $q \rightarrow gq$ близкое к обычному сечению Бете-Гайтлера. Напротив, для $L_f \gtrsim L$ косинусы в формулах (4.11), (4.13) близки к единице, что приводит к сильному подавлению спектра по сравнению со спектром Бете-Гайтлера. Как мы говорили в главе 1, физически это подавление связано с тем, что двухчастичная фоковская компонента начального партона еще не сформирована для $L \ll L_f$, и поперечный размер системы gq мал по сравнению с дебаевским радиусом ($\rho^2 \propto L/M$). В этом режиме t -канальные глюоны не могут отличить $|q\rangle$ и $|qg\rangle$ фоковские компоненты кварка, поэтому образование реального gq состояния из виртуального оказывается сильно подавленным.

В связи с режимом $L_f \ll L$ надо сделать одно замечание. Обычно сечение Бете-Гайтлера описывается диаграммами (b), (c), (d) на Рис. 4.1, которые включают только одноглюонный обмен. Однако наши формулы включают и интерференцию вакуумной диаграммы (a) и диаграмм с обменом двумя глюонами (e), (f), (g), (h). Этот факт имеет следующее объяснение. Для кварка налетающего на центр из бесконечности амплитуды (b), (c), (d) должны вычисляться с интегрированием по dz' в (4.4) от $-\infty$ (с обычным адиабатическим отключением константы взаимодействия при $|z'| \rightarrow \infty$). Для кварка же рожденного в жестком процессе при $z = 0$ область z' -интегрирования есть $(0, \infty)$. Это дает дополнительные краевые члены (соответствующие нижнему пределу $z' = 0$) в сечении, которые отсутствуют для нижнего предела равного $-\infty$. Однако аналогичные краевые члены возникают от интерференционных слагаемых с двухглюонными обменами. Эти члены точно сокращают краевые члены от графиков Рис. 4.1 (b), (c), (d). В результате наше эффективное сечение (4.10) для $z \rightarrow \infty$ совпадает с обычным сечением Бете-Гайтлера.

Отметим, что эффективное сечение Бете-Гайтлера для $z \rightarrow \infty$ (первый член в уравнении (4.10)) при вычислении без кинематических ограничений после преобразования Фурье может быть представлено в виде

$$\frac{d\sigma^{BH}(x,z)}{dx} = \text{Re} \int d\rho \Psi^*(\rho,x) \sigma_3(\rho,x) \Psi(\rho,x,z), \quad (4.16)$$

где $\Psi(\rho,x)$ волновая функция на световом конусе для перехода $q \rightarrow gq$ в вакууме, а $\Psi(\rho,x,z)$ волновая функция на световом конусе в точке z для кварка рожденного при $z = 0$, $\sigma_{gq\bar{q}}(\rho,x)$ трехчастичное сечение определяемое уравнением (3.17). Таким образом, мы воспроизводим наш старый результат (1.68), (3.38), полученный в координатном представлении. Но в (4.16) эффективная волновая функция не включает эффекты взаимодействия со средой, а только эффекты конечного размера (так как мы проводили вычисления для $N = 1$).

4.3 Численные результаты

Мы выполнили численные расчеты для фиксированного заряда $\alpha_s = 0.5$ и для бегущей константы (с $\Lambda_{QCD} = 0.3$ ГэВ) замороженной при малых Q^2 на $\alpha_s = 0.65$. Мы использовали z -зависимость плотности КГП $n(z) \propto 1/z$, предсказываемую моделью Бьеркена [178] для чисто продольного расширения КГП (см. подробнее в главе 7). Для начальной температуры мы брали $T_0 = 446$ МэВ при $\tau_0 = 0.147$ фм (это соответствует $T \approx 300$ МэВ для $\tau = 0.5$ фм.) Для размера КГП мы использовали $L = R_A \approx 6$ фм. Эти условия примерно соответствуют соударениям $Au + Au$ при энергиях RHIC $\sqrt{s} \sim 200$ ГэВ. Расчеты проводились для $m_q = 0.3$ и $m_g = 0.4$ ГэВ. Для дебаевской массы бралось значение $m_D = 0.57$ ГэВ, что соответствует $m_D = \sqrt{2}m_g$. Максимальная передача импульса вычислялась по формуле $q_{max}^2(E) \approx E\bar{E}_{th}$ с $\bar{E}_{th} = 750$ МэВ. Это даже меньше значения $q_{max}^2(E) \approx 3Em_D$, использованного в работе [87].

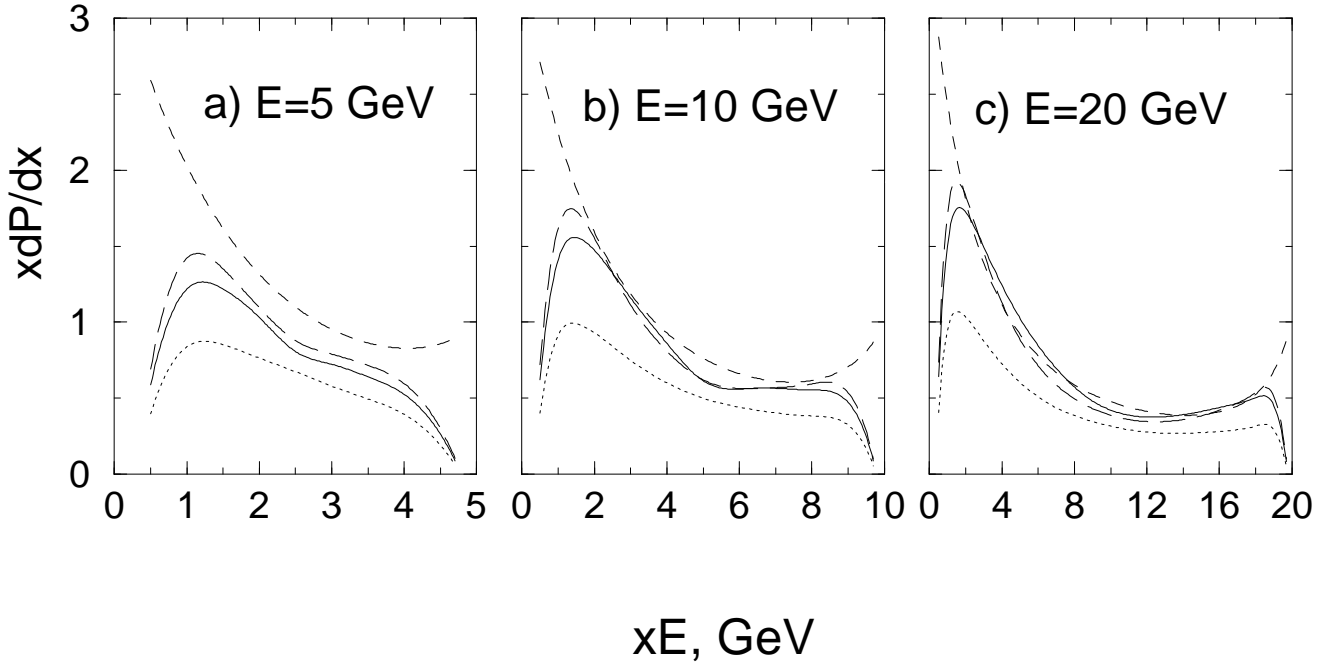


Рисунок 4.2: Спектр перехода $q \rightarrow gq$ как функция энергии глюона xE для фиксированного α_s . Сплошные кривые соответствуют q_i , определенным как в (4.15), длинный пунктир показывает результаты для обрезания по q одинаковое для начальных и конечных партонов с $q_i = q_{max}(E)$. Пунктирные кривые показывают результаты без кинематических обрезаний. Спектр без второго члена в формуле (4.10) для q_i , определенными как в (4.15), показан точечными кривыми.

На Рис. 4.2, 4.3 мы приводим индуцированный спектр глюонов для $E = 5, 10$ и 20 ГэВ, вычисленный с помощью уравнений (4.2), (4.10)–(4.15) с (сплошные линии) и без (пунктирные линии) кинематических обрезаний для фиксированной и бегущей α_s . Результаты с кинематическими обрезаниями были получены для q_i определяемыми в (4.15). Для этой версии мы также показываем спектр без второго члена в уравнении (4.10) (точечные линии). На Рис. 4.2, 4.3 мы также показали результаты

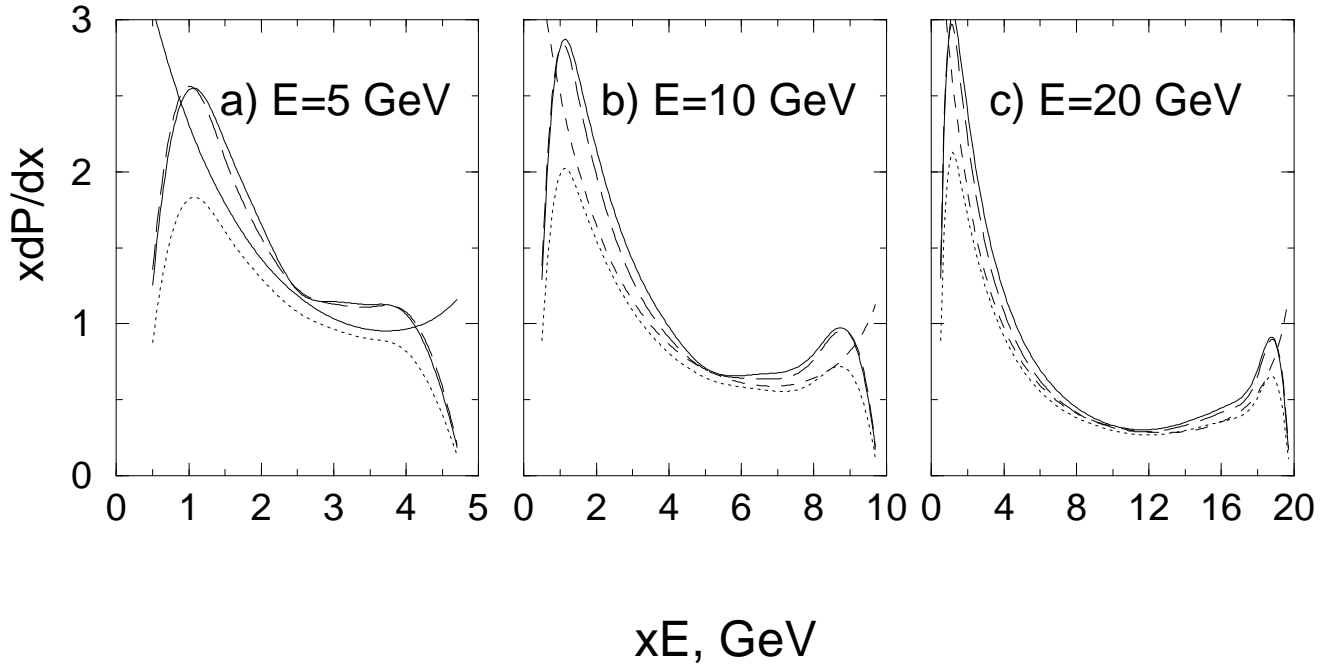


Рисунок 4.3: То же что на Рис. 4.2 для бегущего заряда α_s .

полученные с $q_i = q_{max}(E)$ (длинный пунктир). Из Рис. 4.2, 4.3 видно, что кинематические ограничения становятся особенно важны вблизи кинематических пределов по энергии глюона (на масштабе $\lesssim 1 \div 2$ ГэВ от границ). Эффект этих ограничений становится меньше для бегущей константы связи, что вполне естественно, так как уменьшение α_s подавляет вклад вблизи кинематических границ. По этой же причине относительный эффект второго члена в (4.10) меньше для бегущей константы связи.

С точки зрения явления охлаждения струй интересен интегральный эффект кинематических обрезаний на энергетические потери. На Рис. 4.4 мы приводим энергетическую зависимость кинематического K -фактора от учета обрезających факторов, определенного как

$$K(E) = \frac{\Delta E_{f.b.}}{\Delta E_{i.b.}}, \quad (4.17)$$

где $\Delta E_{f.b.}$ и $\Delta E_{i.b.}$ есть кварковая потеря энергии, вычисленная для конечных кинематических пределов (с q_i определенными (4.15)) и без кинематических обрезаний. Энергетические потери определены как

$$\Delta E = E \int_{x_{min}}^{x_{max}} dx x \frac{dP}{dx}, \quad (4.18)$$

где $x_{min} = m_g/E$, $x_{max} = 1 - m_q/E$. Рис. 4.4 показывает, что для фиксированной α_s кинематические пределы важны при $E \lesssim 20$ ГэВ, а для бегущей α_s кинематический эффект мал даже при $E \sim 5$ ГэВ. Можно также видеть, что различие между методом обрезания определяемым в (4.15) (толстые линии) и с $q_i = q_{max}(E)$ (тонкие линии) меньше чем $\sim 10\%$.

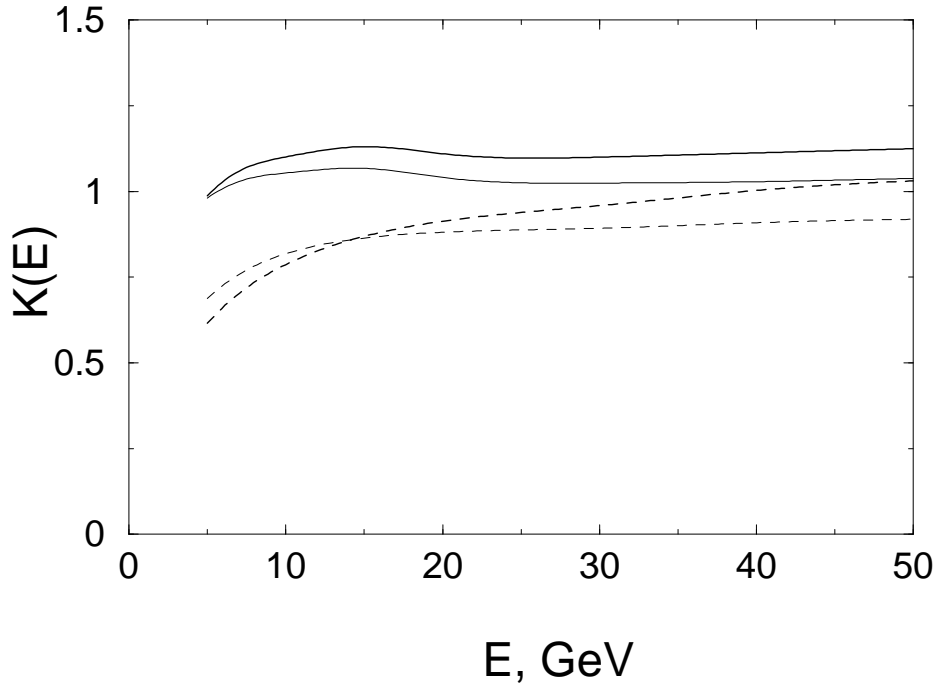


Рисунок 4.4: Зависимость от энергии кинематического K -фактора (4.17) для бегущей (сплошные кривые) и фиксированной (пунктирные кривые) α_s . Тонкие кривые показывают результаты для q -обрезания по формулам (4.15), а тонкие для $q_i = q_{max}(E)$.

Кинематический K -фактор на Рис. 4.4 получен для расширяющейся КГП с зависимостью $n(z) \propto 1/z$. Для сравнения с результатами анализа [87], мы также выполнили расчеты для однородной плотности (как в [87]). В этом случае кинематический эффект должен быть меньше, так как относительный вклад области малых z , где типичные поперечные импульсы велики (они $\propto 1/\sqrt{z}$), становится меньше. Для соответствия с [88] мы брали $q_{max}^2 = 3Em_D$ (тот же самый для начального и конечных партонов) и $k_{max}^2 = 4E^2 \min(x^2, x(1-x))$, использованных в [88], которые несколько меньше чем в наших кинематических обрезаниях. Эти расчеты показали малый кинематический эффект, скажем, $K \approx 0.9$ при $E = 5$ ГэВ и $K \approx 0.94$ при $E = 10$ ГэВ (мы использовали фиксированную константу связи, как это было в работе [88]). Полученный кинематический эффект гораздо меньше, чем подавление найденное в [88] ($\sim 1/6$ для $E = 5$ ГэВ).

Таким образом, наши результаты показывают, что для условий КГП в соударениях тяжелых ядер кинематический эффект достаточно мал. Для фиксированного заряда кинематические поправки к радиационным потерям должны быть малы при $E \gtrsim 20$ ГэВ, а для бегущего заряда они должны быть малы даже для $E \sim 5$ ГэВ. Следует сказать, что мы использовали достаточно малое время формирования КГП $\tau_0 \sim 0.15$ фм. Для более реалистической оценки $\tau_0 \sim 0.5$ фм кинематический эффект должен быть еще меньше (так как типичные поперечные импульсы уменьшаются для больших z). Поэтому можно ожидать, что для реалистической ситуации с бегущим

зарядом подход LCPI, сформулированный в координатном представлении без учета кинематических ограничений, должен быть хорошо применим при энергиях струй $E \gtrsim 5$ ГэВ. Следует сказать, что после появления нашей работы [18] в последующих работах группы GLV уже не упоминалось об очень большом кинематическом подавлении спектра глюонов, предсказанным этой группой в работе [88]. Хотя никакого объяснения изменения их точки зрения на этот вопрос не было дано.

Глава 5

Индуцированное излучение глюонов в конечной среде постоянной плотности

В этой главе мы рассмотрим свойства индуцированного излучения глюонов в среде конечного размера постоянной плотности. Мы будем обсуждать излучение глюона быстрым кварком с энергией E рожденным при $z = 0$ и проходящим слой вещества толщины L .

5.1 Радиационные потери энергии в осцилляторном приближении

Мы начнем обсуждение с предсказаний осцилляторного приближения. Как будет видно ниже, это приближение является разумным только в ограниченной области энергий излучаемого глюона. Для среды с толщиной L формулу для спектра (3.24) удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx} = 2\text{Re} \left\{ \int_0^L dz_1 \int_{z_1}^L dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \right. \\ \left. + \int_0^L dz_1 \int_L^\infty dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \right\} \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Здесь мы разделили интеграл по z_2 в (3.24) на две области $z_2 < L$ и $z_2 > L$. Как и для случая бесконечной среды (3.29), запишем спектр через сечение Бете-Гайтлера и коэффициент подавления (в данном случае он учитывает как эффект ЛПМ, так и эффект конечного размера)

$$\frac{dP}{dx} = Ln \frac{d\sigma^{BH}}{dx} S(\eta, l). \quad (5.2)$$

Фактор подавления $S(\eta, l)$ теперь зависит от двух безразмерных переменных

$$\eta = L_f |\Omega| = \frac{[4nC_3(x)E_q x(1-x)]^{1/2}}{\epsilon^2}, \quad (5.3)$$

$$l = L/L_f = \frac{L\epsilon^2}{2E_q x(1-x)}. \quad (5.4)$$

Фактор $S(\eta, l)$ можно представить как сумму двух членов, соответствующих двум интегралам в уравнении (5.1)

$$S(\eta, l) = S^{(1)}(\eta, l) + S^{(2)}(\eta, l), \quad (5.5)$$

$$S^{(1)}(\eta, l) = \frac{3}{l\eta^2} \operatorname{Re} \int_0^{l\eta} dy_1 \int_0^{y_1} dy_2 \exp\left(-\frac{iy_2}{\eta}\right) \left\{ \frac{1}{y_2^2} - \left[\frac{\phi}{\sin(\phi y_2)} \right]^2 \right\}, \quad (5.6)$$

$$S^{(2)}(\eta, l) = \frac{3}{l\eta^2} \operatorname{Re} \int_0^{l\eta} dy_1 \int_0^\infty dy_2 \exp\left[-\frac{i(y_1 + y_2)}{\eta}\right] \times \left\{ \frac{1}{(y_1 + y_2)^2} - \left[\frac{\phi}{\cos(\phi y_1) (\tan(\phi y_1) + \phi y_2)} \right]^2 \right\}, \quad (5.7)$$

где $\phi = \Omega/|\Omega| = \exp(-i\pi/4)$. Переменные интегрирования в (5.6), (5.7) в терминах переменных в (5.1) имеют вид $y_1 = (L - z_1)|\Omega|$, $y_2 = (z_2 - z_1)|\Omega|$ (в (5.6)) и $y_2 = (z_2 - L)|\Omega|$ (в (5.7)). При получении (5.7) мы записывали функцию Грина для второго интеграла в (5.1) с $z_1 < L$ и $z_2 > L$ как свертку

$$\mathcal{K}(\rho_2, z_2 | \rho_1, z_1) = \int d\rho \mathcal{K}_v(\rho_2, z_2 | \rho, L) \mathcal{K}_{osc}(\rho, L | \rho_1, z_1). \quad (5.8)$$

Эффект конечного размера вступает в игру при $L \lesssim L_f^{eff}$, то есть $l \lesssim l_0 = \min(1, 1/\eta)$. Режим $L \ll L_f^{eff}$ можно назвать диффузионным. В этом режиме размер системы gq , который определяется шредингеровским диффузионным соотношением $\rho^2 \sim \xi/M$ (здесь ξ расстояние до точки излучения глюона), оказывается много меньше чем типичный размер для системы gq для сечения Бете-Гайтлера в вакууме, и для эффективного сечения Бете-Гайтлера в бесконечной среде.

При $l \gg l_0$ фактор $S(\eta, l)$ сводится к фактору подавления ЛПМ для бесконечной среды $S(\eta, l = \infty) \approx 3/\eta\sqrt{2}$ при $\eta \gg 1$, и $S(\eta, l = \infty) \approx 1 - 16\eta^4/21$ при $\eta \ll 1$. В режиме $\eta \gg 1$ этот фактор подавления приводит к спектру, который не зависит от параметра ϵ . Однако зависимость от масс появляется, если вычислить $S(\eta)$ из (2.42)

в следующем порядке по η , что дает

$$S(\eta) \approx \frac{3}{\eta\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\pi}{\eta 2\sqrt{2}} \right). \quad (5.9)$$

Тогда для спектра получаем

$$\frac{dP}{dx} \approx \frac{\alpha_s P_{Gq}(x)L}{2\pi} \sqrt{\frac{2nC_3}{M}} \left[1 - \frac{\pi\epsilon^2}{4\sqrt{MnC_3}} \right]. \quad (5.10)$$

Видно, что массы партонов приводят к подавлению спектра. Однако, как будет видно ниже, с увеличением x массовая зависимость спектра становится обратной.

Эффект конечного размера играет важную роль в энергетической зависимости радиационных потерь энергии. В режиме $L_f^{eff} \gg L$ из (5.5)–(5.7) нетрудно получить, раскладывая по l ,

$$S(\eta, l) \approx l^2 \log(1/l). \quad (5.11)$$

Тогда из (5.2) получаем спектр

$$\frac{dP}{dx} \approx \frac{nL^3 C_3(x=0)\epsilon^2 \alpha_s P_{Gq}(x)}{6\pi x^2(1-x)^2 E_q^2} \log\left(\frac{2E_q x(1-x)}{L\epsilon^2}\right). \quad (5.12)$$

Из (5.12) видно, что при $L_f^{eff} \sim L$ зависимость $dP/dx \propto 1/x^{3/2}$ трансформируется в $dP/dx \propto 1/x^3$. В терминах переменной x изменение x -зависимости происходит при $x \sim x_c$ с $x_c = L^2 n C_3(x=0)/4E$. Так как dP/dx быстро убывает при $x \gtrsim x_c$, мы можем записать потерю энергии в режиме сильного эффекта ЛПМ приблизительно как

$$\Delta E_q \sim E_q \int_0^{x_c} dx x \frac{dP}{dx}. \quad (5.13)$$

Используя фактор подавления $S \approx 3/\sqrt{2}\eta$, из (5.2), (5.13) получаем оценку

$$\Delta E_q \sim \alpha_s C_3(x=0) n L^2. \quad (5.14)$$

Зависимость $\Delta E_q \propto L^2$ связана с эффектом конечного размера, который приводит к резкому убыванию спектра при $x \gtrsim x_c$. С увеличением L когда x_c становится порядка единицы должна восстановиться обычная зависимость $\Delta E_q \propto L$. В этом режиме при всех x краевые эффекты становятся несущественны. Поэтому излучение глюонов происходит как в бесконечной среде. Из формулы (3.32) можно получить в этом режиме

$$\Delta E_q \sim \alpha_s L \sqrt{n C_3(0) E_q}. \quad (5.15)$$

Отметим, что, так как при $x \gtrsim x_c$ спектр $\propto n$, то в этой области доминирует вклад однократного $N = 1$ рассеяния. Причем видно, что в безмассовом пределе ($\epsilon = 0$)

член $N = 1$ вообще исчезает и ряд по числу перерассейаний начинается с $N = 2$. Как мы покажем ниже, это эффект есть специфическое свойство осцилляторного приближения, в котором теряются кулоновские эффекты. Учет этих эффектов приводит к ненулевому вкладу однократных перерассейаний даже в безмассовом пределе.

Впервые зависимость $\Delta E \propto L^2$ для партона рожденного в среде конечного размера была получена в работе [76] (хотя вычисления в работе [76] содержали ошибки, эти ошибки не меняли зависимость потерь энергии от L). Оценка (5.14) соответствует ситуации когда при $x \lesssim x_c$ имеется сильный эффект ЛПМ и $\eta \gg 1$ (за исключением узкой области при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$).

Следует отметить, что возможна ситуация когда при всех x имеет место неравенство $\eta \lesssim 1$, и подавление ЛПМ от кратных перерассейаний всегда мало. Однако эффекты конечного размера могут быть важны и в этом режиме для излучения глюонов, для которых $L_f \gtrsim L$. Это имеет место при $x \gtrsim x_{BH}$, где $x_{BH} = \epsilon^2 L / 2E_q$ (предполагается, что $x_{BH} \ll 1$). При $x \gtrsim x_{BH}$ спектр имеет вид (5.12). Таким образом, при $x \sim x_{BH}$ зависимость $dP/dx \propto 1/x$ меняется на $dP/dx \propto 1/x^3$. Поэтому при оценке потерь энергии можно интегрировать до $x_{max} = x_{BH}$. В результате мы получаем

$$\Delta E_q \sim \alpha_s C_3(x=0) n L^2 / 4. \quad (5.16)$$

Зависимость $\Delta E \propto L^2$ должна меняться на $\Delta E \propto L$ при $x_{BH} \sim 1$, что означает малость эффектов конечного размера для всего спектра по x .

Обсудим как в нашем формализме получается простая аналитическая формула для спектра в безмассовом пределе. Раскладывая функцию Грина \mathcal{K} в формуле (3.24) по потенциалу, можно записать

$$\begin{aligned} & \mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) \\ &= - \int_0^L dz \frac{n}{2} \int d\rho \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}, z) \sigma_{gq\bar{q}}(x, \rho) \mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}, z | \boldsymbol{\rho}_1, z_1). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Далее, при подстановке выражения (5.17) в (3.24), мы можем выполнить интегрирование по dz_2 используя формулу

$$\int_z^\infty dz_2 \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{iM}{\pi} K_0(\epsilon |\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}|). \quad (5.18)$$

Запишем спектр вводя эффективное сечение Бете-Гайтлера

$$\frac{dP}{dx} = \int_0^L dz n \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx}. \quad (5.19)$$

Тогда из (5.19), (5.18) получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} &= \frac{\alpha_s C_3(x) P_{Gq}(x)}{2M^2} \frac{\partial}{\partial \rho_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_2} \operatorname{Re} \int_0^z dz_1 \\ &\times \int d\rho \frac{iM}{\pi} K_0(\epsilon|\rho - \rho_1|) \rho^2 \mathcal{K}(\rho, z | \rho_1, z_1) \Big|_{\rho_1 = \rho_2 = 0}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Здесь мы учли, что для осцилляторного приближения $\sigma_{gq\bar{q}}(x, \rho) = C_3(x) \rho^2$. Используя формулу (3.39) для осцилляторной функции Грина, получим после дифференцирования по ρ_1 и ρ_2

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} &= \frac{\alpha_s C_3(x) P_{Gq}(x) M}{2\pi} \operatorname{Re} \int_0^z d\xi \frac{\Omega^2}{2\pi i (\sin(\Omega\xi))^2} \\ &\times \int d\rho \epsilon \rho K_1(\epsilon|\rho|) \rho^2 \exp\left(\frac{iM\Omega\rho^2}{2 \operatorname{tg} \Omega\xi} - \frac{i\xi\epsilon^2}{2M}\right), \end{aligned} \quad (5.21)$$

где мы ввели переменную $\xi = z - z_1$. В пределе нулевых масс $\epsilon = 0$, используя, что при $x \rightarrow 0$ $xK_1(x) = 1$, после выполнения интегрирования по ρ получаем

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi n} \operatorname{Re} \int_0^z d\xi \frac{\Omega^2}{(\cos(\Omega\xi))^2}. \quad (5.22)$$

Здесь мы учли, что $C_3 = iM\Omega/n$. Подставляя (5.22) в (5.19), получим

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dx} &= -\frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^L dz \int_0^z d\xi \frac{\Omega^2}{(\cos(\Omega\xi))^2} \\ &= \frac{\alpha_s P_{Gq}(x)}{\pi} \ln |\cos \Omega L|. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Формула (5.23) дает известный спектр полученный в [76] (однако, как мы говорили выше, нормировка спектра в [76] ошибочна). Раскладывая спектр (5.23) по степеням плотности n , легко показать, что ведущий по n член $\propto n^2$ имеет вид

$$\frac{dP}{dx} \approx \frac{\alpha_s P_{Gq}(x) C_3^2 n^2 L^4}{16\pi E_q^2 x^2 (1-x)^2}. \quad (5.24)$$

Так как ведущий член $\propto n^2$, то, очевидно, разложение по числу перерасеяний начинается с $N = 2$. Более того, так как разложение по n $|\cos \Omega L|$ не имеет нечетных степеней n , то вклады всех нечетных N в спектре (5.23) обращаются в ноль. В осцилляторном приближении для безмассовых партонных член $N = 2$ доминирует спектр при $x \gg x_c$. В области $x \lesssim x_c$ важны вклады с $N \gg 1$ и вклад каждого отдельного N в спектр не имеет значения. Поэтому, хотя в осцилляторном приближении ряд по кратности перерасеяний имеет явно неправильную структуру, точность осцилляторного приближения может быть неплохой если доминирующие ρ малы по сравнению с дебаевским радиусом и можно пренебречь слабой логарифмической зависимостью

коэффициента C_2 в параметризации $\sigma_{q\bar{q}}(\rho) = C_2(\rho)\rho^2$. Однако, как мы покажем ниже эта слабая логарифмическая зависимость в C_2 играет важную роль в области $x \gtrsim x_c$, где доминирует вклад однократного рассеяния $N = 1$. Тот факт что массы партонов приводят к возрастанию спектра при $x \gtrsim x_c$ является несколько неожиданным. Действительно, массы партонов входят только в параметр $\epsilon^2 = m_q^2 x^2 + m_g^2(1-x)$. Поэтому можно сделать вывод, что при $x \gtrsim x_c$ излучение глюонов тяжелым кварком будет сильнее чем для легкого кварка. Это противоречит ситуации, которая имеет место для излучения фотонов/глюонов при рождении тяжелых кварков в вакууме, где имеется подавление излучения массой кварка на малых углах $\lesssim m_q/E_q$. В работе [123] на основе этого (этот эффект называется в литературе эффектом мертвого конуса) был сделан вывод, что индуцированное излучение также должно подавляться массой кварка. Используя качественные оценки для ширины мертвого конуса, в [123] авторы получили для отношения спектров глюонов излучаемых тяжелым кварком с массой M_Q и кварком с нулевой массой

$$K_{DK} = \left[1 + \frac{M_Q^2 x^{3/2}}{3\sqrt{En}C_2/2} \right]^{-2}. \quad (5.25)$$

Используя наш спектр (5.10), мы получаем для отношения спектров глюонов для кварков с большой массой M_Q и малой массой m_q в режиме $x \lesssim x_c$

$$K \approx 1 - \frac{\pi(M_Q^2 - m_q^2)x^{3/2}}{4\sqrt{E}(1-x)nC_3}. \quad (5.26)$$

Некоторое отличие формулы (5.25) из [123] от нашей формулы (5.26) связано с тем, что наша формула получена используя функцию Грина с точной массовой зависимостью, в отличие от (5.25), основанной на качественных оценках.

Наш анализ показывает, что в области $x \gtrsim x_c$ массовая зависимость спектра становится обратной. Анализ, который будет представлен ниже, показывает, что вне рамок осцилляторного приближения масса кварка также приводит к росту интенсивности индуцированного излучения глюонов при $x \gtrsim x_c$.

5.2 Вклад однократного рассеяния при учете кулоновских эффектов

Осцилляторное приближение соответствует замене C_3 на константу при $\rho \ll 1/m_D$. В этом приближении пренебрегается медленной логарифмической зависимостью константы C в параметризации дипольного сечения $\sigma_{q\bar{q}}(\rho) = \rho^2 C_2(\rho)$. Для двух-

глюонного обмена из формулы (3.10) можно получить при $\rho \ll 1/m_D$

$$C_2(\rho) \approx \frac{C_F C_c \alpha_s^2 \pi}{2} \log \left(\frac{1}{\rho m_D} \right). \quad (5.27)$$

где C_c есть оператор Казимира для дебаевского цветного центра. Тогда мы получаем

$$C_3(\rho, x) = a \ln(1/\rho^2) + b, \quad (5.28)$$

где

$$a = \frac{9C_F C_T \alpha_s^2 \pi}{32} [1 + (1-x)^2 - x^2/9],$$

$$b = \frac{9C_F C_T \alpha_s^2 \pi}{16} [\ln(1/m_D) + (1-x)^2 \ln(1/m_D(1-x) - x^2 \ln(1/m_D x)/9)].$$

Для случая $N = 1$ в формуле для эффективного сечения (5.20) мы должны использовать свободные функции Грина. Поэтому для безмассовых партонов эффективное сечение (5.20) принимает другой вид

$$\left. \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} \right|_{N=1} = \frac{\alpha_s z P_{Gq}(x)}{8\pi\rho_d^2(z)} \text{Im} \int_0^z \frac{d\xi}{\xi^2} \int_0^\infty d\rho^2 \rho^2 C_3(\rho, x) \exp\left(\frac{i\rho^2}{4\rho_d^2(\xi)}\right). \quad (5.29)$$

где мы ввели радиус шредингеровской диффузии $\rho(z) = \sqrt{z/2M}$. В интеграле по ρ^2 можно повернуть контур на $\pi/2$. При этом мы имеем для фактора $C_3(\rho, x)$ в подынтегральном выражении

$$C_3(\sqrt{i\rho^2}) = C_3(\rho) - a \frac{i\pi}{2}. \quad (5.30)$$

Очевидно, что первый член в (5.30) вообще не дает вклада, а весь спектр определяется вторым членом в (5.30), который появился от мнимой части кулоновского логарифма после поворота контура интегрирования по ρ^2 . Результат для эффективного сечения Бете-Гайтлера имеет вид

$$\left. \frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} \right|_{N=1} = \frac{\alpha_s^3 \pi C_c C_A \rho_d^2(z) P_{Gq}(x) [1 + (1-x)^2 - x^2/9]}{8}. \quad (5.31)$$

Подставляя это сечение в (5.19), получаем вклад члена $N = 1$ в спектр

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_{N=1} = \frac{\alpha_s^3 \pi C_c C_A n L^2 P_{Gq}(x) [1 + (1-x)^2 - x^2/9]}{32 E_q x (1-x)}. \quad (5.32)$$

Интересно, что спектр (5.32) совсем не содержит большого кулоновского логарифма. Можно было бы ожидать что спектр должен быть пропорционален большому кулоновскому логарифму, но мы видим, что это не так. Можно сказать, что член однократного рассеяния теряется в главном логарифмическом приближении. Ниже

мы обсудим причины этого эффекта рассматривая вклад однократного рассеяния в импульсном представлении.

Аналогичным образом можно вычислить и спектр тормозного излучения фотонов кварками [19], который имеет вид

$$\left. \frac{dP_\gamma}{dx} \right|_{N=1} = \frac{\alpha_{em} \alpha_s^2 \pi C_c C_F n L^2 [1 + (1-x)^2]}{16 E_q (1-x)}. \quad (5.33)$$

Как и спектр глюонов (3.32), он не содержит кулоновского логарифма. Примечательно, что эффекты конечного размера полностью скомпенсировали фактор $1/x$ в спектре Бете-Гайтлера, и фотонный спектр в режиме $L_f/L \gg 1$ оказывается регулярным при $x \rightarrow 0$ и примерно $\propto 1/(1-x)$. Важно, что для индуцированного излучения фотонов легкими кварками в КГП в АА соударениях, мы, практически всегда, имеем ситуацию $L_f \gg L \sim R_A$. Действительно, для процесса $q \rightarrow \gamma q$ $L_f = 2E(1-x)/m_q^2 x$. Принимая $m_q \sim 300$ МэВ, видим, что уже для $E \gtrsim 5$ ГэВ мы получаем $L_f \gg L \sim R_A \sim 6$ фм за исключением узкой области $1-x \lesssim R_A m_q^2/E_q$. При $1-x \lesssim R_A m_q^2/E_q$ мы имеем $L_f \lesssim L$, что останавливает рост $\propto 1/(1-x)$ в (5.33) при $x \rightarrow 1$.

Формулы для вклада $N = 1$ перерассеяния в импульсном представлении были получены в главе 5. Без кинематических ограничений эффективное сечение Бете-Гайтлера имеет вид

$$\frac{d\sigma_{eff}^{BH}(z)}{dx} = \frac{\alpha_s^3 C_c P_{Gq}(x)}{\pi^2 C_F} [F(1,z) + F(1-x,z) - F(x,z)/9], \quad (5.34)$$

$$F(y,z) = \int \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{p}}{(k^2 + m_D^2)^2} H(\mathbf{p}, y\mathbf{k}) \cdot [1 - \cos((p^2 + \epsilon^2)\rho_d^2(z))], \quad (5.35)$$

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = \frac{\mathbf{p}^2}{(\mathbf{p}^2 + \epsilon^2)^2} - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{k})\mathbf{p}}{(\mathbf{p}^2 + \epsilon^2)((\mathbf{p} - \mathbf{k})^2 + \epsilon^2)}, \quad (5.36)$$

Мы запишем F как сумму

$$F = F_0 + \delta F, \quad (5.37)$$

где $F_0 = F(\epsilon = 0)$, а δF дает массовую поправку.

Приближение главных логарифмов в терминах $H(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ соответствует аппроксимации $H(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ ее разложением по вектору \mathbf{k} до членов порядка k^2 (здесь для краткости мы опускаем аргумент \mathbf{p})

$$H(\mathbf{k}) \approx H(\mathbf{k} = 0) + \left. \frac{\partial H}{\partial k^\alpha} \right|_{\mathbf{k}=0} k^\alpha + \left. \frac{\partial^2 H}{\partial k^\alpha \partial k^\beta} \right|_{\mathbf{k}=0} \cdot \frac{k^\alpha k^\beta}{2}. \quad (5.38)$$

Только квадратичный член в разложении (5.38) может дать вклад в фактор F . Для этого вклада интеграл по \mathbf{k} в факторе F имеет логарифмический вид

$$\nabla_{\mathbf{k}}^2 H|_{\mathbf{k}=0} \int_0^{k_{max}^2} dk^2 \frac{k^2}{(k^2 + m_D^2)^2}, \quad (5.39)$$

где верхний предел $k_{max}^2 \sim p^2$. Таким образом, потенциально, в диффузном режиме (когда $p^2 \gg m_D^2$) мог бы появляться большой кулоновский логарифм. Проследим почему этот логарифм не появляется для безмассовых партонов когда $\epsilon = 0$. В этом случае из (5.36) легко получить для вклада усредненного по углу ϕ между \mathbf{k} и \mathbf{p}

$$\langle H(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d\phi H(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = \frac{\theta(k-p)}{p^2}. \quad (5.40)$$

Мы видим, что для усредненного по углам фактора $H(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ все производные по \mathbf{k} просто равны нулю при $\mathbf{k} = 0$. Поэтому кулоновский логарифм не появляется.

Используя (5.40), легко получить

$$F_0(y, z) = \pi^3 y^2 \rho_d^2(z) / 2. \quad (5.41)$$

Это ведет к спектру глюонов

$$\left. \frac{dP_{N=1}}{dx} \right|_{\epsilon=0} = \frac{\pi n L^2 \alpha_s^3 C_c P_{Gq}(x) [1 + (1-x)^2 - x^2/9]}{8C_F E x (1-x)}, \quad (5.42)$$

который совпадает с результатом полученным выше в координатном представлении (5.32).

С точки зрения импульсного представления осцилляторное приближение соответствует следующей замене произведения двух t -канальных пропагаторов в дипольном сечении

$$\frac{1}{(\mathbf{k}^2 + m_D^2)^2} \Rightarrow \frac{2\hat{q}\delta(\mathbf{k})}{n\alpha_s^2 C_A C_c} \quad (5.43)$$

(здесь \hat{q} определен по формуле (3.74)). Это, очевидно, приводит к занулению вклада в спектр от $N = 1$ для безмассовых партонов, и весь спектр определяется исключительно массовой поправкой.

Точное аналитическое вычисление массовой поправки δF невозможно. Мы вычислили δF приближенно для области $l = L/L_f \gg 1$. В этом пределе мы получили в диффузионном режиме (когда $\rho_d \epsilon^2 \ll 1$)

$$\delta F(y, z) \approx \frac{\pi^2 \epsilon^2 \rho_d^4(z) y^2}{2} \left\{ 2 \log^2 \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(z)} \right) + \log \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(z)} \right) \log \left(\frac{\epsilon^2}{y^4 m_D^4 \rho_d^2} \right) - 3 \log \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(z)} \right) - \frac{y^2 m_D^2}{\epsilon^2} \log \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(z)} \right) \right\}. \quad (5.44)$$

Пренебрегая в (5.44) членами с логарифмами в первой степени, с логарифмической точностью мы получаем для спектра

$$\delta \frac{dP_{N=1}}{dx} \approx \frac{\alpha_s^3 C_c P_{Gq}(x) [1 + (1-x)^2 - x^2/9] L n \epsilon^2 \rho_d^4(L)}{2C_F} \log^2 \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(L)} \right). \quad (5.45)$$

Для осцилляторного приближения, то есть при замене (5.43), массовая поправка, которая в этом случае и дает весь спектр, имеет вид

$$\delta \frac{dP_{N=1}^{OA}}{dx} \approx \frac{4\hat{q}L\alpha_s P_{Gq}(x) [1 + (1-x)^2 - x^2/9] \epsilon^2 \rho_d^4(L)}{6\pi C_A C_F} \log \left(\frac{1}{\epsilon^2 \rho_d^2(L)} \right). \quad (5.46)$$

Приведенный выше анализ массовой поправки к спектру глюонов носит качественный характер, и не может быть использован в промежуточной области $L/L_f \sim 1$. Для аккуратных расчетов массовой зависимости спектра глюонов необходимы численные расчеты. Мы провели такие расчеты используя схему описанную в главе 3 в разделе 3.3. Для масс партонов мы брали: $m_g = 0.4$ ГэВ для глюона, $m_q = 0.3$ ГэВ для легких кварков, и $m_c = 1.5$, $m_b = 4.5$ ГэВ для тяжелых кварков. Для дебаевской массы мы брали $m_D = \sqrt{2}m_g$. Мы провели вычисления для КГП с температурой $T = 250$ МэВ, при фиксированном заряде $\alpha_s = 0.4$.

На Рис. 5.1 мы приводим отношение спектров глюонов для тяжелых и легких кварков при $E = 20, 50$ и 100 для КГП с $L = 2, 4$ и 6 фм. Мы привели результаты полученные с аккуратным учетом зависимости эффективного сечения Бете-Гайтлера от конечности размера КГП (сплошные кривые) и результаты с эффективным сечением Бете-Гайтлера вычисленным для бесконечной КГП (пунктирные кривые), то есть игнорируя все эффекты конечного размера среды. Как видно из рисунка, при $E \gtrsim 50$ ГэВ эффекты конечного размера среды очень важны при $L \sim 2 - 4$ фм. С точки зрения охлаждения струй особенно важна область $x \lesssim 0.5$. Из Рис. 5.1 видно, что в этой области для $L \sim 2$ фм при $E \sim 100$ ГэВ эффекты конечного размера существенно увеличивают интенсивность излучения глюонов тяжелыми кварками. Эффекты конечного размера становятся малы только при $E \sim 20$ GeV для $L \gtrsim 4$ фм. Таким образом, Рис. 5.1 явно демонстрирует важность эффектов конечного размера для массовой зависимости спектра глюонов при $L \lesssim 4$ фм.

Для сравнения с результатами в модели мертвого конуса [123], мы также выполнили вычисления в осцилляторном приближении, когда КГП может характеризоваться транспортным коэффициентом \hat{q} . Мы брали $\hat{q} = 0.3$ ГэВ³. При этом значении \hat{q} глюонный спектр в режиме Бете-Гайтлера при $x \rightarrow 0$ согласуется с расчетами с аккуратным вычислением дипольного сечения. Результаты для этого варианта приведены на Рис. 5.2. Сплошные кривые на Рис. 5.2 показывают результаты с учетом эффектов конечного размера для масс партонов как на Рис. 5.1. Точечные кривые получены также с учетом эффектов конечного размера, но для $m_{g,q} = 0$ (как это

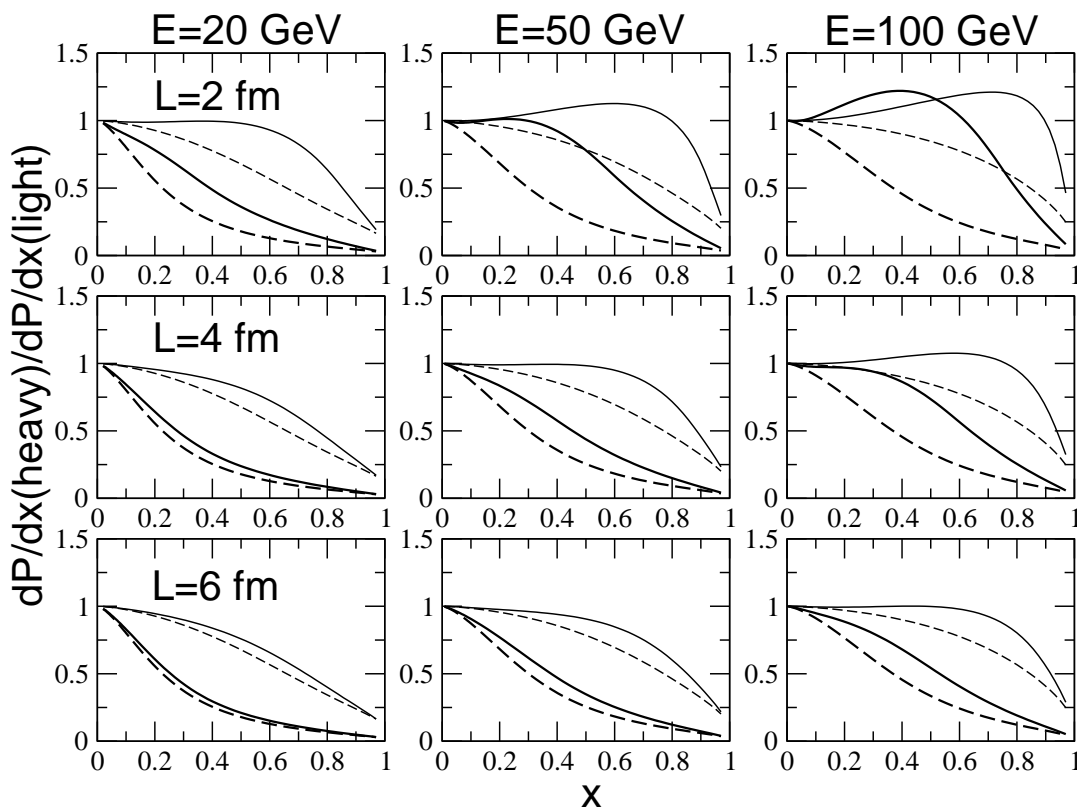


Рисунок 5.1: Отношение спектров глюонов, излучаемых тяжелыми и легкими кварками, для случая дипольного сечения вычисленного для экранированного дебаевского потенциала. Тонкие кривые показывают результаты для c -кварка, толстые для b -кварка. Сплошные кривые соответствуют точным расчетам для конечной КПП. Пунктирные кривые соответствуют спектрам в бесконечной КПП. Все кривые получены с $m_g = 0.4$ ГэВ.

было в работе [123]). Пунктирные кривые показывают фактор подавления мертвого конуса в схеме [123]. Сравнение пунктирных и точечных кривых показывает, что результаты с аккуратной трактовкой массовых эффектов сильно отличаются от предсказаний модели мертвого конуса [123]. Из Рис. 5.2 видно, что введение массы глюона уменьшает зависимость от массы кварка. Зависимость от массы кварка для осцилляторного приближения на Рис. 5.2 сильнее чем на Рис. 5.1, где использовалось точное дипольное сечение. Это вполне естественно, так как для осцилляторного приближения ведущий вклад от $N = 1$ рассеяния вообще зануляется.

Из Рис. 5.2 можно заключить, что применимость приближения бесконечной среды существенно уже, чем предполагалось в работе [123]. В [123] авторы считали, что их модель должна работать для энергий глюонов $\omega \lesssim \hat{q}L^2$. Это означает, что для $L \sim 5$ фм при $E \lesssim 100$ ГэВ массовая зависимость может быть описана в модели мертвого конуса во всем диапазоне переменной x . Однако наши результаты показывают, что

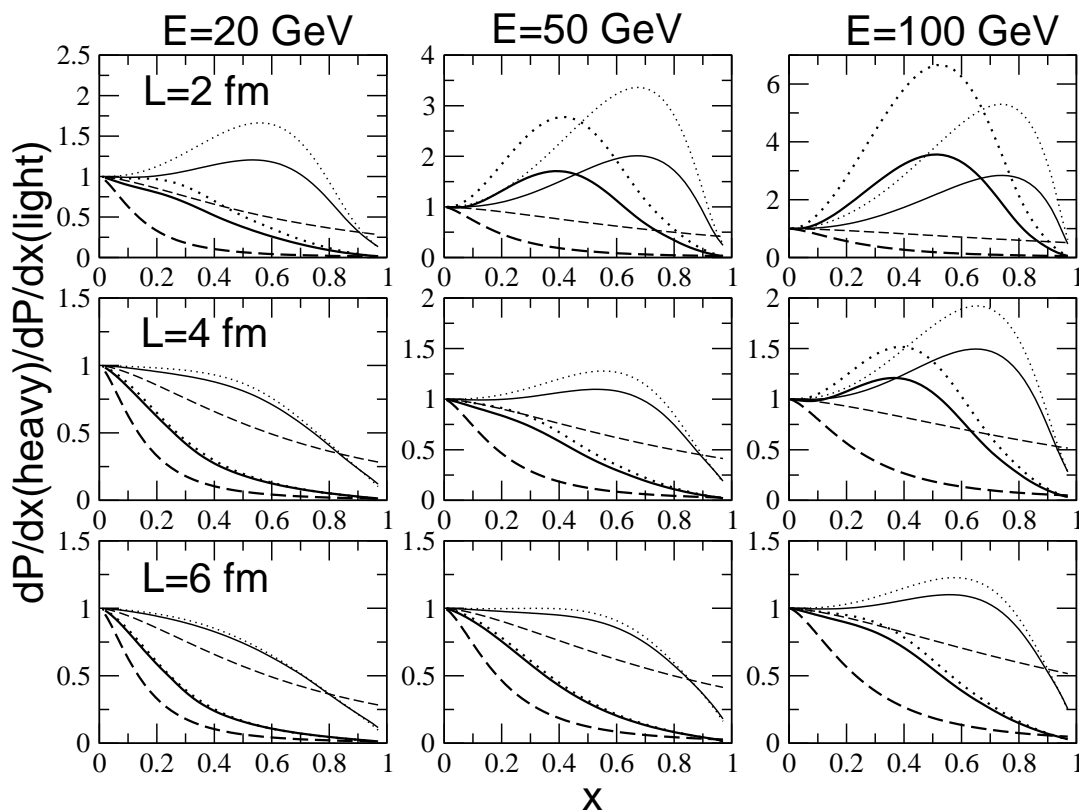


Рисунок 5.2: Отношение спектров глюонов, излучаемых тяжелыми и легкими кварками, для случая осцилляторного приближения. Тонкие кривые показывают результаты для c -кварка, толстые для b -кварка. Сплошные кривые соответствуют точным расчетам для конечной КГП для $m_g = 0.4$ ГэВ, и для массы легкого кварка $m_q = 0.3$ ГэВ, а точечные кривые показывают такие же результаты для $m_g = m_q = 0$ как в [123]. Пунктирные показывают фактор массового подавления в модели мертвого конуса Докшицера-Харзеева (5.25).

это не так. Действительно, из Рис. 5.2 видно, эффекты конечного размера становятся важны очень рано, и для $E \sim 100$ ГэВ при $x \lesssim 0.5$ нет никакого эффекта мертвого конуса.

Наши результаты указывают, что не должно быть существенной разницы в охлаждении струй для c кварка и легких кварков при $E \sim 20 - 50$ ГэВ. Именно этот интервал энергий интересен с точки зрения данных по ядерному фактору модификации R_{AA} для нефотонных электронов от распадов тяжелых кварков, которые дают информацию о потерях энергии тяжелых кварков.

Таким образом, мы показали, что в диффузионном режиме для ведущего вклада от однократного рассеяния в среде массовая поправка увеличит вероятность индуцированного излучения как при учете кулоновских эффектов, так и в осцилляторном приближении. Это показывает, что эффект мертвого конуса [123] отсутствует в диф-

фузионном режиме. Результатом этого, как будет видно ниже, является обратная массовая зависимость для радиационных потерь кварков при достаточно высоких энергиях кварка, а именно, выполняются неравенства

$$\Delta E_b > \Delta E_c > \Delta E_{u,d}, \quad (5.47)$$

что противоположно предсказаниям модели мертвого конуса [123].

5.3 О подходе высших твистов к индуцированному излучению глюонов

В литературе для анализа радиационных потерь быстрых партонов в холодной ядерной материи и горячей КГП в соударениях ядер широко использовался так называемый подход высших твистов, разработанный в работах Guo, Wang, Zhang [176, 177]. Первоначально этот подход был развит для учета радиационных потерь быстрого кварка рожденного в глубоко-неупругом рассеянии лептонов на ядрах. В этом подходе рассматривалось взаимодействие быстрого кварка выбитого виртуальным фотоном с нуклонами ядра, описываемое диаграммами типа Рис. 5.3. Затем

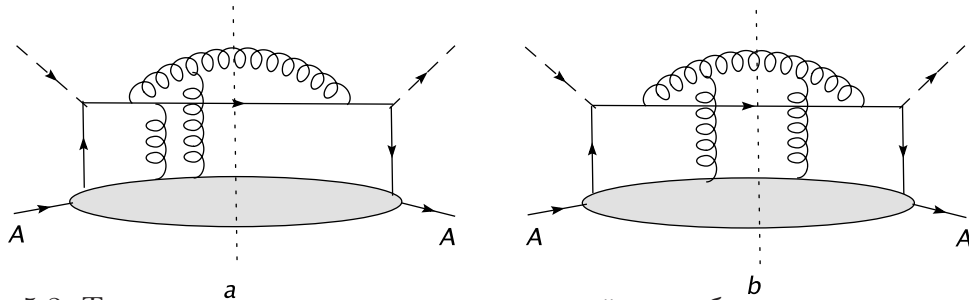


Рисунок 5.3: Типичные диаграммы для взаимодействия быстрого кварка с ядерной материей в глубоко-неупругом рассеянии лептонов на ядрах вычислившиеся в работах [176, 177].

подход высших твистов применялся и для радиационных процессов в КГП. В этом подходе учитывается только одно перерассеяние быстрого кварка в среде и партоны считаются безмассовыми. Подход [176, 177] основан на коллинеарном разложении жесткого блока, который включает только пропагаторы быстрых партонов (верхний горизонтальные линии на Рис. 5.3). Раскладывая жесткий блок по поперечному импульсу t -канальных глюонов \mathbf{k} , как в нашей формуле (5.38), авторы получили спектр который пропорционален лапласиану от жесткого блока $\nabla_k^2 H|_{\mathbf{k}=0}$. При этом импульсные факторы $k^\alpha k^\beta / 2$ при интегрировании по \mathbf{k} преобразовывались в производные от векторного потенциала глюонного поля нуклона, которые трансформировали потенциал в напряженности цветного поля нуклона. Матричный элемент от квадрата напряженностей цветного поля $F^{\mu\nu}$ по известной формуле Коллинза-

Сопера [179] для распределения глюонов в нуклоне f_g

$$f_g(x) = \frac{1}{2\pi x P^+} \int dy^- e^{-ixP^+y^-} \langle N | F_\sigma^+(0) F^{+\sigma}(y^-) | N \rangle \quad (5.48)$$

сводился к глюонной плотности нуклона. В борновском приближении эта плотность дается выражением

$$x f_g(Q^2, x) \Big|_{x \sim 0} \approx \frac{3\alpha_s C_F}{\pi} \ln(Q^2/\mu^2) \quad (5.49)$$

(здесь μ есть массовый параметр инфракрасного обрезания). Эта процедура точно соответствует описанному выше сценарию с появлением большого кулоновского логарифма, который и соответствует глюонной плотности при ее вычислении в лидирующем порядке по α_s . Однако, как мы видели, в наших вычислениях этот кулоновский логарифм реально не появляется, так как мы получили $\nabla_k^2 H|_{\mathbf{k}=0} = 0$. Авторы же работ [176, 177] получили ненулевой ответ для $\nabla_k^2 H|_{\mathbf{k}=0}$. Этот вклад они получили от симметричной диаграммы Рис. 5.3b. В нашем подходе эта диаграмма соответствует первому члену в нашем факторе $H(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ (5.36), который вообще не содержит вектора \mathbf{k} . Но этот вектор может появиться, если при вычислении фактора F для этого члена сделать замену переменных $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - \mathbf{k}$. В этом случае переменная \mathbf{p} есть поперечный импульс излученного глюона. При этой сдвигке переменной, естественно, меняется и фазовый фактор, так как замена переменных должна быть проведена и в нем. В [176, 177] как переменная интегрирования для жесткого блока использовался как раз поперечный импульс излученного глюона. При этом в [176, 177] фазовый фактор включался в жесткий блок. Поэтому в наших обозначениях часть жесткого блока, которая давала ненулевой $\int d\mathbf{p} \nabla_k^2 H|_{\mathbf{k}=0}$, может быть записана как (мы обозначим ее H_{diag}^{GWZ} , и опускаем несущественные сейчас для нас коэффициенты)

$$H_{diag}^{GWZ}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \propto \frac{R(\mathbf{p} - \mathbf{k})}{(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2}, \quad (5.50)$$

где

$$R(\mathbf{p} - \mathbf{k}) = 1 - \cos\left(\frac{i(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2 z}{2Ex(1-x)}\right). \quad (5.51)$$

При вычислении спектра по x мы должны выполнить интегрирование по \mathbf{p} . Совершенно очевидно, что после интегрирования по \mathbf{p} производные жесткого блока (5.50) должны быть равны нулю, так как мы можем сдвигкой переменной \mathbf{p} убрать совсем \mathbf{k} в подынтегральном выражении и получить

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}\right)^2 \int d\mathbf{p} \frac{R(\mathbf{p} - \mathbf{k})}{(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2} \Big|_{\mathbf{k}=0} \approx \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}\right)^2 \int d\mathbf{p} \frac{R(\mathbf{p})}{\mathbf{p}^2} = 0. \quad (5.52)$$

Здесь мы игнорировали, что интеграл по \mathbf{p} логарифмически расходится при $p \rightarrow \infty$, так эта расходимость, которая в полном выражении для спектра сокращается вкла-

дами других диаграмм, вообще несущественна для вычисления производной по \mathbf{k} . Авторы работ [176, 177] получили ненулевой результат, так как они не дифференцировали фазовый фактор, и ошибочно получили

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}\right)^2 \frac{R(\mathbf{p}-\mathbf{k})}{(\mathbf{p}-\mathbf{k})^2} \Big|_{\mathbf{k}=0} \Rightarrow R(\mathbf{p}) \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}\right)^2 \frac{1}{(\mathbf{p}-\mathbf{k})^2} \Big|_{\mathbf{k}=0} = \frac{4R(\mathbf{p})}{p^4}. \quad (5.53)$$

Легко показать, что при правильном дифференцировании по \mathbf{k} , появляющиеся дополнительные члены в (5.53) от дифференцирования фазового фактора R после интегрирования по \mathbf{p} дают нулевой результат для спектра глюонов. Таким образом, вычисления работ [176, 177] являются ошибочными.

5.4 Энергетические потери в соударениях адронов с ядрами

Развитый нами формализм может быть использован и для расчета радиационных потерь партонов в hA соударениях. В этом случае мы имеем дело с партонами, которые налетают на слой холодной ядерной материи с толщиной $L \sim (1-2)R_A$. Мы проводили расчеты используя для спектра глюонов представление аналогичное использованному в разделе 2.3 для вычисления спектра фотонов излучаемых электронами падающими на мишень из бесконечности. В этом представлении спектр записывается как сумма спектра Бете-Гайтлера и абсорбционной поправки (2.53), которая учитывает одновременно эффект ЛПМ и краевые эффекты. При численных расчетах для плотности числа нуклонов в ядерной материи мы брали $n = 0.15 \text{ фм}^{-3}$. Наши вычисления показывают, что абсорбционная поправка относительно мала. Это означает, что приблизительно $\Delta E_q \propto E_q L n \alpha_s C_3(0)/m_g^2$. Для $L \lesssim 10 \text{ фм}$ мы получили

$$\Delta E_q \approx 0.1 E_q (L/10 \text{ фм})^\beta \quad (5.54)$$

с $\beta \approx 0.9 - 1$ для $E_q \lesssim 50 \text{ ГэВ}$ и $\beta \approx 0.85 - 0.9$ для $E_q \gtrsim 200 \text{ ГэВ}$. Наши оценки качественно согласуются с продольными потерями энергии полученными для жестких pA соударений с двухструйными конечными состояниями [180] и энергетическими потерями определенными из инклюзивных адронных спектров в hA взаимодействиях [181].

Глава 6

Неабелевое синхротронное излучение ГЛЮОНОВ В КОЛЛЕКТИВНЫХ ЦВЕТНЫХ ПОЛЯХ

6.1 Введение

Успешное описание данных по спектрам адронов с небольшими p_T в АА соударениях при энергиях RHIC-LHC в рамках гидродинамических моделей [64, 65, 182, 183] свидетельствует о быстрой термализации рождающейся КГП на собственных временах $\tau_0 \lesssim 0.5 - 1$ фм. Ранняя термализация является серьезной проблемой для пертурбативных подходов основанных на уравнении Больцмана [184]. Имеются ожидания, что ранняя термализация может быть объяснена в сценарии КГП как системы с сильной связью [185]. Обсуждалась также возможность, что в сценарии пертурбативной КГП ранняя термализация может быть связана с плазменными неустойчивостями [186–191]. Одной из потенциально важных неустойчивостей КГП в АА соударениях является неустойчивость Вейбеля [192], которая имеет место для плазмы с анизотропным импульсным распределением. Этот механизм проиллюстрирован на Рис. 6.1. Это возможно, так как для КГП, рождающейся в АА соударениях, $p_z \ll p_T$ [184]. В этом случае неустойчивость Вейбеля может генерировать значительное хромоманнитное поле (преимущественно поперечное), которое искривляет траектории партонов в плазме и в конце концов ведет к изотропизации партонного распределения плазмы [189–191]. Кроме этого, генерируемое хромоманнитное поле может играть важную роль в малой вязкости КГП [193] и продольном расширении струйного конуса (эффект хребта) [194].

Для сценария с генерацией когерентных цветных полей в КГП возникает интересный вопрос об эффекте этих полей на охлаждение струй вследствие неабелевого синхротронного излучения глюонов. Очевидно, что последовательный анализ энерге-

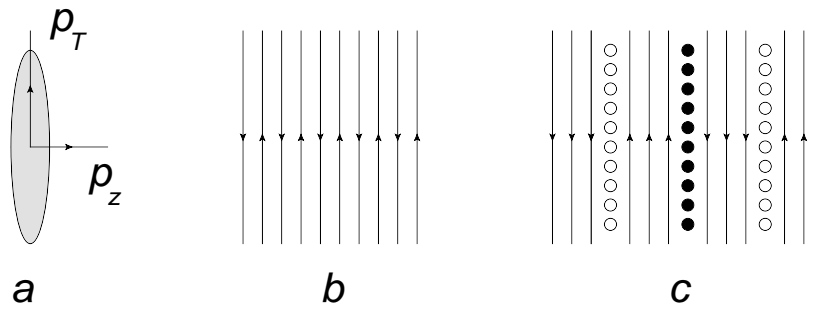


Рисунок 6.1: Схема появления магнитных полей в анизотропной плазме из-за неустойчивости Вейбеля: (а) начальное импульсное распределения частиц; (б) начальное распределение токов в плазме; (с) распределение токов после развития неустойчивости, светлые (черные) круги показывают возникшие магнитные поля перпендикулярные плоскости рисунка и направленные от (к) этой плоскости.

тических потерь быстрых партонов рождающихся в жестких процессах в АА соударениях должен проводится учитывая когерентные и хаотические поля одновременно, что сильно усложняет задачу. В качестве первого шага было бы интересно понять величину эффекта от когерентных полей пренебрегая влиянием друг на друга механизмов энергетических потерь от многократных перерассеяний на случайных полях от конститuentов КГП и от синхротронного излучения глюонов. Для этого требуется разработать формализм для расчета неабелевого синхротронного излучения.

Построение формализма для синхротронных энергетических потерь в коллективных полях интересно и для для оценки вклада в энергетические потери быстрых партонов в АА соударениях от взаимодействия с коллективными цветовыми полями так называемой фазы глазмы. Этот термин в литературе используется для начальной фазы образования КХД материи в соударениях ядер [68–70]. Согласно современным представлениям, основанным на КХД, процесс соударения ядер представляет собой взаимодействие вейцеккер-вильямских полей сталкивающихся, сильно лоренц-сжатых, ядер [195, 196], которые обычно описываются в модели Color Glass Condensate (CGC) [197, 198]. Важно, что плотность партонов в вейцеккер-вильямской волновой функции каждого из ядер при энергиях коллайдеров RHIC-LHC настолько велика, что становятся важны процессы слияния партонов, и партоновые плотности насыщаются при установлении равновесия между процессами расщепления и слияния партонов. В рамках пертурбативной КХД было показано, что при $\alpha_s \ll 1$ в режиме насыщения глюонные числа заполнения становятся большими так как имеет место соотношение $N_g \sim 1/\alpha_s$ [195, 196]. В этом режиме вейцеккер-вильямское поле каждого из ядер становится классическим, и взаимодействие сталкивающихся ядер также можно описывать классическими уравнениями Янга-Миллса. После взаимодействия, практически чисто поперечных, полей двух ядер, в первый момент возникает система трубок чисто продольных [199]

(вдоль импульсов сталкивающихся ядер) цветных электрических и магнитных полей с $|E_z| \approx |B_z|$. При этом типичная длина когерентности полей в поперечной плоскости есть $\sim 1/Q_s$, где Q_s ($\sim 1 - 1.5$ ГэВ для RHIC и LHC условий [200]) есть шкала насыщения партонных ядерных распределений. При собственном времени $\tau \sim 1/Q_s$ напряженности электрического и магнитного поля в трубках даются соотношением $gE_z \sim gB_z \sim Q_s^2$ [199]. Поперечные поля, которые отсутствуют в начальный момент $\tau = 0$, генерируются динамически в процессе эволюции глазмы. Они становятся сравнимы с продольными полями при $\tau \gtrsim 1/Q_s$ [199, 201]. На таких временах плотность энергии поля $\propto 1/\tau$. Предполагается, что на более поздних временах термализация когерентных цветных полей глазмы приводит к образованию равновесной КГП. Однако детали механизма термализации остаются неясными. Качественный анализ [201–203] показывает, что термализация, предположительно, идет через сильную неустойчивость цветовых трубок при временах $\tau \gtrsim 1/Q_s$. Эти неустойчивости должны приводить к быстрой рандомизации глазменных цветных полей на временах $\sim 2 - 3$ единиц $1/Q_s$. Это время качественно согласуется с результатами гидродинамического моделирования AA соударений, которое свидетельствует в пользу времени термализации $\tau_0 \sim 0.4 - 1$ fm [182, 183].

Взаимодействие быстрых партонов с глазмой схематично показано на Рис. 6.2. Для условий RHIC-LHC типичная величина силы Лоренца, действующей на быст-

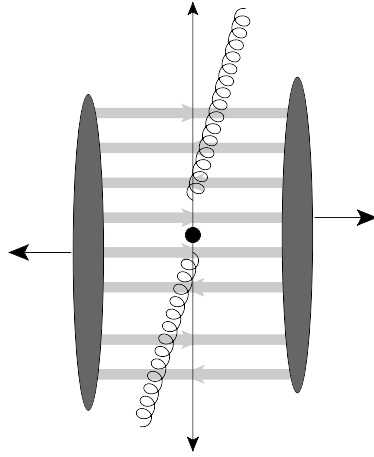


Рисунок 6.2: Схема взаимодействия быстрых партонов с трубками цветных полей глазмы сразу после соударения ядер и излучения глюонов.

рый партон пролетающий через глазму (как показано на Рис. 6.2), оказывается очень большой $\sim Q_s^2 \sim 5 - 10$ ГэВ/фм. Это приблизительно в 10–20 раз больше чем сила действующая на быстрый партон в поле дебаевски экранированного центра в КГП $\sim \alpha_s m_D^2$ (если взять $\alpha_s \sim 0.3$ и $m_D \sim 0.5$ ГэВ). Поэтому возникает естественный вопрос об эффекте глазмы на радиационные энергетические потери. Если игнорировать взаимодействие быстрых партонов с цветными полями в предравновесной фазе, то для партонов с энергией $\lesssim 100$ ГэВ эволюция струи на временах $\tau \lesssim \tau_0 \sim 0.5 - 1$

фм должна описываться уравнениями эволюции ДГЛАП. При этом эффекты интерференции фазы каскадирования партонов в ДГЛАП фазе и фазе индуцированного каскадирования в фазе равновесной КГП при $\tau \gtrsim \tau_0$ должны быть относительно малы [22]. Таким образом, вопрос о роли глазмы в радиационных потерях сводится к вопросу о том насколько цветовые поля глазмы модифицируют расщепление партонов в струе в фазе ДГЛАП. Доминирующий эффект в эту модификацию должен давать процесс излучения глюона начальным партоном. Формализм, который будет развит в этом разделе, позволит сделать количественные предсказания для эффекта глазмы на радиационные потери быстрых партонов.

В отличие от обычного синхротронного излучения, для его неабелевого аналога взаимодействие с когерентным полем испытывает как излучающий партон, так и излучаемый глюон, что существенно усложняет задачу. Мы построим формализм, который применим для однородного поля и для неоднородного поля. Для случая однородного поля синхротронное излучение в КХД ранее рассматривалось в работе Шурыка и Захеда [204], где была сделана попытка обобщить метод собственного времени Швингера, который применялся для обычного синхротронного излучения, на случай КХД. Однако, как мы покажем ниже, полученные в [204] формулы явно ошибочны. Мы разовьем квазиклассический формализм для синхротронного излучения в КХД. В случае КЭД наши расчеты согласуются с результатами известного операторного подхода Байера и Каткова [53]. Для излучения глюонов наши результаты расходятся с результатами Шурыка и Захеда [204]. Мы приводим простые аргументы, показывающие ошибочность расчетов [204].

6.2 Построение формализма

Мы дадим два вывода синхротронного спектра по x . В первом выводе мы напрямую используем квазиклассические волновые функции частиц, а второй вывод основан на обобщении формул нашего подхода для индуцированного излучения глюонов в КГП. Первая форма будет удобна для исследования распределения по поперечным импульсам для случая глазмы. Хотя это можно сделать и в подходе LSP1, но прямой расчет представляется более простым в этом случае.

6.2.1 Квазиклассический подход в терминах волновых функций

Мы будем рассматривать процесс $q \rightarrow gq$ (теория применима, конечно, и при замене кварка глюоном) в квазиклассическом режиме для каждого из партонов, когда длина волны партона много меньше его ларморовского радиуса, R_L . Можно показать, что в этом режиме, аналогично случаю синхротронного излучения фотонов, длина

формирования/когерентности, L_c , мала по сравнению с минимальным R_L . Это позволяет вычислять спектр излучения на единице пути начального партона рассматривая случай слоя с хромомагнитным полем толщины L , которая велика по сравнению с длиной когерентности L_c , но в то же время меньше минимального R_L . Мы будем считать, что этот слой перпендикулярен оси z (не путать с осью z в AA соударении, как обычно, рассматривая задачу излучения, мы определяем ось z вдоль импульса начальной частицы). В этом случае поперечные импульсы конечных партонов малы по сравнению с их продольными импульсами. Мы предполагаем, что магнитное поле, \mathbf{H}_a (здесь a цветовой индекс), чисто поперечное. Достаточно рассмотреть хромомагнитные поля с ненулевыми цветовыми компонентами принадлежащими подалгебре Картана, то есть, с $a = 3$ и $a = 8$. Взаимодействие кварков с такими полями не приводит к вращению их цветовых спиноров. Для глюонов это не так. Взаимодействие глюонов с такими полями диагоналізується переходом к цветному базису глюонных полей имеющих определенный цветовой изоспин, Q_A , и цветовой гиперзаряд, Q_B . Мы будем обозначать цветовой заряд двумерным вектором $Q = (Q_A, Q_B)$. В терминах обычного глюонного векторного потенциала, G , три диагональных “заряженных” глюонных поля имеют вид (мы опускаем лоренцевские индексы)

$$\begin{aligned} X &= (G_1 + iG_2)/\sqrt{2} \quad (Q = (-1, 0)), \\ Y &= (G_4 + iG_5)/\sqrt{2} \quad (Q = (-1/2, -\sqrt{3}/2)), \\ Z &= (G_6 + iG_7)/\sqrt{2} \quad (Q = (1/2, -\sqrt{3}/2)). \end{aligned} \quad (6.1)$$

Существуют также три их античастицы \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} , и две компоненты с нулевыми зарядами

$$\begin{aligned} A &= G_3 \quad (Q = (0, 0)), \\ B &= G_8 \quad (Q = (0, 0)). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Нейтральные глюоны A , B , в лидирующем порядке по константе связи, не взаимодействуют с внешним полем. Излучение таких глюонов аналогично обычному синхротронному излучению в КЭД.

S -матричный элемент для синхротронного перехода $q \rightarrow gq'$ может быть записан в стандартном виде (мы пока опускаем цветовые факторы для краткости)

$$\langle gq' | \hat{S} | q \rangle = -ig \int dy \bar{\psi}_{q'}(y) \gamma^\mu G_\mu^*(y) \psi_q(y), \quad (6.3)$$

где $\psi_{q,q'}$ дираковские волновые функции начального и конечного кварков, G есть волновая функция излучаемого глюона. Мы записываем волновые функции в форме аналогичной использованной ранее для излучения глюонов в среде

$$\psi_i(y) = \frac{\exp[-iE_i(t-z)]}{\sqrt{2E_i}} \hat{U}_\lambda \phi_i(z, \boldsymbol{\rho}). \quad (6.4)$$

Как и раньше, мы используем для кварков спиральный базис в системе бесконечного импульса [128]. В лидирующем порядке по энергии уравнение для ϕ_i имеет вид

$$i \frac{\partial \phi_i(z, \boldsymbol{\rho})}{\partial z} = \left\{ \frac{(\mathbf{p} - gQ_n \mathbf{G}_n)^2 + m_q^2}{2E_i} + gQ_n(G_n^0 - G_n^3) \right\} \phi_i(z, \boldsymbol{\rho}), \quad (6.5)$$

где G обозначает теперь векторный потенциал внешнего поля (верхние индексы лоренцевские, а $n = 1, 2$ цветные индексы A и B компонент картановской подалгебры), Q_n означает кварковый заряд. Волновая функция глюона также записывается в аналогичной форме через свою поперечную волновую функцию ϕ . Мы будем брать для масс партонов их квазичастичные массы в КГП.

Мы запишем внешний 4-вектор потенциал в виде

$$G_n^3 = [\mathbf{H}_n \times \boldsymbol{\rho}]^3, \quad \mathbf{G}_n = 0, \quad G_n^0 = 0. \quad (6.6)$$

Для этой формы векторного потенциала член $-gQ_n G_n^3$ в (6.5) может рассматриваться как потенциальная энергия в поперечной плоскости

$$U_i = -\mathbf{F}_i \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad (6.7)$$

где \mathbf{F}_i есть сила Лоренца. Мы предполагали, что хромоэлектрическое поле отсутствует, хотя его включение в формализм не представляет труда, так как в потенциал (6.7) входит просто сила действующая на партон. Поэтому для включения электрического поля достаточно лишь добавить его вклад в силу Лоренца. При этом, естественно, так как мы проводим вычисления в лидирующем порядке по энергии, можно учитывать только компоненту электрического поля, которая перпендикулярна оси z . Решение уравнения (6.5) может быть взято в форме

$$\phi_i(z, \boldsymbol{\rho}) = \exp \left\{ i \mathbf{p}_i(z) \boldsymbol{\rho} - \frac{i}{2E_i} \int_0^z dz' [\mathbf{p}_i^2(z') + m_q^2] \right\}. \quad (6.8)$$

Здесь поперечный импульс $\mathbf{p}_i(z)$ есть решение уравнения движения партона в поперечной плоскости

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dz} = \mathbf{F}_i(z). \quad (6.9)$$

Ниже мы будем обозначать предельные значения $\mathbf{p}_i(\pm\infty)$ как \mathbf{p}_i^\pm . Используя (6.3), (6.8), мы получаем

$$\begin{aligned} \langle gq' | \hat{S} | q \rangle &= -ig(2\pi)^3 \delta(E_g + E_{q'} - E_q) \int_{-\infty}^{\infty} dz V(z, \{\lambda\}) \delta(\mathbf{p}_g(z) + \mathbf{p}_{q'}(z) - \mathbf{p}_q(z)) \\ &\times \exp \left\{ -i \int_0^z dz' \left[\frac{\mathbf{p}_q^2(z') + m_q^2}{2E_q} - \frac{\mathbf{p}_g^2(z') + m_g^2}{2E_g} - \frac{\mathbf{p}_{q'}^2(z') + m_{q'}^2}{2E_{q'}} \right] \right\}, \quad (6.10) \end{aligned}$$

где, как и раньше, V обозначает спиновый вершинный фактор, $\{\lambda\}$ обозначает набор партонных спиральностей. Вследствие сохранения заряда $\mathbf{F}_q = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{q'}$. Поэтому аргумент второй δ -функции не зависит от z , и мы можем заменить аргумент этой δ -функции на $\mathbf{p}_g^+ + \mathbf{p}_{q'}^+ - \mathbf{p}_q^+$. Подынтегральное выражение в экспоненте в правой части (6.10) можно записать через вектор

$$\mathbf{q}(z) = \mathbf{p}_g(z)(1-x) - \mathbf{p}_{q'}(z)x$$

($x = E_g/E_q$), который является просто поперечным импульсом глюона в системе центра масс gq' системы, используя равенство

$$\frac{\mathbf{p}_q^2(z') + m_q^2}{2E_q} - \frac{\mathbf{p}_g^2(z') + m_g^2}{2E_g} - \frac{\mathbf{p}_{q'}^2(z') + m_{q'}^2}{2E_{q'}} = -\frac{\mathbf{q}^2(z') + \epsilon^2}{2M}, \quad (6.11)$$

где, как и раньше, $\epsilon^2 = m_q^2 x^2 + m_g^2(1-x)$, $M = E_q x(1-x)$. Тогда из (6.10) мы получаем для спектра излучения глюонов

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{p}_g^+ \int dz_1 dz_2 g(z_1, z_2) \exp \left\{ -i \int_{z_1}^{z_2} dz \left[\frac{\mathbf{q}^2(z) + \epsilon^2}{2M} \right] \right\}, \quad (6.12)$$

где (с учетом цветовых факторов)

$$g(z_1, z_2) = \frac{C\alpha_s}{8E_q^2 x(1-x)} \sum_{\{\lambda\}} V^*(z_2, \{\lambda\}) V(z_1, \{\lambda\}) = g_1 \mathbf{v}(z_2) \mathbf{v}(z_1) + g_2, \quad (6.13)$$

$\mathbf{v} = \mathbf{q}/M$, $g_1 = C\alpha_s(1-x+x^2/2)/x$ и $g_2 = C\alpha_s m_q^2 x^3 / 2M^2$, $C = |\lambda_{fi}^a \chi_a^* / 2|^2$, i, f цветовые индексы начального и конечного кварков, χ_a цветовая волновая функция глюона.

Для однородного внешнего поля мы можем написать

$$\mathbf{v}(z_2) \mathbf{v}(z_1) = [\bar{\mathbf{q}}^2 - \mathbf{f}^2 \tau^2 / 4] / M^2, \quad (6.14)$$

где $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{q}(\bar{z})$, $\bar{z} = (z_1 + z_2)/2$, $\tau = z_2 - z_1$, и $\mathbf{f} = d\mathbf{q}/dz = \mathbf{F}_g(1-x) - \mathbf{F}_{q'}x$. Аргумент в экспоненте в формуле (6.12) может быть переписан в форме

$$\Phi(\tau, \bar{\mathbf{q}}) = \frac{(\epsilon^2 + \bar{\mathbf{q}}^2)\tau}{2M} + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^3}{24M}. \quad (6.15)$$

После замены в формуле (6.12) интегрирования по \mathbf{p}_g^+ на интегрирование по $\bar{\mathbf{q}}$, мы получаем спектр излучения на единице пути

$$\frac{dP}{dLdx} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\bar{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[\frac{g_1}{M^2} \left(\bar{\mathbf{q}}^2 - \frac{\mathbf{f}^2 \tau^2}{4} \right) + g_2 \right] \exp[-i\Phi(\tau, \bar{\mathbf{q}})]. \quad (6.16)$$

С помощью интегрирования по частям мы можем переписать (6.16) как

$$\frac{dP}{dLdx} = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int d\bar{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[\frac{g_1}{M^2} \left(\epsilon^2 + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^2}{2} \right) - g_2 \right] \exp[-i\Phi(\tau, \bar{\mathbf{q}})]. \quad (6.17)$$

После интегрирования по $\bar{\mathbf{q}}$ формула (6.17) принимает вид

$$\frac{dP}{dLdx} = \frac{iM}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} \left[\frac{g_1}{M^2} \left(\epsilon^2 + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^2}{2} \right) - g_2 \right] \exp \left\{ -i \left[\frac{\epsilon^2 \tau}{2M} + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^3}{24M} \right] \right\}. \quad (6.18)$$

Отметим, что в (6.16)-(6.18) предполагается, что τ имеет бесконечно малую отрицательную мнимую часть. Легко показать, что в формуле (6.18) интеграл по нижней полуокружности вокруг полюса при $\tau = 0$ играет роль вычитательного члена с $\mathbf{f} = 0$. Поэтому мы можем записать

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dLdx} &= \frac{M}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \frac{id\tau}{\tau} \left[\frac{g_1}{M^2} \left(\epsilon^2 + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^2}{2} \right) - g_2 \right] \\ &\quad \times \exp \left\{ -i \left[\frac{\epsilon^2 \tau}{2M} + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^3}{24M} \right] \right\} - (\mathbf{f} = 0). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Выражая интеграл вдоль реальной оси через функции Эйри $\operatorname{Ai}(z) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{z}{3}} K_{1/3}(2z^{3/2}/3)$ (здесь $K_{1/3}$ функция Бесселя), формула (6.19) может быть записана в виде

$$\frac{dP}{dLdx} = \frac{a}{\kappa} \operatorname{Ai}'(\kappa) + b \int_{\kappa}^{\infty} dy \operatorname{Ai}(y), \quad (6.20)$$

где $a = -2\epsilon^2 g_1/M$, $b = Mg_2 - \epsilon^2 g_1/M$, $\kappa = \epsilon^2/(M^2 \mathbf{f}^2)^{1/3}$.

Из формулы (6.19) можно оценить длину когерентности для излучения глюона

$$L_c \sim \min(L_1, L_2), \quad (6.21)$$

где $L_1 = 2M/\epsilon^2$ и $L_2 = (24M/\mathbf{f}^2)^{1/3}$. Используя эту оценку, можно легко показать, что для излучения заряженных глюонов условие $L_c/R_{g,L} \ll 1$ (которое необходимо для справедливости малоуглового приближения) действительно всегда выполнено для квазиклассического режима, когда $E_g R_{g,L} \gg 1$ и $E_g \gg m_g$. Для интересной для нас области $F_{q'} \lesssim m_g^2$ (здесь и ниже $F_i = |\mathbf{F}_i|$) неравенство $L_c/R_{q,L} \ll 1$ выполняется и для излучения нейтральных глюонов.

Наш спектр для нейтральных глюонов, для которых $F_g = 0$, при $m_g = 0$ согласуется со спектром фотонов, предсказываемым квазиклассическим операторным подходом [53]¹, и, аналогично синхротронному излучению фотонов, уравнение (6.20) дает $dP/dLdx \propto x^{-2/3}$ at $x \ll 1$. Ненулевая масса глюона приводит к подавлению спектра при $x \lesssim (m_g^3/E_q F_{q'})^{1/2}$ (это подавление для фотонов обычно называется эффектом

¹Отметим, что для излучения фотона электроном выражение в экспоненциальном члене в (6.12) может быть также записано в форме $iE_e k^\mu [x_\mu(t_1) - x_\mu(t_2)]/(E_e - E_\gamma)$, где k^μ это фотонный 4-импульс и $x_\mu(t)$ классическая траектория электрона. После этого спектр точно совпадает со спектром полуклассическим Байером и Катковым [53].

Тер-Микаеляна). В этой области параметр κ становится больше единицы и спектр $dP/dLdx \propto \exp[-2m_g^3/3E_qF_q x^2]/x$. Для заряженных глюонов из (6.20) можно получить в безмассовом пределе $dP/dLdx \propto x^{-4/3}$ при $x \ll 1$. Эффект Тер-Микаеляна для ненулевой массы глюона подавляет спектр при $x \lesssim m_g^3/E_qF_g$. В этой области $dP/dLdx \propto \exp[-2m_g^3/3xE_qF_g]/x^{3/2}$ при $x \ll 1$. Отметим, что для безмассовых партонов (или в пределе сильного поля) спектр (6.20) принимает простой вид

$$\frac{dP}{dLdx} \approx \frac{\alpha_s C \Gamma(2/3) [1 - x + x^2/2] (9\mathbf{f}^2)^{1/3}}{\pi \sqrt{3} x [E_q x (1 - x)]^{1/3}}. \quad (6.22)$$

Наш вывод легко обобщается и на случай $g \rightarrow gg$. В этом случае a и b имеют тот же вид, но с $\epsilon^2 = m_g^2(1 - x + x^2)$, $g_1 = C\alpha_s[1 + x^4 + (1 - x)^4]/4x(1 - x)$ и $g_2 = 0$. Глюонный цветовой вершинный фактор выглядит так $C = |\chi_a \chi_b^* \chi_c^* f_{abc}|^2$, где индекс a соответствует начальному глюону, b , c конечным глюонам.

В наших формулах для спектра перехода $a \rightarrow bc$ все цветовые свойства конечного состояния bc содержатся только в величине $\mathbf{f}^2 = \mathbf{F}_b^2 x_c^2 - 2\mathbf{F}_b \mathbf{F}_c x_b x_c + \mathbf{F}_c^2 x_b^2$ (исключая вершинный цветовой фактор). Величина \mathbf{f}^2 критично зависит от отношения между силами Лоренца действующими на конечные партоны. Значение \mathbf{f}^2 характеризует различие в искривлении траекторий партонов b и c в внешнем поле, что и приводит к превращению виртуальной системы bc в пару реальных партонов b и c . Поэтому спектр зануляется если при некотором x мы имеем $\mathbf{f} = 0$. Это, например, происходит для глюонного процесса $g_X \rightarrow g_Y g_{\bar{Z}}$ при $x = 0.5$ для внешнего поля вида A .

6.2.2 Вывод синхротронного спектра через функции Грина

Синхротронный спектр может быть также получен в рамках формализма интеграла по путям, который мы использовали для вывода спектра индуцированного многократными перерасеяниями в среде. Для перехода $q \rightarrow gq$ в среде в формализме LCP1 в гамильтониане для уравнении Шредингера (3.22) мы имели мнимый потенциал $v(\boldsymbol{\rho}) = -in\sigma_{gq\bar{q}}(|\boldsymbol{\rho}|)/2$ (3.23). Вывод данный для процессов расщепления частиц в среде напрямую, без каких либо концептуальных изменений, обобщается на случай расщепления партонов при взаимодействии с внешним полем независимым от поперечных координат. Для процессов во внешнем поле потенциал для уравнения Шредингера для каждого партона, как мы видели, имеет вид $U_i = -\mathbf{F}_i \cdot \boldsymbol{\rho}$. Линейная форма потенциала и сохранение заряда при переходе $a \rightarrow bc$ обеспечивает трансляционную инвариантность подынтегрального выражения для двойного функционального интеграла для квадрата амплитуды. Это, как и в случае взаимодействия со средой, позволяет выполнить часть функциональных интегрирований аналитически, а оставшийся функциональный интеграл выражается через решение уравнения Шредингера для системы $bc\bar{a}$. В уравнении Шредингера для системы $bc\bar{a}$

мы будем иметь теперь линейный потенциал

$$v = -\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad (6.23)$$

и полный гамильтониан для уравнении Шредингера принимает вид

$$\hat{H} = -\frac{1}{2M} \left(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right)^2 - \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\rho} + \frac{\epsilon^2}{2M}. \quad (6.24)$$

Функция Грина для этого гамильтониана известна (см., например, [79])

$$\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) = \frac{M}{2\pi i \Delta z} \exp [i S_{cl}], \quad (6.25)$$

где $\Delta z = z_2 - z_1$ и S_{cl} есть классическое действие для гамильтониана (6.24)

$$S_{cl} = -\frac{\Delta z \epsilon^2}{2M} + \frac{M}{2\Delta z} \left[(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2 + \frac{2}{M} \int_{z_1}^{z_2} dt \boldsymbol{\rho}_2 \cdot \mathbf{f}(t)(t - z_1) + \frac{2}{M} \int_{z_1}^{z_2} dt \boldsymbol{\rho}_1 \cdot \mathbf{f}(t)(z_2 - t) - \frac{2}{M^2} \int_{z_1}^{z_2} dt \int_{z_1}^t ds \mathbf{f}(t) \cdot \mathbf{f}(s)(z_2 - t)(s - z_1) \right]. \quad (6.26)$$

Для $\mathbf{f} = \text{const}$ действие принимает вид

$$S_{cl} = -\frac{\Delta z \epsilon^2}{2M} + \frac{M}{2\Delta z} \left[(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2 + \frac{\Delta z^2 \mathbf{f} \cdot (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)}{M} - \frac{\mathbf{f}^2 \Delta z^4}{12M^2} \right]. \quad (6.27)$$

Спектр $dP/dxdL$, как и для переходов за счет перерасеяний в среде, имеет вид

$$\frac{dP}{dxdL} = 2\text{Re} \int_0^\infty dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0, z_1 = 0}. \quad (6.28)$$

Отсюда, с учетом формул (6.25), (6.27), получаем (мы пренебрегаем малым вкладом g_2 от переходов с переворотом спина)

$$\frac{dP}{dxdL} = \frac{g_1}{\pi M^2} \int_0^\infty d\tau \left\{ \left[-\frac{M^2}{\tau^2} + \frac{i\mathbf{f}^2 \tau M}{8} \right] \exp \left[-i \left(\frac{\tau \epsilon^2}{2M} + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^3}{24M} \right) \right] \right\} - \{ \mathbf{f} = 0 \}. \quad (6.29)$$

С помощью интегрирования по частям эту формулу можно преобразовать в (6.19). Таким образом, оба метода дают один и тот же спектр.

6.3 Сравнение со спектром Шурыка и Захеда [204]

Интересно сравнить наши результаты с результатами работы Шурыка и Захеда [204], в которой синхротронное излучение рассматривалось методом собственного

времени Швингера путем вычисления кваркового массового оператора в пределе мягких глюонов $x \ll 1$. Авторы получили формулу для спектра в виде интеграла по времени типа нашей формулы (6.18). В наших обозначениях формула Шурыка и Захеда (формула (20) в [204]) соответствует такой замене в подынтегральном выражении в (6.18)

$$\left(\epsilon^2 + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^2}{2}\right) \exp \left\{ -i \left[\frac{\epsilon^2 \tau}{2M} + \frac{\mathbf{f}^2 \tau^3}{24M} \right] \right\} \Rightarrow \left(\epsilon^2 + \frac{\mathbf{F}_{q'}^2 x^2 \tau^2}{2} \right) \times \exp \left\{ -i \left[\frac{\epsilon^2 \tau}{2M} + \frac{(\mathbf{F}_g^2 + \mathbf{F}_{q'}^2 x^2) \tau^3}{24M} \right] \right\}. \quad (6.30)$$

Видно, что в пределе $x \ll 1$ наш спектр не согласуется со спектром работы [204]. Во-первых, в спектре [204] аргумент экспоненты содержит $\mathbf{F}_{q'}^2 x_g^2 + \mathbf{F}_g^2$, вместо \mathbf{f}^2 в нашей формуле. Во-вторых, в предэкспоненциальном множителе, вместо \mathbf{f}^2 у нас, в [204] появляется $\mathbf{F}_{q'}^2 x_g^2$. Ясно, что наш спектр согласуется, в пределе $x_g \ll 1$, с [204] только для процессов с излучением нейтральных глюонов. Для реальных КХД процессов с заряженными глюонами и кварками спектр [204] не чувствителен к соотношению знаков зарядов конечных партонов. Это странно, так как различие в кривизне траекторий конечных частиц, которое и есть физическая причина синхротронного излучения, зависит напрямую от соотношения между зарядами конечных партонов. Кроме того, формула (20) из [204] дает явно абсурдное предсказание в пределе нулевых масс партонов для процесса $q_1 \rightarrow g_Z q_3$ в внешнем поле в цветовом состоянии A (так как в этом случае $\mathbf{F}_{q'} = 0$). Действительно, этот процесс (исключая спиновые эффекты) есть аналог синхротронного излучения в КЭД. Поэтому нет никаких причин для зануления его сечения. Отметим также, что несимметричная форма предэкспоненциального фактора по конечным партонам в спектре [204] в случае глюонных процессов $g \rightarrow gg$ должна приводить к неправильным перестановочным свойствам спектра. Таким образом, формула для неабелевого синхротронного спектра полученного в [204] явно ведет к абсурдным предсказаниям. К сожалению в работе [204], детали вычислений были опущены. Поэтому нельзя проследить детально происхождение каждого члена в конечной формуле для спектра. Возможно, расхождение с результатами [204] связано с тем, что в [204] были сделаны необоснованные перестановки глюонного фазового фактора Бома-Аронова в массовом операторе. В пользу ошибочности расчетов [204] говорят и результаты работы [205]. В этой работе синхротронное излучение в КХД рассматривалось, как и в [204], в методе Швингера. Было показано, что этот метод воспроизводит результаты нашего подхода для $x \ll 1$, которые были представлены в [26]. Отметим, что важным преимуществом нашего метода является его применимость для любых значений фейнмановской переменной x .

6.4 Численные результаты для синхротронного излучения

В численных расчетах мы используем для масс партонов те же значения что и при анализе индуцированного излучения в КГП: $m_q = 0.3$ и $m_g = 0.4$ ГэВ. На Рис. 6.3, 6.4

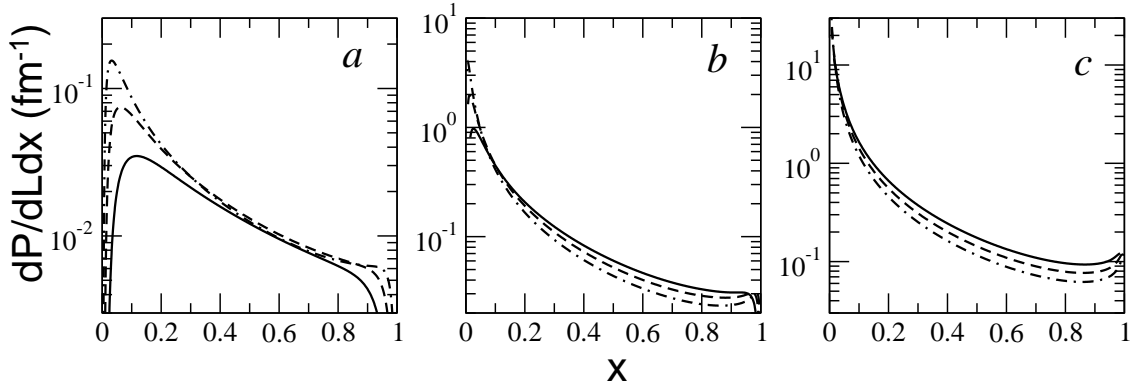


Рисунок 6.3: Спектр процесса $q \rightarrow gq$ в хромомагнитном поле в цветовом состоянии A для $\alpha_s = 0.3$, $gH_A/m_D^2 = 0.05$ (а), 0.25 (b) и 1 (c), при начальных энергиях кварка $E_q = 20$ ГэВ (сплошные линии), $E_q = 40$ ГэВ (пунктирные линии), $E_q = 80$ ГэВ (штрих-пунктирные линии).

мы приводим усредненный по цветовым состояниям спектр для переходов $q \rightarrow gq'$ и $g \rightarrow gg$ во внешнем поле в цветовом состоянии A для различных энергий начальных партонов. Вычисления выполнены для $\alpha_s = 0.3$ и величины поля $gH_A/m_D^2 = 0.05$, 0.25 и 1 , где m_D есть дебаевская масса в КГП, определенная по соотношению $m_D^2 = 2m_g^2$, как в пертурбативной схеме НТЛ [95]. Результаты для внешнего поля в цветовом состоянии B очень близки к приведенным результатам для поля A , и поэтому мы их не приводим. Уменьшение спектра при $x \rightarrow 0$ (и при $x \rightarrow 1$ для процесса $g \rightarrow gg$), которое хорошо видно для малого поля есть прямое следствие эффекта Тер-Микаеляна. Это подавление спектра уменьшается с ростом поля.

На Рис. 6.5 мы показываем спектр процесса $q \rightarrow gq'$ для различных цветных состояний кварков и глюонов. Для того чтобы лучше проиллюстрировать именно динамические аспекты, во всех случаях вершинный цветовой фактор заменялся единицей. Можно видеть, что при малых x спектр сильно растет с ростом цветового заряда глюона. По этой причине усредненный по цветовым состояниям спектр, показанный на Рис. 6.3, 6.4 доминируется процессами с заряженными глюонами.

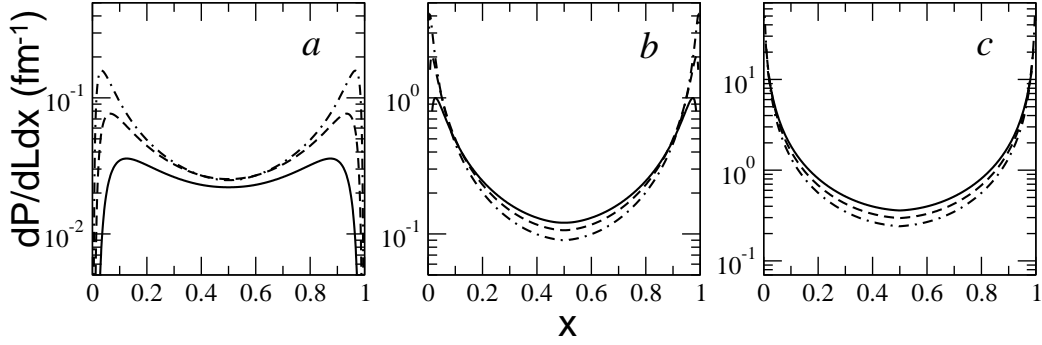


Рисунок 6.4: То же самое, что на Рис. 6.3 для процесса $g \rightarrow gg$.

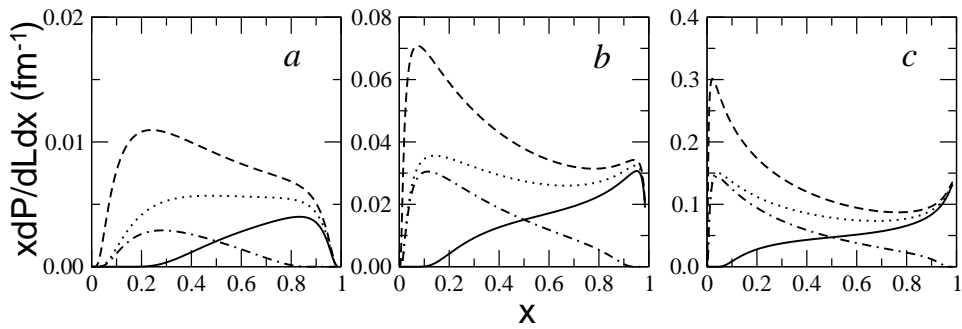


Рисунок 6.5: Спектр процесса $q \rightarrow qq$ для отдельных цветных состояний: $q_1 \rightarrow g_A q_1$ (сплошные кривые), $q_1 \rightarrow g_{\bar{X}} q_2$ (пунктирные кривые), $q_1 \rightarrow g_Z q_3$ (штрих-пунктирные кривые), $q_3 \rightarrow g_Y q_1$ (точечные кривые). Для всех процессов цветовой фактор C в (6.13) заменен единицей. Вычисления выполнены для $\alpha_s = 0.3$, $E_q = 20$ ГэВ, для магнитного поля в цветном состоянии A с $gH_A/m_D^2 = 0.05$ (a), 0.25 (b) и 1 (c).

6.5 Качественные оценки синхротронных потерь энергии для сценария КГП с магнитными полями

Для понимания потенциальной роли синхротронного механизма в охлаждении струй в АА соударениях интересно оценить вклад синхротронного излучения в радиационные энергетические потери. Разумеется, для надежной оценки этого эффекта требуется детальная информация о временной эволюции плазменных неустойчивостей в КГП. Кроме того, как мы говорили выше, последовательный анализ должен трактовать излучение глюонов за счет многократных перерассеяний в КГП и за счет взаимодействия с коллективными цветовыми полями на одних и тех же основаниях. Мы дадим очень грубую оценку синхротронного эффекта, игнорируя взаимное влияние двух механизмов излучения глюонов. Для того чтобы оценить величину коллективного поля в КГП мы будем ориентироваться на сценарий, предложенный в работе [193], в котором наблюдаемая малая вязкость КХД материи объясняется рассеянием партонов на турбулентных флуктуациях хромомангнитных полей. В этой модели отношение вязкость/энтропия $\eta/s \sim 1/g^2\xi^{3/2}$ [193], где ξ это параметр характеризующий анизотропию начального распределения партонов в КГП. Ожидается, что генерируемое магнитное поле насыщается при величине $g^2\langle H^2 \rangle \sim \xi^2 m_D^2$. Для того чтобы получить реалистическое отношение η/s необходимо предполагать, что $\xi \sim 1$. Вероятно, значение магнитного поля, которое можно получить в этом сценарии может рассматриваться как верхняя оценка. Действительно, эти оценки приводят к величине поля, при которой отношение энергии магнитного поля к энергии партонов в КГП оказывается ~ 0.3 . Более высокая доля магнитной энергии представляется нереалистичной.

Используя приведенные выше оценки для магнитного поля, мы рассчитали энергетические потери. Для $\alpha_s = 0.3$ мы получили $\Delta E/E \sim 0.1 - 0.2$ для кварков и $\Delta E/E \sim 0.2 - 0.4$ для глюонов при энергии начального партона $E \sim 10 - 20$ ГэВ. Эти оценки были получены принимая, что для АА соударений длина пути партона в поле $\sim 2 - 4$ фм. При этом мы полностью игнорировали эффекты конечного размера. Для мягких глюонов, которые доминируют в энергетических потерях, $L_c \sim 1 - 2$ фм, и подавление интенсивности излучения за счет эффектов конечного размера может быть значительным, порядка на фактор 0.5 или даже несколько сильнее. Следует также учесть, что реальное поле неоднородно, и конечный размер длины когерентности для турбулентного магнитного, L_m , поля приведет к дополнительному подавлению энергетических потерь. Если принять, что в модели [193] для неустойчивых мод магнитного поля $k^2 \lesssim \xi m_D^2$ [193], то мы получаем $L_m/L_c \sim 1$. Для такой типичной длины когерентности внешнего поля спектр излучения вполне

может быть дополнительно подавлен, по сравнению со спектром для однородного поля, фактором $\sim 0.3 - 0.5$. Таким образом, с учетом наших, весьма грубых, оценок эффектов конечного размера, можно ожидать, что для сценария модели [193], хромагнитные поля могут приводить к синхротронным энергетическим потерям с $\Delta E/E \sim 0.02 - 0.04$ для кварков и $\Delta E/E \sim 0.04 - 0.08$ для глюонов при энергии начального партона $E \sim 10 - 20$ ГэВ. Эти величины $\Delta E/E$, по порядку величины, сравнимы с вкладом столкновительных потерь. Данные оценки не учитывают тот факт, что многократные перерасеяния на конstituентах КГП должны уменьшить эффективную длину когерентности и дополнительно подавить синхротронный вклад. Надо также учитывать, что мы рассматривали весьма оптимистичный сценарий по величине полей. Поэтому наша оценка, по-видимому, является несколько завышенной. Тем не менее эффект магнитных полей, генерируемых при плазменных неустойчивостях в КГП, на энергетические потери заслуживает дальнейшего изучения. Хотя без существенного продвижения в понимании динамики плазменных неустойчивостей в КГП для АА соударений, никакие аккуратные расчеты эффекта синхротронных потерь на охлаждение струй, конечно, невозможны. В настоящее время в работах по охлаждению струй эффект магнитных полей обычно не учитывается. Мы при вычислении ядерных факторов модификации R_{AA} также не будем рассматривать сценарий с сильными коллективными полями.

6.6 Радиационные энергетические потери в глазме

Мы переходим к применению развитого формализма для оценки вклада в энергетические потери быстрых партон в АА соударениях от взаимодействия с коллективными цветовыми полями фазы глазмы. Как обычно, при обсуждении излучения глюонов мы будем определять ось z по импульсу начального партона. Соответственно, в начальный момент чисто продольные, вдоль оси соударения ядер, электрические и магнитные поля цветных трубок глазмы приводят для быстрого партона, пересекающего трубки глазмы, к силе Лоренца перпендикулярной импульсу быстрого партона (см. Рис. 6.2). Аккуратные расчеты синхротронного излучения глюонов от взаимодействия быстрых партон с глазмой в настоящее время невозможны, так как это потребовало бы детальную информацию о динамике распада и термализации полей глазмы. Однако, учитывая тот факт, что величина полей в глазме быстро убывает со временем, основной интегральный вклад в изменение поперечных импульсов партон вносит взаимодействие партон с первой цветной трубкой, которую он пересекает. Эффект же от взаимодействия с последующими трубками должен быть мал, так как поля в разных трубках некоррелированы и быстро убывают с длиной пути партон (напомним, что для партон рожденного при $z = 0$ имеет место равенство $|z| = \tau$). Поэтому для оценки эффекта глазмы на энергетические потери

представляется разумным рассмотреть простую модель, в которой однородное поле (величина которого зависит от τ) действует в течении ограниченного промежутка собственного времени $\tau \sim (2-3)/Q_s$. Таким образом, мы имеем задачу об излучении синхротронного типа для партона рожденного при $z = 0$ и распространяющегося через слой длины $L \sim (2-3)/Q_s$ в котором имеются поперечные электрическое и магнитное поля зависящие от z . Мы приведем формулы для случая процесса $q \rightarrow gq$.

Для нашей модели формула для S -матричного элемента имеет прежний вид (6.3). Только теперь мы должны использовать волновые функции исчезающие при $z < 0$. Поэтому формула (6.10) принимает вид

$$\begin{aligned} \langle gq' | \hat{S} | q \rangle &= -ig(2\pi)^3 \delta(E_g + E_{q'} - E_q) \int_0^\infty dz V(z, \{\lambda\}) \delta(\mathbf{p}_g(z) + \mathbf{p}_{q'}(z) - \mathbf{p}_q(z)) \\ &\times \exp \left\{ i \int_0^z dz' \left[\frac{\mathbf{p}_g^2(z') + m_g^2}{2E_g} + \frac{\mathbf{p}_{q'}^2(z') + m_{q'}^2}{2E_{q'}} - \frac{\mathbf{p}_q^2(z') + m_q^2}{2E_q} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Как и в (6.10), в (6.31) аргумент δ -функции от импульсов не зависит от z и может быть заменен на $\mathbf{p}_g^+ + \mathbf{p}_{q'}^+ - \mathbf{p}_q^+$, где $\mathbf{p}_i^+ = \mathbf{p}_i(\infty)$. Переписывая выражение в квадратных скобках в (6.31) как $[\mathbf{q}^2(z') + \epsilon^2]/2M$, матричный элемент (6.31) может быть записан в виде

$$\langle gq' | \hat{S} | q \rangle = -i(2\pi)^3 \delta(E_g + E_{q'} - E_q) \delta(\mathbf{p}_g^+ + \mathbf{p}_{q'}^+ - \mathbf{p}_q^+) T, \quad (6.32)$$

$$T = g \int_0^\infty dz V(\mathbf{q}(z), \{\lambda\}) \exp \left\{ i \int_0^z dz' \left[\frac{\mathbf{q}^2(z') + \epsilon^2}{2M} \right] \right\}. \quad (6.33)$$

С помощью стандартного золотого правила Ферми распределение глюонов может быть записано через амплитуды T в форме (ниже для краткости мы обозначаем энергию глюона E_g как ω)

$$\frac{dN}{d\omega d\mathbf{q}} = \frac{|T|^2}{8(2\pi)^3 E_q^3 x(1-x)}. \quad (6.34)$$

Здесь (и ниже) мы не показываем усреднение по начальным и суммирование по конечным цветовым и спиновым состояниям. Для нулевого внешнего поля импульс $\mathbf{q}(z)$ в (6.33) не зависит от z и равен конечному импульсу при $z = \infty$ (мы будем обозначать его \mathbf{q}). В этом случае уравнение (6.33) дает вакуумную амплитуду процесса расщепления $q \rightarrow gq'$

$$T_v = gV(\mathbf{q}, \{\lambda\}) \frac{2iM}{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}. \quad (6.35)$$

Подставляя (6.35) в (6.34), мы получаем обычное распределение теории возмущений, в лидирующем порядке по α_s , для перехода $q \rightarrow gq'$ (здесь и ниже мы пренебрегаем переходами с переворотом спина кварка ($\propto m_q^2$), которые дают пренебрежимо малый

вклад)

$$\frac{dN_v}{d\omega d\mathbf{q}} = \frac{2C_F\alpha_s}{\pi^2 x E_q} \left(1 - x + \frac{x^2}{2}\right) \frac{\mathbf{q}^2}{(\mathbf{q}^2 + \epsilon^2)^2}. \quad (6.36)$$

Для ненулевого внешнего поля мы запишем амплитуду T в виде суммы

$$T = T_v + T_s, \quad (6.37)$$

где T_s описывает синхротронный вклад от внешнего поля. Так как импульс \mathbf{q} меняется с z только при $z < L$, то из (6.33) можно получить

$$T_s = g \int_0^L dz V(\mathbf{q}(z), \{\lambda\}) \exp \left\{ i \int_0^z dz' \left[\frac{\mathbf{q}^2(z') + \epsilon^2}{2M} \right] \right\} - [\mathbf{q}(z) \rightarrow \mathbf{q}]. \quad (6.38)$$

В терминах амплитуд $T_{v,s}$ синхротронная поправка к чисто пертурбативному спектру (6.36) имеет вид

$$\frac{dN_s}{d\omega d\mathbf{q}} = \frac{2\text{Re}(T_v T_s^*) + |T_s|^2}{8(2\pi)^3 E_q^3 x(1-x)}. \quad (6.39)$$

Синхротронная поправка к спектру по ω получается из (6.39) интегрированием по \mathbf{q} . В отличие от вакуумного спектра (6.36), который $\propto 1/\mathbf{q}^2$ при больших \mathbf{q}^2 , и без ограничений на \mathbf{q}^2 дает логарифмически расходящийся ω -спектр, интеграл по \mathbf{q} для синхротронной поправки сходится при больших \mathbf{q}^2 .

Спектр глюонов по ω может быть получен и непосредственно в рамках ЛСРП техники через функцию Грина. Выражение для ω -спектра имеет вид

$$\frac{dN_s}{d\omega} = \frac{2}{E_q} \text{Re} \int_0^\infty dz_1 \int_{z_1}^\infty dz_2 \Lambda(z_1, z_2, x) [\mathcal{K}(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1) - \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\rho}_2, z_2 | \boldsymbol{\rho}_1, z_1)] \Big|_{\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = 0}. \quad (6.40)$$

Здесь Λ это наш обычный вершинный оператор, \mathcal{K} функция Грина определяемая уравнениями (6.25), (6.26), и \mathcal{K}_v , как всегда, есть вакуумная функция Грина соответствующая гамильтониану (6.24) с $\mathbf{f} = 0$. Отметим, что член \mathcal{K}_v в (6.40) соответствует вычитанию вакуумного спектра из (6.34) при получении синхротронной поправки (6.39).

Следует сказать, что реально спектр по энергии глюонов для глазмы не может быть аккуратно вычислен для $\omega \lesssim 5$ ГэВ, так как для таких мягких глюонов малоугловое приближение, как показывают наши численные расчеты по формуле (6.39), становится неприменимо. Поэтому фактически наши результаты для синхротронных потерь энергии должны трактоваться как качественные при $\omega \lesssim 5$ ГэВ.

В наших численных расчетах мы брали $L = 2/Q_s$ с $Q_s = 1$ ГэВ для RHIC $Q_s = 1.4$ ГэВ для LHC. Это дает $L(\text{RHIC}) \approx 0.4$ фм и $L(\text{LHC}) \approx 0.28$ фм. Чтобы фиксировать зависимость от z силы Лоренца, которую чувствует быстрый партон при $\tau = z < L$,

мы использовали зависимость от τ плотности энергии в глазме полученную в решеточных расчетах в работе Лаппи [199]. Напомним, что для наших расчетов нам нужно знать только компоненты полей перпендикулярные к импульсу начального партона. При $\tau \ll 1/Q_s$, когда электрические и магнитные поля направлены вдоль оси AA соударения [69, 70], сила Лоренца, действующая на каждый партон, направлена перпендикулярно оси z . При таких временах для единичного заряда $F^2 = 2g^2\varepsilon$, где $\varepsilon = (E^2 + H^2)/2$ есть плотность энергии поля. Однако это соотношение не работает при $\tau \gtrsim 1/Q_s$, когда вклад в энергию поля поперечных (к оси AA соударения) компонент поля становится приблизительно равен вкладу от компонент вдоль оси соударения ядер [199]. Так как только половина вклада в энергию поля идет от поперечных (к оси соударения ядер) компонент поля, которые при этом дают нужные нам компоненты силы Лоренца, то мы можем написать в этом режиме $F^2 = g^2 3\varepsilon/2$. Мы будем использовать это соотношение для того, чтобы фиксировать силы Лоренца из энергии поля глазмы полученной в работе [199].

Результаты работы [199] представлены в терминах константы связи КХД g и массового параметра μ , используемого в модели цветных вейцеккер-вильямских полей ядер в схеме CGC [195, 196]. В этой схеме массовый параметр μ связан с импульсной шкалой насыщения соотношением $Q_s \approx 6g^2\mu/4\pi$. Путем экстраполяции решеточных результатов к непрерывному пределу, Лаппи получил $\varepsilon(\tau = 1/g^2\mu) = 0.26(g^2\mu)^4/g^2$, а при $\tau \gtrsim 1/g^2\mu$ плотность энергии убывает как $\sim 1/\tau$. Мы использовали приведенные выше значения $\varepsilon(\tau = 1/g^2\mu)$ для того, чтобы зафиксировать нормировку энергии, а зависимость энергии от τ была определена из результатов для $g^2\varepsilon/(g^2\mu)^4$ приведенных на Рис. 3 из [199]. В [199] плотность энергии глазмы вычислялась при $g = 2$, и $g^2\mu = 2$ ГэВ для RHIC и $g^2\mu = 3$ ГэВ для LHC. Отметим, что это дает плотность энергии глазмы при $\tau = 1/g^2\mu$, которая хорошо согласуется с плотностью энергии КПП в модели Бьеркена [178], которую можно получить из данных по множественностям заряженных частиц для $Au + Au$ соударений при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ на RHIC и $Pb + Pb$ соударений при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ на LHC используя отношение энтропия/множественность $dS/dy/dN_{ch}/d\eta = 7.67$, полученное в работе [206]. В терминах температуры КПП эти плотности энергии глазмы соответствуют $T_0 \approx 300$ МэВ для RHIC, и $T_0 \approx 400$ МэВ для LHC при $\tau_0 = 0.5$ фм. Мы использовали эти параметры для фиксации силы Лоренца. Для константы связи в вершине перехода $q \rightarrow qg$ мы также брали $g = 2$, что соответствует $\alpha_s \approx 0.318$. Мы брали для массы кварка $m_q = 0.3$ ГэВ. Однако результаты слабо зависят от m_q . Для массы глюона мы брали $m_g = 0.75$ ГэВ. Это значение было получено при анализе данных по структурной функции протона F_2 при малых бьеркеновских x в рамках дипольного уравнения БФКЛ [154]. Это значение хорошо согласуется с естественным инфракрасным обрезанием для излучения глюонов $m_g \sim 1/R_c$, где $R_c \approx 0.27$ фм есть глюонный корреляционным радиус в КХД вакууме [149].

Наши расчеты показывают, что результаты для внешнего поля в цветных состояниях A и B очень близки. Ниже мы приводим кривые для плоского спектра

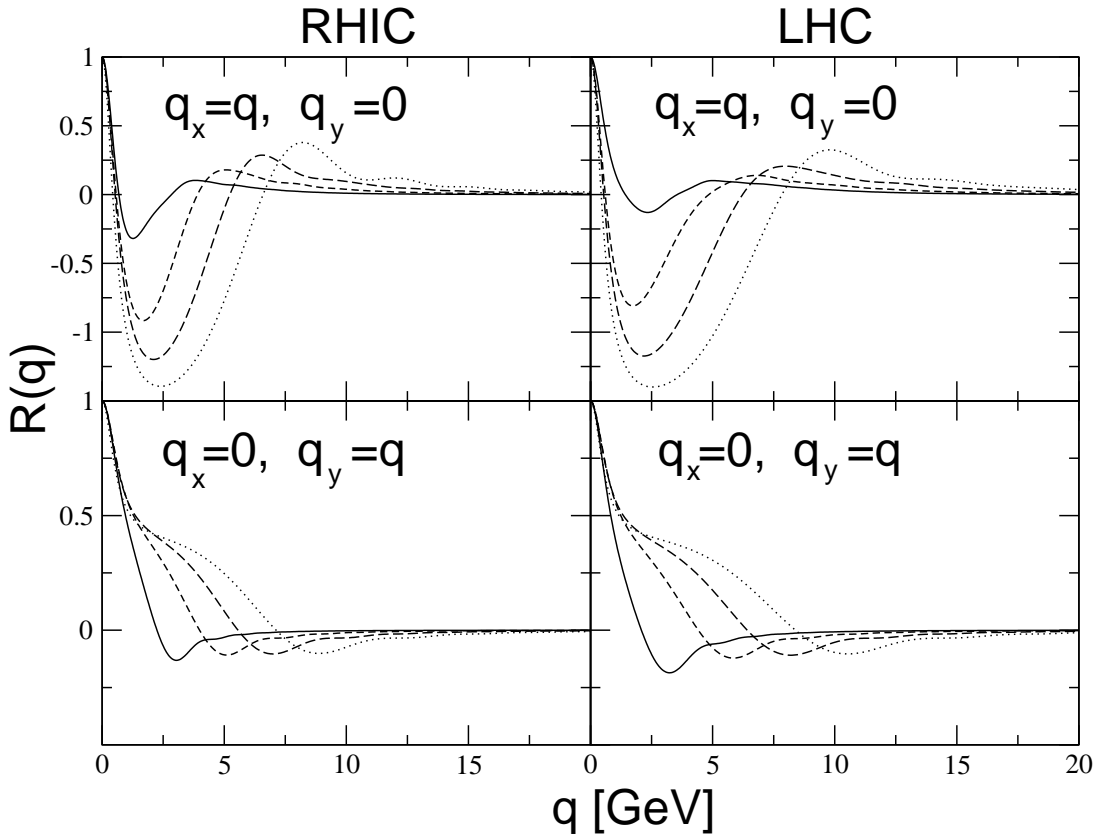


Рисунок 6.6: Отношение $R(q) = dN_s/d\omega d\mathbf{q} / dN_s/d\omega d\mathbf{q} \Big|_{\mathbf{q}=0}$ для процесса $q \rightarrow gq$ при $E_q = 50$ ГэВ, полученное используя (6.39) для условий RHIC (слева) и LHC (справа) для энергий глюона $\omega = 2$ (сплошные кривые), 5 (пунктир), 10 (длинный пунктир), и 25 (точечные кривые) ГэВ. Поперечный импульс есть $\mathbf{q} = (q, 0)$ (верхние панели), и $\mathbf{q} = (0, q)$ (нижние панели), здесь ось x в плоскости \mathbf{q} параллельна силе Лоренца \mathbf{f} , а ось y перпендикулярна ей.

Для того чтобы проиллюстрировать зависимость интенсивности синхротронного излучения глюонов от поперечного импульса на Рис. 6.6 мы приводим распределение $dN_s/d\omega d\mathbf{q}$ в масштабе его значения при $\mathbf{q} = 0$ для \mathbf{q} вдоль осей x и y (ось x определена вдоль силы Лоренца, а ось y перпендикулярна силе Лоренца). Результаты приведены для начальной энергии кварка $E = 50$ ГэВ и $\omega = 2, 5, 10, 25$ ГэВ для условий RHIC и LHC. Зависимость от q_x на Рис. 6.6 показана для распределения усредненного по двум направлениям силы Лоренца. Из Рис. 6.6 видно, что вклад глазмы в спектр глюонов имеет сложную зависимость от \mathbf{q} с областью где этот вклад оказывается отрицательным. Появление отрицательного $dN_s/d\omega d\mathbf{q}$ говорит о существенном вкладе интерференции амплитуд T_v и T_s в формуле (6.39). Это показывает, что эффекты конечного размера очень важны для вклада глазмы в спектр глюонов для условий RHIC и LHC (см. ниже). Из Рис. 6.6 видно, что распределение по \mathbf{q} оказывается весь-

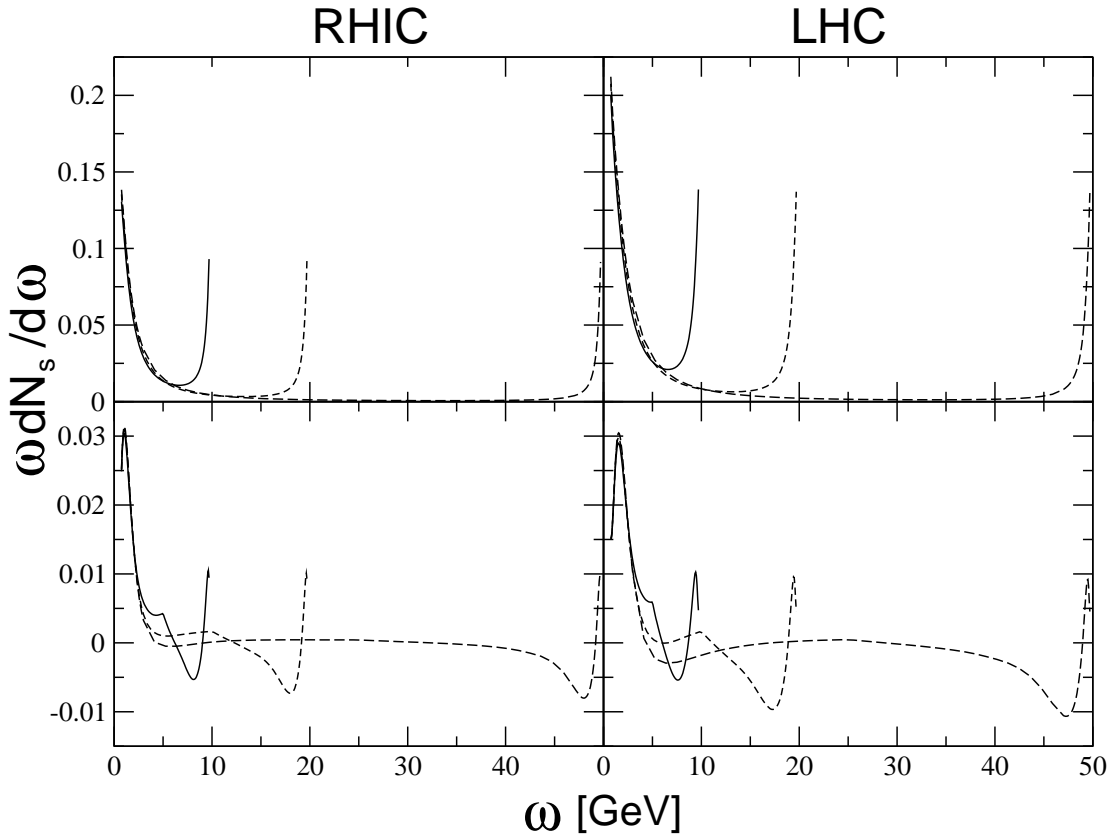


Рисунок 6.7: Спектр $\omega dN_s/d\omega$ для процесса $q \rightarrow gq$ при $E_q = 10$ (сплошные), 20 (пунктир), и 50 (длинный пунктир) ГэВ для условий RHIC (слева) и LHC (справа), полученный из (6.39) без кинематических ограничений на поперечный импульс (верхние панели) и с ограничениями $|\mathbf{q}| < \min(\omega, E - \omega)$ (нижние панели).

ма широким и излучение глюонов при больших углах явно важно при $\omega \lesssim 5$ ГэВ. В то время как наш подход, строго говоря, справедлив только при углах $\ll 1$. По этой причине для спектра проинтегрированного по поперечным импульсам $dN_s/d\omega$ наш подход может дать только оценку величины вклада глазмы в энергетические потери для партонов с $\omega \lesssim 5$ ГэВ. Обнаруженный нами значительный вклад в синхротронные потери от области больших переданных импульсов выглядит несколько неожиданным. Действительно, можно было бы ожидать, что типичные поперечные импульсы должны быть $\sim Q_s$ (так как сила Лоренца $\sim Q_s^2$ и длина пути в поле $\sim 1/Q_s$).

Мы вычислили спектр $dN_s/d\omega$ для двух различных вариантов: (а) без ограничений на поперечные импульсы (игнорируя несправедливость нашего подхода при больших углах), и (б) накладывая кинематические ограничения $|\mathbf{q}| < \min(\omega, E - \omega)$ (в этой области углы $\lesssim 1$ и погрешность наших формул не должна быть большой). На Рис. 6.7 мы приводим $\omega dN_s/d\omega$ для условий RHIC (слева) и LHC (справа) для (а) (вверху) и (б) (снизу) вариантов. Можно видеть, что энергетические потери концентрируются при $\omega \lesssim 5$ ГэВ. В этой области кинематические ограничения подавляют спектр на фактор ~ 5 . Разумно предположить, что наши результаты для наших

двух вариантов (а) и (б) определяют зону, в которой должны находиться реальные энергетические потери связанные с взаимодействием партонов с цветовыми полями глазмы.

Результаты представленные на Рис. 6.7 показывают, что эффект глазмы на радиационные энергетические потери для условий RHIC и LHC сравнительно мал. Действительно, даже без кинематических ограничений, распределения, показанные на Рис. 6.7, оказываются на фактор $\sim 10 - 20$ меньше чем вклад индуцированного глюонного излучения в КПП. Это также видно из вычисления полной потери энергии $\Delta E = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} d\omega \omega dN_s/d\omega$. Принимая $\omega_{min} = m_g$ и $\omega_{max} = E_q/2$, без кинематических ограничений мы получили для RHIC (LHC) $\Delta E \approx 184$ (320), 234 (414), и 276 (495) МэВ для $E_q = 10, 20,$ и 50 ГэВ, соответственно. Для того же набора E_q , но с наложением кинематических ограничений мы получили $\Delta E \approx 48$ (63), 49 (59), и 45 (39) МэВ. Эти значения получены с $m_g = 0.75$ ГэВ. Для того чтобы оценить инфракрасную чувствительность мы выполнили расчеты и для $m_g = 0.4$ ГэВ. В этом случае мы получили довольно слабое увеличение $\sim 10 - 20\%$ в величине ΔE . Мы также изучили чувствительность к L . Если мы возьмем $L = 3/Q_s$ (которое, видимо, слишком велико, так как поля глазмы должны становиться хаотическими на таких временах), то энергетические потери увеличатся максимум на фактор $\sim 1.5 - 2$. Полученные значения ΔE оказываются много меньше чем энергетические потери вследствие индуцированного излучения глюонов в КПП $\Delta E \sim 5 - 15$ (10 - 30) ГэВ для условий RHIC (LHC) при $E_q \sim 10 - 50$ ГэВ [20].

Таким образом, наши вычисления показывают, что, несмотря на огромную силу Лоренца, действующую на партоны в глазме, эффект глазмы на энергетические потери партонов оказывается мал. Эта малость, частично, есть следствие очень сильных эффектов конечного размера. Так как, аналогично индуцированному излучению глюонов, синхротронное глюонное излучение сильно подавляется когда длина пути партона в поле одного порядка (или меньше) длины когерентности для излучения глюона L_c (6.21). Физически механизм этого подавления такой же как в случае взаимодействия партонов с КПП: отсутствие у быстрого партона рожденного в жестком процессе при $\tau = 0$ сформированного облака виртуальных глюонов.

Для того чтобы увидеть яснее насколько велик эффект конечного размера, мы провели вычисление соответствующего фактора подавления, S . Мы определяем его как отношение $S = dN_s/d\omega / dN'_s/d\omega$, где $dN_s/d\omega$ есть наш ω -спектр без кинематических ограничений (6.40), а $dN'_s/d\omega$ это спектр в приближении нулевой длины формирования, определяемый как $dN'_s/d\omega = \int_0^L dz dN_s(z)/dzd\omega$. Здесь $dN_s(z)/dzd\omega$ это глюонный спектр синхротронного излучения на единице длины (также вычисленный без кинематических ограничений) для однородного поля, величина которого равна реальному локальному полю в точке z . В LCPI подходе этот спектр вычисляется по формуле (6.28) Для слоя с полем очень большого размера с плавной зависимостью

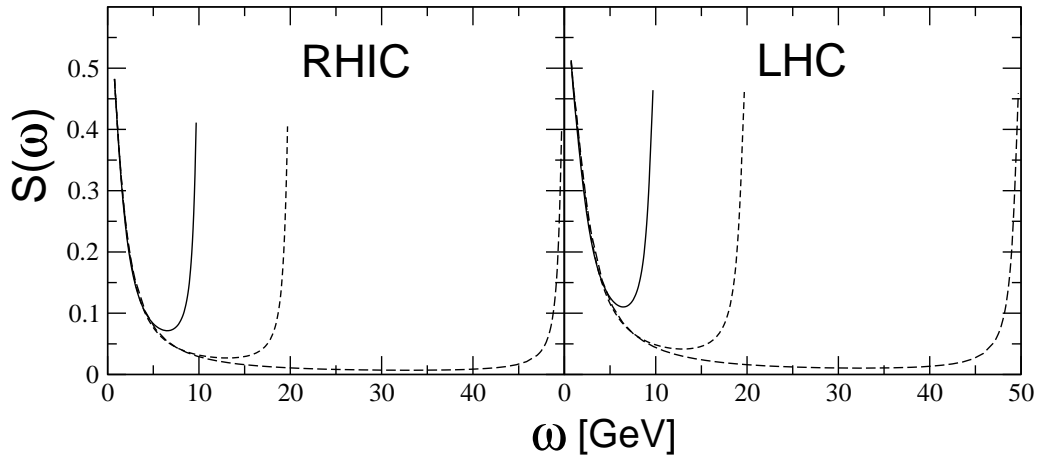


Рисунок 6.8: Фактор подавления спектра глюонов от эффектов конечного размера для процесса $q \rightarrow gq$ для условий RHIC (слева) и LHC (справа) для ω -распределения полученного без кинематических ограничений на поперечный импульс (детали см. в тексте). Кривые получены для $E_q = 10$ (сплошные), 20 (пунктир), и 50 (длинный пунктир) ГэВ.

от z силы Лоренца, когда при каждом z локальная глюонная длина когерентности/формирования удовлетворяет условию $L_f \ll z$, локальный спектр $dN_s(z)/dzd\omega$ становится хорошо определен. В этом случае фактор S был бы близок к единице. Таким образом, отличие S от единицы характеризует силу эффектов конечного размера. На Рис. 6.8 мы приводим фактор S для условий RHIC и LHC для нескольких значений энергии кварка. Из Рис. 6.8 видно, что в области $\omega \lesssim 5$ GeV, доминирующей энергетические потери, эффекты конечного размера подавляют спектр в 3 – 5 раз. Такое сильное подавление совсем не удивительно, так как в этой области длина когерентности/формирования одного порядка с временем жизни глазмы.

Мы представили результаты для процесса $q \rightarrow gq$. Для процесса $g \rightarrow gg$ распределение $dN_s/dxd\mathbf{q}$ симметрично относительно замены $x \leftrightarrow 1 - x$. При $x \lesssim 0.5$ оно очень похоже по форме на распределение для процесса $q \rightarrow gq$, но усилено цветовым фактором отношения операторов Казимира $\sim C_A/C_F = 9/4$.

6.7 Выводы

В этой главе мы развили квазиклассический формализм для расчета неабелевого аналога синхротронного излучения. Наши результаты для синхротронного излучения глюонов в однородных цветных полях расходятся с результатами Шурыяка и Захеда [204]. Мы привели аргументы, показывающие ошибочность формул для синхротронного спектра глюонов полученных в [204]. Результаты более позднего анализа синхротронного излучения глюонов, выполненного в работе [205] в подходе Швингера подтвердили наши вычисления. Мы выполнили качественные оценки для ради-

ационных энергетических потерь от синхротронного излучения в коллективных цветных полях в КГП связанных с плазменными неустойчивостями. Эти оценки показывают, что синхротронные потери могут быть важны (порядка столкновительных потерь) только для сценария с большим вкладом коллективных полей в полную энергию плазмы в начальной стадии ее эволюции. Мы также развили формализм для потерь быстрых партонов в AA соударениях синхротронного типа в коллективных цветных полях плазмы с временем жизни $\tau \sim 1/Q_s$, еще до формирования КГП. Наши численные расчеты показывают, что значительный вклад в энергетические потери в плазме идет от глюонов излучаемых под углами ~ 1 . Полный вклад в энергетические потери от синхротронных потерь в плазме оказывается мал. Данный факт очень важен с точки зрения использования анализа данных по охлаждению струй для диагностики параметров КГП.

Глава 7

Энергетические потери быстрых партонов и охлаждение струй в КХД материи рождающейся в AA соударениях

7.1 Введение

Энергетические потери быстрых партонов в КХД материи в соударениях ядер должны приводить к модификации структуры струй, делая функции фрагментации (ФФ) для перехода начального партона в наблюдаемые частицы более мягкими (что оправдывает название охлаждение струй (jet quenching)). Схематически формирование струй в AA соударениях в присутствии родившейся КГП показано на Рис. 2. Охлаждение струй может быть связано с радиационными и столкновительными энергетическими потерями быстрых партонов в КГП. Первые оценки столкновительных энергетических потерь в КГП были сделаны Бьеркеном [60]. Одним из важнейших следствий охлаждения струй является подавление спектров частиц с большими p_T . Эффект охлаждения струй, обнаруженный в экспериментах по AA соударениям на RHIC и LHC, оказался очень сильным. Адронные спектры в AA соударениях оказались подавленными на фактор порядка $R_{AA} \sim 0.15-0.2$ при $p_T \sim 5-10$ ГэВ [61–63]. Ядерный фактор модификации R_{AA} характеризует подавление спектра по сравнению с ожидаемым при полном отсутствии взаимодействия струй в конечном состоянии в КХД материи. Формальное определение R_{AA} через инклюзивные сечения для AA и pp соударений будет дано ниже.

Для нецентральных соударений ядер (как показано на Рис. 7.1) из-за несимметричной формы плазменного файерболла зависимость длины пути струи в КГП от азимутального угла ϕ должна приводить к азимутальной зависимости R_{AA} , которая

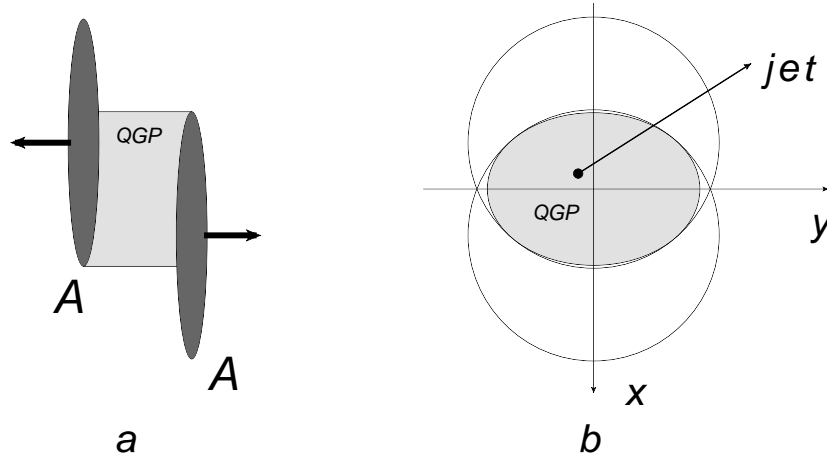


Рисунок 7.1: (а) Схематичный вид AA соударения с рожденной КГП после взаимодействия ядер по оси y (в системе центра масс ядер, если ось z определена вдоль импульсов ядер, а ось x по вектору относительного расстояния в плоскости прицельных параметров); (б) состояние после AA соударения вдоль оси z , показана возможная геометрия распространения струи в КГП для центральной области быстрот (то есть для струи с $p_z = 0$), когда импульс начального жесткого партона лежит в плоскости прицельных параметров.

обычно характеризуется азимутальными коэффициентами асимметрии v_n в разложении Фурье спектров по азимутальному углу ϕ . Извлечение информации о КГП посредством анализа экспериментальных данных по модификации струй в AA соударениях получило в литературе название струйной томографии (jet tomography) [111]. Хотя этот термин, конечно, сильно преувеличивает возможности получения информации о КГП из данных об охлаждении струй. На практике этот метод может дать только информацию качественного характера о параметрах КГП, но в тоже время он оказался существенно более информативным, чем широко обсуждавшийся тест на рождение КГП по подавлению выхода J/ψ -кваркония [207].

В этой главе мы применяем развитый в главе 3 формализм для анализа радиационных энергетических потерь быстрых партонов в КХД материи рождающейся в соударениях ядер и расчета ядерного фактора модификации R_{AA} . Мы проведем сравнение с данными по R_{AA} для легких и тяжелых флейворов, полученными на RHIC и LHC. Одна из основных целей в этом анализе это, конечно, исследовать насколько данные по охлаждению струй совместимы с результатами данных по множественностям адронов, которые примерно фиксируют энтропию КГП, и описанием мягких ($p_T \lesssim 2$ ГэВ) спектров адронов в гидродинамических моделях, которые позволяют оценить время термализации КХД материи τ_0 [182, 183]. Но надо иметь в виду, что теоретические неопределенности в расчетах охлаждения струй достаточно велики (в основном из-за проблемы учета излучения многих глюонов). Однако можно ожидать, что если параметры модели уже фиксированы для какого либо процесса, то само изменение физических величин, например R_{AA} , при переходе к другому про-

цессу должно иметь существенно меньшие неопределенности. Поэтому, например, очень интересно для проверки модели сравнить результаты по охлаждению струй для легких и тяжелых флейворов.

Вычисления в рамках подхода BDMPS [78] и подхода LCPI [3] показывают, что для партонов высоких энергий радиационные процессы доминируют энергетические потери [13, 20]. Однако в ряде работ [208–210] утверждалось, что столкновительные потери могут быть сравнимы, или даже больше, чем радиационные потери. Следует сказать, что аккуратное сравнение вкладов двух механизмов в энергетические потери в упомянутых работах реально не проводилось. Так в работе [210] даже для однородной плазмы радиационные потери были вычислены некорректно. Авторы использовали кинематический фактор подавления радиационных потерь из работы [88], который, как показывают наши расчеты (см. главу 4) сильно переоценивает кинематическое подавление. Вопрос о столкновительных потерях стал особенно актуальным после обнаружения на RHIC [211–213] и LHC [214] сильного подавления спектра электронов от полуплептоновых распадов тяжелых мезонов (называемых в литературе нефотонными электронами), которое указывает, что подавление спектров тяжелых и легких адронов близки друг другу. Это казалось странным с точки зрения предсказанного в работе [123] сильного уменьшения радиационных потерь тяжелых кварков из-за эффекта мертвого конуса (dead cone effect) для массивных кварков. Поэтому вопрос о подавлении выхода нефотонных электронов в АА соударениях стал активно обсуждаться в литературе [174, 215–221]. Однако определенного консенсуса в вопросе о том можно ли в пертурбативной КХД объяснить эффект подавления нефотонных электронов достигнуто не было.

Факт малости R_{AA} для нефотонных электронов был воспринят многими авторами как сигнал того, что из-за эффекта мертвого конуса [123] подавление тяжелых кварков нельзя объяснить в картине с доминирующим вкладом радиационного механизма. К сожалению, теоретические неопределенности для радиационных и столкновительных потерь велики. Скажем, результаты очень чувствительны к величине заряда α_s (бегущего или фиксированного [17, 222]), результаты также зависят от описания инфракрасной области [17]. Поэтому для аккуратного сравнения вкладов радиационного и столкновительного механизмов в энергетические потери важно проводить сравнение с одинаковой параметризацией α_s и при одинаковом описании инфракрасной области. В этой главе мы проведем такие вычисления для расширяющейся КПП для условий RHIC и LHC. Мы будем вычислять радиационные потери в рамках подхода LCPI по формулам раздела 3.3 главы 3. Для вычисления столкновительных потерь от партоновых процессов $2 \rightarrow 2$ мы будем использовать метод Бьеркена [60]. Однако, в отличие от анализа Бьеркена, мы аккуратно трактуем кинематику бинарных соударений и флуктуации передач импульса, связанные с движением партонов в КПП. Для инфракрасного обрезания, как и в работе [60], мы используем дебаевскую

массу в пропагаторе глюона. Формально, в рамках пертурбативной КХД, более аккуратная трактовка инфракрасной области возможна в схеме HTL [95]. Однако, для условий RHIC и LHC, когда температура плазмы $T \lesssim (2 - 3)T_c$ и константа связи $g \sim 1.5 - 2$, применимость схемы HTL сомнительна. Скажем, предсказываемое в этой схеме, отсутствие магнитной дебаевской массы находится в резком противоречии с решеточными расчетами [163, 223], которые показывают, что магнитная дебаевская масса не сильно отличается от электрической дебаевской массы [164]. Важно также, что HTL схема не позволяет последовательно учесть бегущий заряд при вычислении энергетических потерь [224, 225], который оказывается очень важен [222]. В наших вычислениях радиационных и столкновительных энергетических потерь инфракрасное обрезание для t -канальных глюонных обменов выполняется единообразно. Это должно уменьшать теоретические неопределенности в отношении вкладов этих двух механизмов в энергетические потери.

Важное преимущество подхода LCPI в контексте проблемы тяжелых кварков это возможность вычислять энергетические потери вне рамок приближения мягких глюонов, которое использовалось в работах [174, 215, 217, 218]. Это особенно важно для c -кварка. Действительно, как мы видели спектр глюонов по x зависит от массы кварка только через параметр

$$\frac{1}{L_f} = \frac{[m_q^2 x^2 + m_g^2 (1-x)^2]}{2x(1-x)E}, \quad (7.1)$$

в гамильтониане (3.22) для уравнения Шредингера. Поэтому масса кварка становится существенна при $m_q^2 x^2 \gtrsim m_g^2 (1-x)^2$. Принимая $m_g \sim 400$ МэВ [146], мы видим, что это происходит при $x \gtrsim 0.3$ для c -кварка и $x \gtrsim 0.1$ для b -кварка, а ниже этих значений x чувствительность к массам кварков должна быстро пропадать. Аккуратные численные расчеты, приведенные в главе 5, подтверждают эти качественные оценки. Отметим, что эти расчеты показывают, что при энергии $\sim 10 \div 20$ ГэВ для конечной КПП массовое подавление радиационных потерь может быть значительно слабее предсказываемого в модели мертвого конуса [123], а при более высоких энергиях радиационные потери тяжелых кварков могут превышать потери легких кварков. Поэтому нельзя сказать, что обнаруженное сильное подавление нефотонных электронов выглядит очень странным.

7.2 Модель для расширяющейся КХД материи в АА соударениях

Мы будем описывать КХД материю, рождающуюся АА соударениях, в модели Бьеркена [178] с чисто продольным расширением среды. В этой модели предпола-

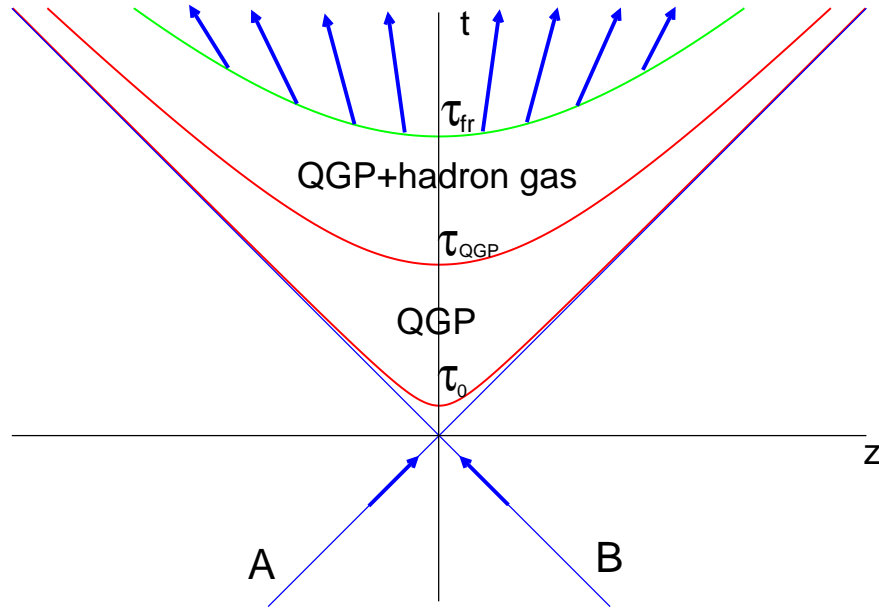


Рисунок 7.2: Качественная схема эволюции КХД материи в АА соударениях в плоскости (t, z) . τ_0 рассматривается как собственное время начала гидродинамического расширения среды, τ_{QGP} обозначает время жизни КГП, τ_{fr} обозначает начало режима свободного разлета адронов.

гается, что в центральной области быстрой $y \sim 0$ (напомним, что быстрая есть $y = \frac{1}{2} \ln((t+z)/(t-z))$, не путать ее с поперечной координатой) рождающаяся материя примерно инвариантна относительно продольных лоренцевских сдвигов. Это отличает гидродинамику в модели Бьеркена [178] от движения материи в модели Ландау [226], в которой предполагалось, что расширение материи (тоже близкое к чисто продольному) начинается из сильно сжатого, покоящегося (в системе центра масс АА соударения) вещества, образованного в начальной фазе соударения. В модели Бьеркена плотности энтропии $s \propto 1/\tau$. Как отмечалось в работе Бьеркена [178], этот закон должен быть хорошим приближением до времен порядка размера ядра. Затем при $\tau \gtrsim R_A$ (здесь R_A радиус ядра) поперечное расширение должно приводить к быстрому охлаждению среды. Схематично эволюция КХД материи в плоскости (t, z) в картине Бьеркена показана на Рис. 7.2. На Рис. 7.2 область QGP+hadron gas показывает смешанную фазу сосуществования пузырей КГП и адронного газа (как это предполагалось в работе [60]). В реальности для КГП с почти нулевым барионным зарядом (то есть малым химическим потенциалом $\mu_B \approx 0$), как это имеет место для КХД материи в центральной области быстрой для энергий RHIC и LHC, должен иметь место не фазовый переход КГП–адронный газ, а кроссовер (crossover) с быстрым изменением плотности энтропии [144, 145] при $T_c \approx 160$ МэВ. С точки зрения вычисления энергетических потерь это не очень важно, так как эти потери доминируются областью сравнительно далеко от области $T \sim T_c$. Поэтому энергетические

потери слабо чувствительны к модели описания КХД материи в хвостовой области с $T \lesssim T_c$.

Мы будем использовать для КГП модель идеального газа, для которой плотность энтропии есть $s = (32/3 + 7N_F)T^3/15$. Для учета массового подавления странных кварков в КГП мы берем дробное число флейворов $N_F = 2.5$. Тогда для чисто плазменной фазы температура плазмы удовлетворяет соотношению $T^3\tau = T_0^3\tau_0$ (здесь T_0 это начальная температура КГП при $\tau = \tau_0$). В этой фазе плотность партонов в КГП, которую чувствует быстрый партон в точке z $n(z) \propto 1/z$ для $z > \tau_0$. Мы будем брать $\tau_0 = 0.5$ фм. Время жизни плазменной фазы дается формулой $\tau_{QGP} = \tau_0(T_0/T_c)^3$, где $T_c \approx 160$ МэВ. Для условий RHIC и LHC $T_0/T_c \sim 2 - 3$. Поэтому плазменная фаза в AA-соударениях может существовать практически до $\tau \sim R_A$. Для $\tau > \tau_{QGP}$, в модели с чисто продольным разлетом, Бьеркен записывал плотность энтропии в виде

$$s = f_{QGP}(\tau)s_{QGP}(T_c) + (1 - f_{QGP}(\tau))s_h(T_c), \quad (7.2)$$

$$f_{QGP} = \frac{\tau_{QGP} - r\tau}{\tau(1 - r)}, \quad r = s_h(T_c)/s_{QGP}(T_c), \quad (7.3)$$

где s_{QGP} и s_h плотности энтропии в плазменной и адронной фазах. Формула (7.3) работает до $\tau = \tau_{QGP}/r$. Плотность энтропии адронной фазы (фактически пионного газа) сильно подавлена по сравнению с плотностью энтропии КГП (на фактор отношения числа степеней свободы $s_h/s_{QGP} \sim 3/(8 \cdot 2 + N_F \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2)$) Поэтому мы имеем $r \ll 1$ и в области $\tau \lesssim (1 - 2)R_A$, которая интересна с точки зрения охлаждения струй, можно считать, что число цветных конstituентов (важное для энергетических потерь) $n(z) \propto 1/z$ для всех $z > \tau_0$. В любом случае, это предположение не может вести к большим ошибкам, так как численные расчеты показывают, что вклад в энергетические потери от области $z \gtrsim R_A$ очень мал. В случае кроссовера, а не фазового перехода, длительная область смешанной фазы в модели Бьеркена будет соответствовать длительному пребыванию в состоянии в области кроссовера с резкой зависимостью плотности энтропии от T . Важно, что при этом сам закон $s \propto 1/\tau$ не меняется. Если предполагать, что эффективное число цветовых конstituентов $\propto s$, то с точки зрения вычисления энергетических потерь модель Бьеркена, с приближительным законом $n \propto 1/\tau$, представляется вполне разумной. При этом сама температура в наших вычислениях будет играть чисто вспомогательную роль, так как мы будем фиксировать энтропию из экспериментальной множественности адронов в AA соударениях. Для отношения энтропия/множественность мы используем предсказания работы [206]

$$\frac{dS}{dy} \bigg/ \frac{dN_{ch}}{d\eta} \approx 7.67, \quad (7.4)$$

где dS/dy плотность энтропии на единицу быстроты y , а $dN_{ch}/d\eta$ плотность числа заряженных частиц на единичный интервал псевдобыстроты η . Формула (7.4) учитывает небольшое отклонение y от η .

Средняя плотность энтропии на единицу объема s может быть определена из dS/dy по известному соотношению Бьеркена

$$s(\tau) \approx \frac{1}{S_{ov}\tau} \frac{dS}{dy}, \quad (7.5)$$

где S_{ov} есть площадь области пересечения ядер в плоскости прицельных параметров (затененная область на Рис. 7.1b при заданном прицельном параметре AA соударения). Экспериментальные данные по множественностям в AA соударениях обычно приводятся в зависимости от центральности (centrality) соударения s . Величина центральности s определяется как функция множественности N как вероятность иметь множественность $n \geq N$ [227]. Для AA соударений флуктуации множественности при заданном прицельном параметре b много меньше самой множественности. В этом случае можно показать [227], что для тяжелых ядер с очень хорошей точностью s можно записать как функцию прицельного параметра b в виде

$$c(b) = \frac{\pi b^2}{\sigma_{in}}, \quad (7.6)$$

где σ_{in} сечения неупругого взаимодействия ядер. Формула (7.6) хорошо работает за исключением области очень периферических соударений когда b приближается к сумме радиусов ядер, которые мы не будем рассматривать.

При вычислении ядерного фактора модификации для упрощения численных расчетов мы будем пренебрегать изменением начальной температуры КГП T_0 в плоскости прицельных параметров соударения ядер. При этом полная энтропия КГП в области перекрытия сталкивающихся ядер вычислялась по экспериментальным множественностям.

Мы будем рассматривать Au+Au ($A = 197$) соударения при энергии (на NN пару) RHIC $\sqrt{s} = 200$ ГэВ и Pb+Pb ($A = 207$) соударения при энергии LHC $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Для ядерных нуклонных плотностей мы используем параметризацию Вудса-Саксона

$$n_A(r) = \frac{N}{\exp\left(\frac{r-R_A}{d}\right) + 1}, \quad (7.7)$$

где нормировочный множитель N фиксируется условием нормировки $\int dr n_A(r) = A$ (A число нуклонов в ядре). Мы использовали параметры $R_A = 6.38(6.62)$ фм, $d = 0.535(0.546)$ фм для ядер Au(Pb) [228, 229].

При вычислении плотности энтропии по формуле (7.5) мы будем определять площадь S_{ov} пересечения ядер как площадь ограниченную двумя окружностями на Рис.

7.1b с радиусом $R = R_A + kd$, где R_A и d параметры в ядерной плотности Вудса-Саксона (7.7). Мы брали значение $k = 1.5$, которое, с одной стороны, гарантирует, что потерянная доля объема КГП пренебрежимо мала, и в то же время дает границы плазменного фэйрбола близкие по геометрии к реальному перекрытию ядер. Наши результаты для ядерной модификации спектров слабо чувствительны к вариации k в физически разумном интервале $1 \lesssim k \lesssim 2$ (исключая область очень периферических соударений, которые, как мы уже говорили, мы не будем рассматривать). Для фиксации T_0 в каждом экспериментальном интервале центральности s мы используем данные по зарядовой множественности по псевдобыстроте $dN_{ch}/d\eta$ из данных RHIC (для Au+Au соударений) коллаборации STAR [230] и LHC (для Pb+Pb соударений) коллабораций CMS [231] и ALICE [232]. Для химически равновесной КГП эта процедура дает для $\tau_0 = 0.5$ фм (для $N_f = 2.5$) $T_0 \approx 320$ МэВ для центральных Au+Au соударений при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, $T_0 \approx 420$ МэВ для центральных Pb+Pb соударений при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.

Для квазичастичных масс в КГП мы используем результаты анализа решеточных данных в рамках квазичастичной модели КГП из работы [146]. Для интересного для нас интервала температур $T \sim (1 - 3)T_c$, анализ [146] дает $m_q \approx 0.3$ и $m_g \approx 0.4$ ГэВ. Для дебаевской массы m_D мы используем результаты решеточных расчетов [164], которые дают отношение m_D/T медленно убывающее с T : $m_D/T \approx 3$ при $T \sim 1.5T_c$, $m_D/T \approx 2.4$ при $T \sim 4T_c$. Однако наши результаты слабо чувствительны к дебаевской массе, и результаты для фиксированной дебаевской массы, вычисленной по пертурбативному соотношению $m_D = \sqrt{2}m_g$ для квазичастичной массы $m_g = 0.4$ ГэВ (это дает $m_D \approx 0.57$ ГэВ), слабо отличаются от результатов для зависящей от температуры m_D .

При вычислении глюонного спектра вклад октетных цветных центров (глюонов) в потенциал (3.23) эквивалентен кварковому вкладу умноженному на отношение C_A/C_F факторов Казимира для глюонов и кварков. Поэтому в нашей модели КГП как системы цветных центров мы можем рассматривать только триплетные центры, но с плотностью

$$n_q^{eff} = n_q + (C_A/C_F)n_g, \quad (7.8)$$

где $n_q = T^3 9N_f \xi(3)/\pi^3$, $n_g = T^3 16\xi(3)/\pi^3$ с $\xi(3) = 1.202$. Для $N_f = 2.5$ это дает

$$n_q^{eff} \approx 7.125T^3. \quad (7.9)$$

Как мы говорили выше, температура играет у нас вспомогательную роль при пересчете адронной множественности в n_q^{eff} . Поэтому если определять T из решеточных расчетов энтропии $s(T)$, то при зависимости $s \propto 1/\tau$, формула (7.9) будет давать ту же самую зависимость $n_q^{eff} \propto 1/\tau$ от τ , которая нам только и важна при расчете энергетических потерь.

Отметим, что для обсуждаемого в литературе сценария КГП как системы с сильной связью [185, 233], радиационные энергетические потери вряд ли должны сильно меняться. Важнейшим параметром среды для радиационных потерь является число цветных объектов в среде, а сам факт насколько сильно взаимодействие конstituентов среды между собой не очень важен для процесса расщепления быстрых партонов, так как их энергия много больше характерных энергий в среде. Конечно, сильная связь может изменить радиус экранировки цвета (обратную дебаевскую массу) в среде, но чувствительность радиационных потерь к дебаевскому радиусу слабая (логарифмическая).

7.3 Сравнение радиационных и столкновительных потерь

Прежде чем приводить результаты для охлаждения струй, уместно привести результаты для радиационных и столкновительных потерь для реалистического профиля плотности КГП в AA соударениях с $n(\tau) \propto 1/\tau$ вдоль пути быстрого партона. Это позволит сразу понять относительную значимость двух механизмов энергетических потерь.

Мы будем определять полный вклад радиационного механизма в энергетические потери как

$$\Delta E = E \int_{x_{min}}^{x_{max}} dx x \frac{dP}{dx}, \quad (7.10)$$

где E есть энергия начального партона, dP/dx спектр излученных глюонов. Так как для глюонов с $x \gtrsim 0.5$ быстрый партон реально не исчезает, то с точки зрения явления охлаждения струй, разумный выбор верхнего предела интегрирования по x это $x_{max} = 0.5$. Для x_{min} мы будем брать величину m_g/E , где m_g есть квазичастичная масса глюона в КГП.

Мы будем использовать для бегущей $\alpha_s(Q^2)$ параметризацию описанную выше в разделе 3.4 с заморозкой обычной однопетлевой бегущей α_s на некотором значении α_s^{fr} в области малых Q^2 . Фактически в наших вычислениях α_s^{fr} можно рассматривать как единственный свободный параметр. Для иллюстрации важности бегущего заряда мы представим также для сравнения ΔE для фиксированной α_s .

7.3.1 Формулы для столкновительных энергетических потерь

Перейдем к методу расчета столкновительных потерь энергии. Для определенности мы будем обсуждать формулы для столкновительных потерь на примере кварков. Мы предполагаем, что быстрый кварк Q , рожденный в жестком процес-

се при $\tau = 0$, имеет нулевую быстроту, то есть его импульс перпендикулярен оси АА-соударения. Быстрый партон проходит путь L в поперечном направлении. Как обычно, при расчете энергетических потерь ось z выбрана вдоль начального импульса кварка (не путать с осью вдоль импульсов ядер). Поэтому наш быстрый кварк для модели Бьеркена [178] расширения КГП взаимодействует с КГП с плотностью $\propto 1/z$.

Мы будем вычислять столкновительные потери через передачу энергии от быстрого партона к партонам в КГП в бинарных соударениях $2 \rightarrow 2$, трактуя все частицы как свободные. Распределение кварков и глюонов по энергиям в КГП будем брать как для идеального газа безмассовых партонов. В этом приближении столкновительные потери быстрого партона на единице пути могут быть записаны в виде

$$\frac{dE}{dz} = \frac{1}{2Ev} \sum_{p=q,g} g_p \int \frac{d\mathbf{p}'}{2E'(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{k} n_p(k)}{2k(2\pi)^3} \times \int \frac{d\mathbf{k}' [1 + \epsilon_p n_p(k')]}{2k'(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P + K - P' - K') \omega \langle |M(s,t)|^2 \rangle \theta(\omega_{max} - \omega), \quad (7.11)$$

где $v \approx 1$ есть скорость быстрого кварка, $P = (E, \mathbf{p})$ и $K = (k, \mathbf{k})$ импульсы входящих, а $P' = (E', \mathbf{p}')$ и $K' = (k', \mathbf{k}')$ импульсы выходящих партонов для бинарного процесса $Qp \rightarrow Qp$ (p партон из КГП), $\omega = E - E'$ есть передача энергии, $M(s,t)$ амплитуда процесса $Qp \rightarrow Qp$ ($s = (P + K)^2$ и $t = (P - P')^2$ инвариантные переменные), $n_q(k) = (e^{k/T} + 1)^{-1}$ и $n_g(k) = (e^{k/T} - 1)^{-1}$ есть распределения Ферми и Бозе для партонов в КГП, $\epsilon_q = -1$, $\epsilon_g = 1$, $g_q = 4N_c N_f$, $g_g = 2(N_c^2 - 1)$. В (7.11) ω_{max} есть верхний лимит на потерю энергии. Как и для радиационных энергетических потерь, мы берем $\omega_{max} = E/2$. После интегрирования по \mathbf{p}' , азимутальному углу поперечного импульса \mathbf{k}_\perp и k'_z , формула (7.11) принимает вид

$$\frac{dE}{dz} = \frac{1}{16EE'v(2\pi)^4} \sum_{p=q,g} g_p \int \frac{dk_z dk_\perp k_\perp n_p(k)}{k} \times \int \frac{d\mathbf{q}_\perp [1 + \epsilon_p n_p(k')]}{k'} \frac{\omega}{J} \langle |M(s,t)|^2 \rangle \theta(\omega_{max} - \omega), \quad (7.12)$$

$$J = \left| \frac{\partial}{\partial q_z} (E' + k') \right| = \left| \frac{k'_z}{k'} + \frac{q_z - P_z}{\sqrt{m_Q^2 + (P_z - q_z)^2 + \mathbf{q}_\perp^2}} \right|, \quad (7.13)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. Продольная компонента q_z определяется из сохранения энергии $E + k = E' + k'$. ω может быть записана как (если мы возьмем $v = 1$)

$$\omega = \frac{-t - tk_z/E + 2\mathbf{k}_\perp \mathbf{q}_\perp}{2(k - k_z)}. \quad (7.14)$$

В работе Бьеркена [60] последние два члена в числителе в (7.14) были отброшены. В этом случае, пренебрегая статистическими факторами блокирования Паули и усиления Бозе (как это делалось в [60]), можно получить

$$\frac{dE_{col}}{dz} \approx \frac{1}{2(2\pi)^3} \sum_{p=q,g} g_p \int d\mathbf{k} \frac{n_p(k)}{k} \int_0^{|t|_{max}} dt |t| \frac{d\sigma}{dt}, \quad |t|_{max} \approx 2(k - k_z)\omega_{max}. \quad (7.15)$$

Отметим, что для тяжелого кварка при $E \lesssim m_q^2/T$ (в этой области энергий тяжелый кварк становится нерелятивистским в системе центра масс бинарного соударения) значение ω_{max} может быть меньше чем $E/2$ из-за кинематических пределов. В численных расчетах мы использовали точные формулы для матричных элементов бинарных партонных процессов из [234, 235].

7.3.2 Численные результаты для радиационных и столкновительных потерь

Мы проведем сравнение радиационных и столкновительных потерь для нашей параметризации заряда с заморозкой при малых Q^2 для $\alpha_s^{fr} = 0.5$. На Рис. 7.3, 7.4 мы показываем результаты для $T_0 = 320$ МэВ и $T_0 = 420$ МэВ для $\tau_0 = 0.5$ фм и $L = 2.5$ и 5 фм для легких кварков и глюонов. Как мы говорили выше, эти значения начальных температур T_0 примерно соответствуют центральным соударениям ядер для условий RHIC (Au+Au для $\sqrt{s} = 200$ ГэВ) и LHC (Pb+Pb для $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ). Значение $L = 5$ фм примерно соответствует типичной длине пути быстрого партона в КГП для таких соударений. Для того чтобы проиллюстрировать роль эволюции α_s , мы привели и результаты для фиксированного значения заряда $\alpha_s = 0.5$.

Из Рис. 7.3, 7.4 видно, что столкновительные потери существенно меньше радиационных. При $E \sim 10$ ГэВ отношение $\Delta E_{col}/\Delta E_{rad}$ составляет ~ 0.3 для кварков и ~ 0.2 для глюонов. Меньший относительный эффект столкновительных потерь для глюонов связан с тем, что имеет место неравенство $\sigma_{gq\bar{q}} < \sigma_{ggg}$. Это приводит к дополнительному увеличению радиационных потерь для глюонов (по сравнению с усилением от отношения факторов Казимира $C_A/C_F = 9/4$ для распадных вершин $g \rightarrow gg$ и $q \rightarrow gq$). По этой причине эффект от столкновительных потерь на охлаждение струй должен быть слабее в кинематической области, где в рождении адронов доминируют глюонные струи.

Сравнение результатов для $L = 2.5$ и 5 фм на Рис. 7.3, 7.4 показывает, что, в отличие от зависимости $\propto L^2$ для $n(z) = \text{const}$, для закона $n(z) \propto 1/z$ энергетические потери примерно $\propto L$. Из Рис. 7.3, 7.4 видно, что бегущий заряд сильно уменьшает рост энергетических потерь при высоких энергиях, где ΔE для бегущей α_s становится почти плоской. Это связано с ростом относительного вклада в ΔE глюонов

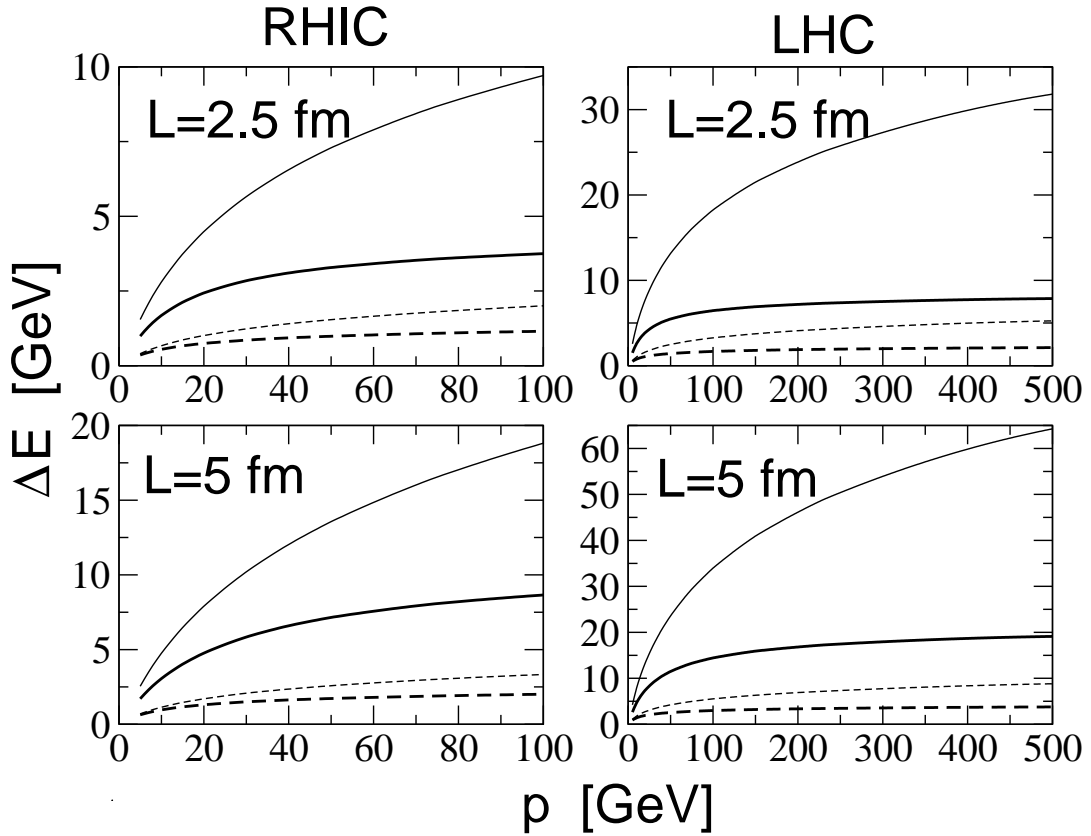


Рисунок 7.3: Сравнение радиационных (сплошные кривые) и столкновительных (пунктирные кривые) потерь энергии легкого кварка при $L = 2.5$ (верх) и 5 (низ) фм для условий RHIC ($T_0 = 320$ МэВ) и LHC ($T_0 = 420$ МэВ). Толстые кривые показывают результаты для бегущего заряда с $\alpha_s^{fr} = 0.5$, а тонкие получены для фиксированного заряда $\alpha_s = 0.5$.

от вклада $N = 1$ рассеяния с $L_f \gtrsim L$, для которых типичные Q^2 растут с энергией. Подавление вклада таких глюонов для бегущей α_s (отсутствующее для $\alpha_s = \text{const}$) и приводит к выполаживанию ΔE . Поэтому очень важно работать с бегущей α_s при анализе охлаждения струй в широком интервале энергий. Отметим, что относительный вклад столкновительных потерь немного увеличивается с уменьшением L . Это связано с тем, что для радиационных потерь с уменьшением L усиливается подавления потерь эффектом конечного размера, который отсутствует для столкновительного механизма.

На Рис. 7.5 мы сравниваем результаты для c кварка и b кварка с результатами для легких кварков. Для масс тяжелых кварков мы брали значения $m_c = 1.2$ ГэВ и $m_b = 4.75$ ГэВ. Видно, что различие между радиационными потерями для легких кварков и для c кварка мало. Потери для c кварка уменьшаются только $\sim 5\text{-}10\%$ при $E \sim 10$ ГэВ по сравнению с легким кварком. Для b кварка имеется значительное массовое подавление радиационных потерь при малых энергиях. При высоких энергиях радиационные потери для b кварка становятся больше потерь для c кварка.

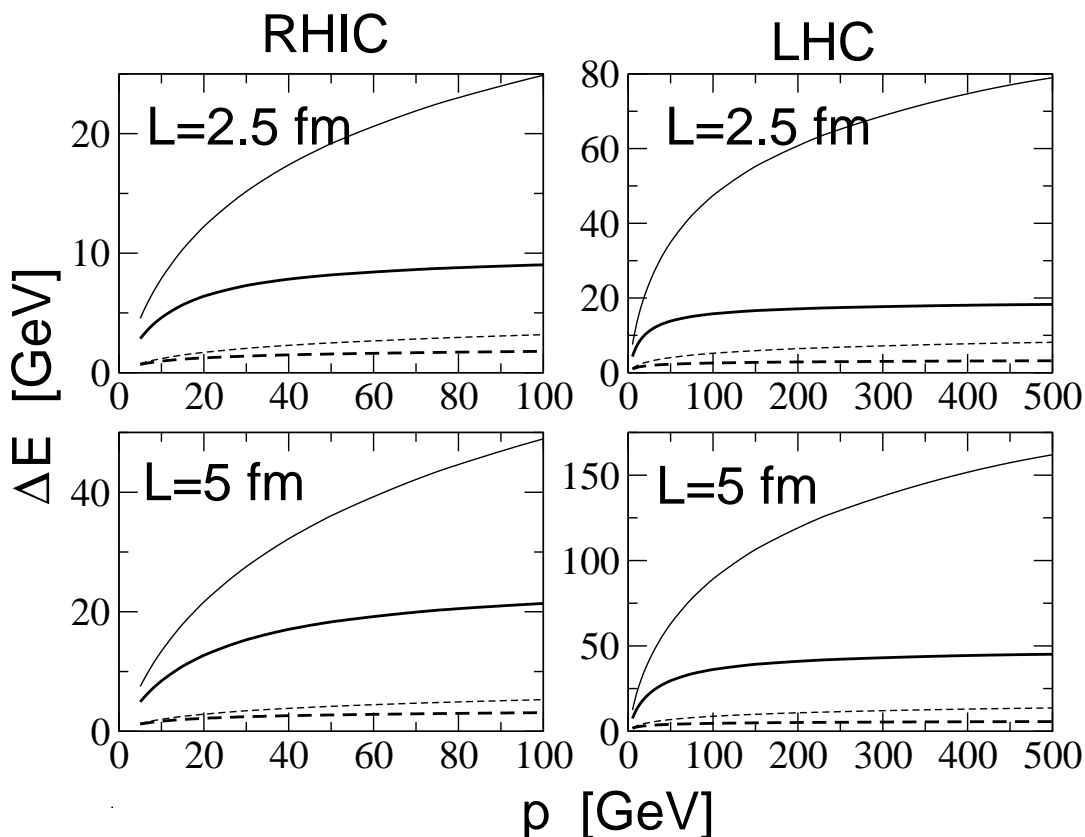


Рисунок 7.4: То же самое что на Рис. 7.3, но для глюона.

ка, а потери для s кварка превосходят потери для легкого кварка. Механизм этой инверсии радиационных потерь по массам кварков мы обсуждали в главе 5.

Для того чтобы оценить инфракрасную чувствительность радиационных энергетических потерь, мы выполнили также расчеты для $m_g = 0.2$ и $m_g = 0.6$ ГэВ. При $E \sim 10$ ГэВ для $m_g = 0.2$ ГэВ мы получили увеличение ΔE_{rad} на $\sim 20 - 30\%$ по сравнению с вариантом с $m_g = 0.4$ ГэВ, для $m_g = 0.6$ ГэВ эффект имеет обратный знак. Эффект от изменения m_g в указанном интервале становится мал при высоких энергиях ($\lesssim 10 - 15\%$ при $E \gtrsim 40$ ГэВ).

Отметим, что доминирующий вклад радиационного механизма в энергетические потери делает бессмысленным моделирование охлаждения струй в моделях с одними столкновительными потерями, как это иногда делается [208]. Этот вывод согласуется с результатами моделирования фактора R_{AA} для электронов в работах [220, 221], которые показывают, что для согласия с данными в чисто столкновительной схеме сечения процессов $2 \rightarrow 2$ должны быть увеличены на фактор ~ 4 . Очевидно, что последовательный подход к явлению охлаждения струй должен трактовать радиационные и столкновительные потери на одних и тех же основаниях. Можно ожидать, что при такой трактовке два механизма должны влиять друг на друга, скажем, очевидно, что столкновительные потери должны приводить к некоторому подавлению

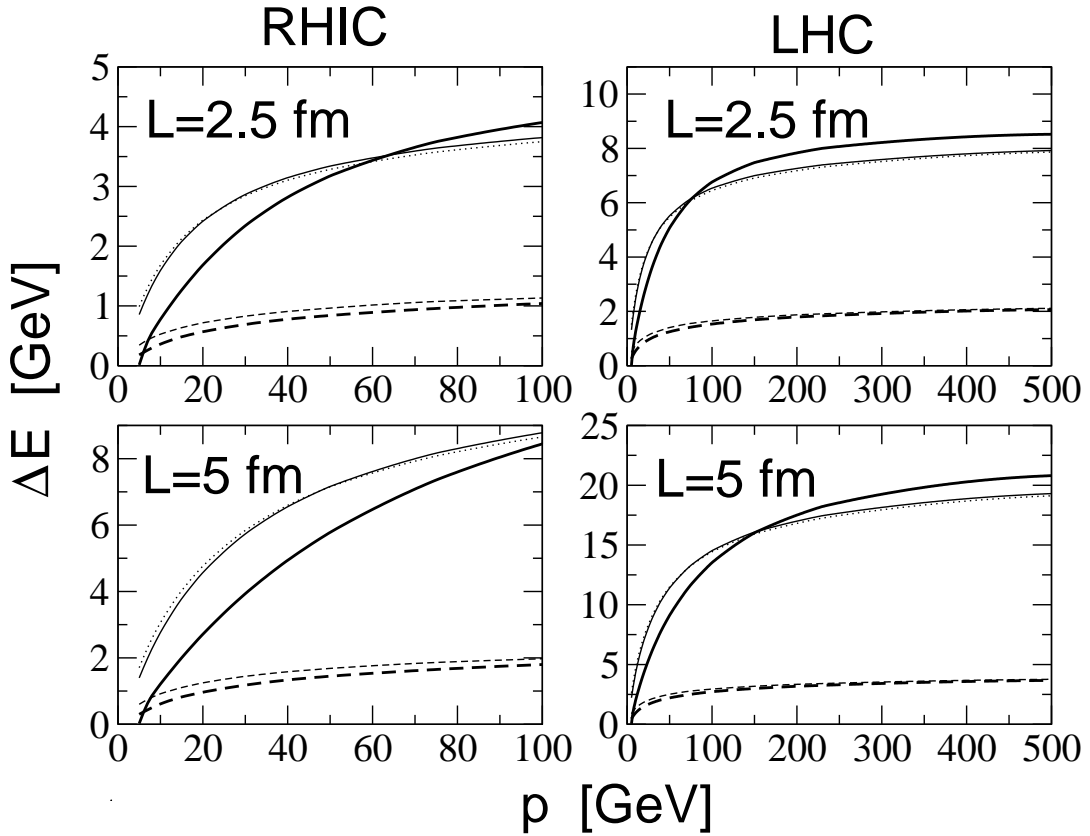


Рисунок 7.5: Сравнение радиационных (сплошные кривые) и столкновительных (пунктирные кривые) потерь энергии для b кварка (толстые линии) и c кварка (тонкие линии) при $L = 2.5$ (верх) и 5 (низ) фм для условий RHIC ($T_0 = 320$ МэВ) и LHC ($T_0 = 420$ МэВ). Точечные кривые показывают результаты для легкого кварка. Вычисления выполнены для бегущего заряда с $\alpha_s^{fr} = 0.5$.

радиационных потерь из-за изменения длины формирования глюона для радиационного механизма.

Наш подход к столкновительным потерям пренебрегает коллективными эффектами в КГП, которые могут быть важны при малых передачах импульса $q \lesssim m_D$. Однако возможные ошибки от упрощенной трактовки мягкой области в нашем подходе не должны быть велики. В пользу этого свидетельствует сравнение вклада мягкой области в наш формализм и в вычислениях энергетических потерь по схеме HTL [95] в [225], которое показывает, что относительный вклад мягкой области в обоих случаях почти одинаковый. Кроме того, надо иметь в виду, что даже для малых энергий партонов $E \sim 5 - 10$ ГэВ вклад мягкой области относительно мал (порядка 30% для $T \sim 250$ МэВ). Отметим, что, в любом случае, возможные неточности при описании мягкой области по переданным импульсам не должны приводить к существенным погрешностям в отношении вкладов в энергетические потери от столкновительного и радиационного механизмов. Это связано с тем, что относительный вклад мягких переданных импульсов в дипольное сечение, определяющее радиационные потери, примерно такой же, как и для столкновительных потерь. Поэтому возможное влия-

ние неточностей в этой области на результаты близко для двух механизмов энергетических потерь.

7.4 Охлаждение струй в соударениях ядер

7.4.1 Схема для расчета ядерной модификации спектров частиц

В этом разделе мы опишем схему для вычисления ядерного фактора модификации R_{AA} .

Запись R_{AA} через функции фрагментации

Фактор R_{AA} при заданном прицельном параметре соударения ядер b определяется как отношение

$$R_{AA}(b) = \frac{dN(A + A \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy}{T_{AA}(b)d\sigma(N + N \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy}, \quad (7.16)$$

где \mathbf{p}_T поперечный импульс детектируемой частицы, y ее быстрота (мы будем рассматривать центральную область быстрот $y = 0$),

$$T_{AA}(b) = \int d\rho T_A(\rho)T_A(\rho - \mathbf{b}), \quad (7.17)$$

T_A есть ядерная функция профиля, которая связана с ядерной плотностью $n_A(r)$ формулой

$$T_A(b) = \int dz n_A(\sqrt{b^2 + z^2}), \quad (7.18)$$

$d\sigma(N + N \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy$ есть обычное инклюзивное сечение, которое в рамках пертурбативной КХД можно записать как

$$\frac{d\sigma(N + N \rightarrow h + X)}{d\mathbf{p}_T dy} = \sum_i \int_0^1 \frac{dz}{z^2} D_{h/i}(z, Q) \frac{d\sigma(N + N \rightarrow i + X)}{d\mathbf{p}_T^i dy}, \quad (7.19)$$

где $\mathbf{p}_T^i = \mathbf{p}_T/z$ импульс партона рожденного в жестком процессе,

$d\sigma(N + N \rightarrow i + X)/d\mathbf{p}_T^i dy$ обычное сечение жесткого процесса, $D_{h/i}$ есть обычная ФФ для перехода $i \rightarrow h$. Для начальной виртуальности Q мы используем импульс партона \mathbf{p}_T^i . Числитель в правой части формулы (7.16) определяет сечение жесткого процесса $A + A \rightarrow h + X$ на единицу площади в плоскости прицельных параметров AA соударения. Оно может быть записано в виде

$$\frac{dN(A + A \rightarrow h + X)}{d\mathbf{p}_T dy} = \int d\rho T_A(\rho)T_B(\rho - \mathbf{b}) \frac{d\sigma_m(N + N \rightarrow h + X)}{d\mathbf{p}_T dy}, \quad (7.20)$$

где $d\sigma_m(N + N \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy$ есть сечение процесса $N + N \rightarrow h + X$ с учетом взаимодействия струй с КХД материей, рождающейся в AA соударении. Предполагается, что сечение процесса $N + N \rightarrow h + X$ усреднено по азимутальному углу струи. Наряду с эффектами взаимодействия в конечном состоянии от взаимодействия струи с КХД материей, сечение $d\sigma_m(N + N \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy$ содержит также ядерные эффекты связанные с отличием ядерных партонных плотностей от суммы партонных плотностей нуклонов, из которых построены сталкивающиеся ядра, хотя роль этих эффектов сравнительно мала.

Основное отличие фактора R_{AA} от единицы связано с эффектами взаимодействия струй с КХД материей в конечном состоянии. Энергетические потери партонов в среде делают ФФ партон→адрон более мягкими. По аналогии с обычным пертурбативным сечением жесткого процесса в соударениях нуклонов (7.19), мы записываем $d\sigma_m(N + N \rightarrow h + X)/d\mathbf{p}_T dy$ в виде

$$\frac{d\sigma_m(N + N \rightarrow h + X)}{d\mathbf{p}_T dy} = \sum_i \int_0^1 \frac{dz}{z^2} D_{h/i}^m(z, Q) \frac{d\sigma(N + N \rightarrow i + X)}{d\mathbf{p}_T^i dy}. \quad (7.21)$$

Здесь $D_{h/i}^m$ определяет модифицированную ФФ для перехода $i \rightarrow h$, учитывающую взаимодействие струи в конечном состоянии с рожденной КХД материей, а $d\sigma(N + N \rightarrow i + X)/d\mathbf{p}_T^i dy$ есть обычное пертурбативное сечение жесткого процесса, но вычисленное с использованием нуклонных партонных распределений с учетом ядерных поправок, которые, как мы сказали выше, сравнительно малы.

Схема для вычисления модифицированной ФФ

Мы предполагаем, что процесс адронизации струи происходит после выхода быстрых партонов из КГП. Эта адронизация должна описываться ФФ с относительно небольшой массовой шкалой m_h . Действительно, из соотношения неопределенности $\Delta E \Delta t \gtrsim 1$ можно получить для зависимости виртуальности быстрого партона от длины пути L $Q^2(L) \sim \max(Q/L, Q_0^2)$, где мы ввели минимальную виртуальность $Q_0 \sim 1 - 2$ ГэВ, при которой останавливается пертурбативное каскадирование партонов и динамика струи начинает определяться непертурбативными эффектами. Для КГП в соударениях ядер на RHIC и LHC размер L достаточно велик $\sim R_A$. Для таких L из приведенной формулы для виртуальности можно заключить, что для партонов с энергией $E \lesssim 100$ ГэВ адронизация партонов выходящих из КГП описывается ФФ партон→адрон при шкале виртуальностей партонов $\mu_h \sim Q_0$. Поэтому мы можем написать

$$D_{h/i}^m(z, Q) \approx \int_z^1 \frac{dz'}{z'} D_{h/j}(z/z', Q_0) D_{j/i}^m(z', Q_0, Q), \quad (7.22)$$

где $D_{h/j}(z, Q_0)$ есть ФФ в вакууме, а $D_{j/i}^m(z', Q_0, Q)$ есть ФФ партон→партон для перехода начального партона i с виртуальностью Q в конечный партон j с виртуальностью Q_0 с учетом взаимодействия с КГП. В настоящее время мы не имеем последовательного формализма для вычисления ФФ $D_{j/i}(z', Q_0, Q)$, который бы одновременно учитывал как процессы вакуумного каскадирования партонов, так и эффекты каскадирования за счет взаимодействия струи со средой. Мы будем считать, что фаза вакуумного каскадирования партонов предшествует фазе каскадирования в материи. Эта упорядоченность фаз каскадирования и пренебрежение их интерференцией представляется разумной для струй с не очень большой энергией, скажем, с $E \lesssim 100$ ГэВ. Эта картина основана на том, что для струй таких энергий типичная шкала времени/расстояний для фазы вакуумного каскадирования, описываемой уравнениями ДГЛАП, сравнительно мала. Поэтому можно считать, что при формировании КГП при $\tau_0 \sim 0.5 - 1$ фм в фазе эволюции ДГЛАП основные расщепления партонов уже произошли. Практически для нас важно излучение первого глюона быстрым партоном в вакууме, которое дает максимальную потерю энергии быстрого партона. Характерное время излучения этого первого глюона в фазе ДГЛАП можно оценить используя формулу для длины формирования как функции x и k_T

$$l_F(x, k_T^2) \sim 2Ex(1-x)/(k_T^2 + \epsilon^2). \quad (7.23)$$

Используя вакуумный спектр излучения глюона

$$\frac{dN}{dk_T^2 dx} = \frac{C_F \alpha_s(k_T^2)}{\pi x} (1-x+x^2/2) \frac{k_T^2}{(k_T^2 + \epsilon^2)^2}, \quad (7.24)$$

можно получить для усредненной длины формирования $\bar{l}_F \sim 0.3 - 1$ фм для $E \lesssim 100$ ГэВ. Эти оценки мы выполнили принимая $m_q \sim 0.3$ ГэВ и $m_g \sim 0.75$ ГэВ (это значение m_g было получено из анализа данных по структурной функции протона F_2 при малых x в дипольном подходе к БФКЛ уравнению [154]). Влияние на длину фазы ДГЛАП от излучения последующих глюонов не должен быть очень большим, так как среднее число излученных глюонов для струй с $E \lesssim 100$ ГэВ мало $\bar{N}_g \lesssim 2$, а второй глюон, который, обычно, существенно более мягкий, вообще не очень важен для полной потери энергии.

Таким образом, мы видим, что фаза ДГЛАП в основном развивается до формирования КГП. Поэтому мы можем отделить фазу ДГЛАП от фазы индуцированного каскадирования партонов, которая развивается на интервале от $L \sim \tau_0$ до $L \sim R_A$. В этом приближении мы можем записать

$$D_{j/i}^m(z, Q_0, Q) = \int_z^1 \frac{dz'}{z'} D_{j/l}^{ind}(z/z', E_l) D_{l/i}^{DGLAP}(z', Q_0, Q), \quad (7.25)$$

где $E_l = Qz'$, $D_{j/l}^{ind}$ описывает ФФ партон→партон в фазе индуцированного каскадирования (эта ФФ зависит от энергии партона E , но не от виртуальности), а $D_{l/i}^{DGLAP}$ описывает ФФ партон→партон при каскадировании ДГЛАП. В численных расчетах мы вычисляли $D_{l/i}^{DGLAP}$ используя Монте-Карло генератор RUTHIA [122].

При вычислении ФФ партон→партон в среде $D_{j/l}^{ind}$ мы будем ограничиваться процессами с излучением глюонов. Мы будем пренебрегать процессом $g \rightarrow q\bar{q}$, который имеет сечение много меньше чем процесс $g \rightarrow gg$. Для последовательного вычисления эволюции струи в среде требуется формализм, позволяющий вычислять распределения с излучением произвольного числа глюонов. Аккуратный анализ такого рода в настоящее время провести невозможно. Мы, следуя работе [80], будем описывать процесс испускания нескольких глюонов считая процесс испускания каждого глюона независимым. В этом приближении распределение по потерянной кварком энергии имеет вид

$$P(\Delta E) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\prod_{i=1}^n \int d\omega_i \frac{dP(\omega_i)}{d\omega} \right] \delta \left(\Delta E - \sum_{i=1}^n \omega_i \right) \exp \left[- \int d\omega \frac{dP}{d\omega} \right], \quad (7.26)$$

где $dP/d\omega$ есть распределение для излучения одного глюона. Формула (7.26) приводит к ненулевой вероятности для потерь энергии, которые могут превышать начальную энергию $\Delta E > E$. Для того чтобы избежать нарушение сохранения числа кварков из-за утекания вероятности в физически запрещенную область энергий $\Delta E > E$, мы переопределим функцию распределения таким образом

$$\bar{P}(\Delta E) = K_{qq} P(\Delta E), \quad (7.27)$$

где фактор K_{qq} определен как

$$K_{qq} = \frac{\int_0^{\infty} d\Delta E P(\Delta E)}{\int_0^E d\Delta E P(\Delta E)}. \quad (7.28)$$

Мы будем использовать перенормированное распределение \bar{P} для вычисления ФФ $q \rightarrow q$

$$D_{q/q}^{ind}(z) = \bar{P}(\Delta E = E(1-z)). \quad (7.29)$$

Для сохранения полного импульса необходимо учесть также процесс $q \rightarrow g$. На уровне излучения одного глюона ФФ для перехода $q \rightarrow g$ может быть записана как $D_{g/q}^{ind}(z) = dP(\omega = zE)/d\omega$. При этом закон сохранения импульса, очевидно, выполняется автоматически. Для случая с излучением любого числа глюонов мы будем брать ФФ $q \rightarrow g$ в такой же форме, но несколько изменим ее нормировку, вводя

нормировочный коэффициент K_{gq}

$$D_{g/q}^{ind}(z) = K_{gq} dP(\omega = zE)/d\omega. \quad (7.30)$$

Мы определим значение K_{gq} из условия сохранения импульса

$$\int_0^1 dz z [D_{q/q}(z) + D_{g/q}(z)]. \quad (7.31)$$

Введение коэффициента K_{gq} позволяет обеспечить сохранение импульса, которое может нарушаться после того как мы заменили для перехода $q \rightarrow q$ распределение $P(\Delta E)$ на перенормированное $\bar{P}(\Delta E)$ для обеспечения сохранения числа кварков. Эта процедура представляется разумной, так как ядерный фактор модификации R_{AA} чувствителен только к поведению ФФ при z близких к единице, а в этой области форма спектра для перехода $q \rightarrow g$ нечувствительна к процессам излучения нескольких глюонов, которые концентрируются в мягкой области.

Формулы (7.29), (7.30) определяют кварковые ФФ в КГП. Для процесса $g \rightarrow g$ мы используем следующий метод. На первом шаге мы определяем $\bar{D}_{g/g}^{ind}$ при $z > 0.5$ через распределение $P(\Delta E)$, вычисленное по одноглюонному спектру $dP/d\omega$ по формуле (7.26)

$$\bar{D}_{g/g}^{ind}(z) = P(\Delta E = (1 - z)E), \quad z > 0.5, \quad (7.32)$$

а при $z < 0.5$ мы используем одноглюонную формулу

$$\bar{D}_{g/g}^{ind}(z) = \frac{dP(z)}{dz}, \quad z < 0.5. \quad (7.33)$$

Использование одноглюонной формулы при $z < 0.5$ оправдывается тем, что в этой области можно ожидать сильной компенсации между судаковским подавлением для испускания одного глюона и реальными процессами с испусканием нескольких глюонов. В тоже время для z близких к единице, основной эффект это судаковское подавление, которое и описывает формула (7.26) в этой кинематической области. На втором шаге мы определяем нашу окончательную ФФ для $g \rightarrow g$ перехода как

$$D_{g/g}^{ind}(z) = K_{gg} \bar{D}_{g/g}^{ind}(z), \quad (7.34)$$

где коэффициент K_{gg} определяется из условия сохранения импульса

$$\int_0^1 dz z D_{g/g}^{ind}(z) = 1 \quad (7.35)$$

(как мы говорили выше мы пренебрегаем процессом $g \rightarrow q\bar{q}$, сечение которого мало).

Для ФФ партонов в наблюдаемые частицы после выхода партонов из КХД материи $D_{h/j}(Q_0)$ мы использовали параметризацию ККР [236] с $Q_0 = 2$ ГэВ для легких адронов.

Обсуждаемый метод вычисления ФФ в среде не включает столкновительные энергетические потери. Как мы говорили выше, в настоящее время нет последовательного подхода трактовки радиационных и столкновительных потерь на одних основаниях. Мы будем трактовать столкновительные потери как возмущение к радиационным потерям, и просто перенормируем температуру КГП при вычислении ФФ в среде для чисто радиационного механизма из условия

$$\Delta E_{rad}(T_0') = \Delta E_{rad}(T_0) + \Delta E_{col}(T_0), \quad (7.36)$$

где $\Delta E_{rad/col}$ есть радиационные и столкновительные потери как функции начальной температуры КГП, T_0 есть реальная начальная температура КГП, а T_0' перенормированная. Мы используем эту перенормировку для каждой траектории партона в КГП отдельно для кварков и глюонов. Радиационные и столкновительные потери вычислялись по формулам данным выше. Для легких кварков и c -кварка при $p \sim 10 \div 50$ ГэВ $(T_0'/T_0)^3 \sim 1.3 \div 1.5$, а для b -кварка при $p \sim 10 \div 20$ ГэВ это отношение несколько больше $\sim 1.5 \div 1.8$.

Для каждого партона, рожденного в жестком процессе, мы аккуратно вычисляем длину пути в среде L определяемой в соответствии с геометрией АА соударения, точкой рождения партона и азимутальным углом его импульса (см. Рис. 7.1). Так как КГП должна быстро охлаждаться начиная с времен $\tau \sim (1 \div 2)R_A$ вследствие поперечного расширения КГП [178], то мы накладывали руками дополнительное ограничение $L < L_{max}$. Мы представим результаты вычислений для $L_{max} = 8$ фм. Мы проверили, что большее значение $L_{max} = 10$ фм почти не меняет наши предсказания.

Наш метод с плоским профилем плотности среды и с пренебрежением ее поперечным движением сильно упрощает численные расчеты. Он дает возможность заранее вычислить спектр глюонов dP/dx для некоторого набора начальных температур T_0 и длин пути L , а затем многократно использовать его при вычислении модифицированных ФФ и ядерных факторов R_{AA} . Это позволяет избежать решения уравнения Шредингера для каждой геометрической конфигурации рождения струи, что многократно увеличивает время численных расчетов. Поперечное расширение КГП не должно сильно менять наши результаты, так как его эффект, как было показано в [237], сравнительно мал. Это объясняется тем, что увеличение длины пути партонов в КГП при ее расширении в значительной степени компенсируются уменьшением средней плотности среды, и в результате изменение энергетических потерь оказывается малым.

Параметризация ФФ тяжелых кварков в мезоны и электроны

Для ФФ для переходов $c \rightarrow D$ и $b \rightarrow B$ мы использовали параметризацию Петерсона

$$D_{M/Q}(z) = \frac{A}{z[1 - 1/z - \epsilon_Q/(1 - z)]^2} \quad (7.37)$$

с параметрами $\epsilon_c = 0.06$ и $\epsilon_b = 0.006$ (в (7.37) A определяется из условия нормировки $\int_0^1 dz D_{M/Q}(z) = 1$).

При вычислении R_{AA} для нефотонных электронов от распада D и B мезонов мы трактуем формирование нефотонных электронов как двухступенчатый процесс $c \rightarrow D \rightarrow e$ и $b \rightarrow B \rightarrow e$. ФФ для каждого из этих процессов может быть записана как свертка ФФ для перехода $Q \rightarrow M$ (здесь Q и M обозначают тяжелый кварк и мезон) и ФФ последующего перехода тяжелого мезона в электрон $M \rightarrow e$

$$D_{e/Q}(z) = \int_z^1 \frac{dz'}{z'} D_{e/M}(z/z', P) D_{M/Q}(z'). \quad (7.38)$$

Здесь P есть импульс мезона M . ФФ $M \rightarrow e$ есть просто распределение по фейнмановской переменной z для распада $M \rightarrow e + X$, которое вычисляется для мезона с его фактической энергией после перехода $Q \rightarrow M$. Это распределение можно выразить через электронный спектр dB/dp в системе покоя мезона M (здесь p импульс электрона) выполняя преобразование Лоренца. Результат имеет вид

$$D_{e/M}(z, P) = \frac{P}{4} \int_0^\infty dq^2 \frac{\cosh(\phi - \theta)}{p^2 \cosh \phi} \cdot \frac{dB}{dp}, \quad (7.39)$$

где $p = \sqrt{(q^2 + m_e^2) \cosh^2(\phi - \theta) - m_e^2}$, $\theta = \operatorname{arcsinh}(P/m)$, $\phi = \operatorname{arcsinh}(zP/\sqrt{q^2 + m_e^2})$, m есть масса мезона M . Мы вычисляли ФФ $B/D \rightarrow e$ используя данные по спектрам электронов dB/dp для распадов B/D мезонов, полученные коллаборацией CLEO [238, 239]. Мы не включали в наш анализ процесс $B \rightarrow D \rightarrow e$, который дает очень малый вклад в инклюзивный спектр электронов [240].

Метод и параметры пертурбативных вычислений спектров

Мы вычисляли инклюзивные партонные сечения $d\sigma(N + N \rightarrow i + X)/d\mathbf{p}_T^i dy$ используя стандартные формулы пертурбативной КХД в лидирующем порядке по α_s . Для партонных функций распределений нуклонов мы использовали параметризацию STEQ6 [241]. Для учета ядерной модификации партонных функций распределения, которая приводит к небольшому отличию R_{AA} от единицы даже без энергетических потерь струй в КХД материи, мы вводили поправочный фактор в параметризации EKS98 [242]. Для того чтобы эффективно смоделировать K фактор от эффектов высших порядков теории возмущений КХД на партонные сечения мы, как это дела-

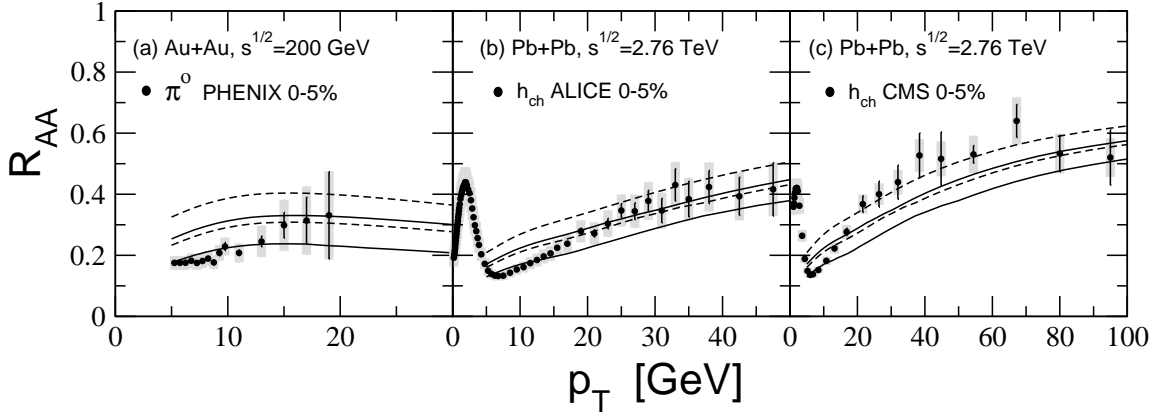


Рисунок 7.6: Сравнение наших вычислений R_{AA} с экспериментальными данными (a) PHENIX [243] для π^0 при центральности 0-5% в Au+Au соударениях при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ; (b) ALICE [244] и (c) CMS [245] для заряженных адронов для центральности 0-5% в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ГэВ. Систематические экспериментальные ошибки показаны как затененные области. Сплошные кривые показывают наши расчеты для суммы радиационного и столкновительного механизмов, а пунктирные эффект от одного радиационного механизма. Верхние кривые соответствуют $\alpha_s^{fr} = 0.4$, а нижние 0.5.

ется в Монте-Карло генераторе PYTHIA [122], заменяли виртуальность Q в заряде $\alpha_s(Q)$ на cQ с $c = 0.265$. Этот выбор позволяет получить хорошее согласие с данными по спектру пионов в pp соударениях. При вычислении инклюзивных сечений для тяжелых кварков мы использовали массы $m_c = 1.2$ ГэВ и $m_b = 4.75$ ГэВ. Эти же массы использовались при вычислении энергетических потерь. Наши результаты для инклюзивных сечений для тяжелых кварков хорошо согласуются по форме зависимости от p_T и по отношению c/b с расчетами в более аккуратной схеме FONLL [240], но меньше по нормировке на фактор ~ 0.5 . Это расхождение несущественно, так как нормировка сечений вообще не важна при расчете фактора R_{AA} .

Мы вычисляли вакуумные ФФ как свертку вакуумной ФФ $D_{l/i}^{DGLAP}(z', Q_0, Q)$, вычисляемой так же как для модифицированной ФФ с использованием PYTHIA, с ККР [236] ФФ партонов в наблюдаемые частицы $D_{h/j}(Q_0)$. То есть, мы использовали такой же алгоритм что и для модифицированных ФФ, только исключив стадию индуцированного излучения глюонов. Эта процедура исключает возможные систематические ошибки при описании ДГЛАП эволюции и гарантирует исчезновение эффектов взаимодействия в конечном состоянии для нулевой плотности среды. Мы проверили, что наш метод описания адронизации в вакууме через свертку двух ФФ хорошо согласуется с описанием с единой ФФ в параметризации ККР [236].

7.4.2 Численные результаты и сравнение с данными

Рис. 7.6 показывает сравнение наших результатов для R_{AA} для 0–5% интервала центральности для (а) π^0 -мезонов в Au+Au соударениях при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ с данными коллаборации PHENIX [243], и для (b,c) заряженных адронов в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ГэВ с данными коллабораций (b) ALICE [244] и (c) CMS [245]. Отметим, что в наших вычислениях мы игнорировали возможный вклад рождения барионов за счет аномальных цветных состояний систем gg и gq [246], который по расчетам работы [246] должен быть мал для LHC. В нашей модели с ККР [236] ФФ R_{AA} для заряженных адронов и для пионов оказываются очень близки. Экспериментальные данные полученные ALICE [247] по R_{AA} для нейтральных пионов также подтверждают это. Мы представляем результаты для $\alpha_s^{fr} = 0.4$ (верхние кривые) и 0.5 (нижние кривые). Для иллюстрации эффекта столкновительных потерь мы показываем полный R_{AA} с радиационными и столкновительными энергетическими потерями (сплошные кривые) и только с радиационными потерями (пунктирные кривые). Можно видеть, что эффект столкновительного механизма относительно мал (особенно для LHC). Мы представляем результаты для $p_T \gtrsim 5$ ГэВ, так как для меньших импульсов наши вычисления индуцированного излучения глюонов (справедливые для релятивистских частиц) вряд ли могут быть надежны. Рис. 7.6 показывает, что для легких адронов окно $\alpha_s^{fr} \sim 0.4 \div 0.5$ ведет к разумной величине R_{AA} . Однако согласие с данными по форме p_T -зависимости R_{AA} не идеальное. Хотя расхождение не выглядит очень драматическим если учесть, что теоретические неопределенности от использованных приближений могут быть значительны. Один из наиболее серьезных источников ошибок, который может быть важен для p_T -зависимости R_{AA} , это предположение о независимом излучении глюонов для многоглюонных процессов [80]. Из Рис. 7.6а видно, что для RHIC согласие с данными полного (радиационные и столкновительные потери) теоретического фактора R_{AA} лучше при $\alpha_s^{fr} = 0.5$. Рис. 7.6b,c показывают, что для LHC значение $\alpha_s^{fr} = 0.4$ представляется более предпочтительным для согласия с данными (если рассматривать полный измеренный интервал p_T). Таким образом, значения $\alpha_s^{fr} = 0.5$ и 0.4 представляются разумными и для описания фактора R_{AA} для нефотонных электронов при энергиях RHIC и LHC. Тенденция уменьшения α_s^{fr} от RHIC к LHC была впервые обнаружена в нашей работе [31]. Этот факт представляется разумным, так как уменьшение α_s в КПП должно быть сильнее для более горячей КПП при энергиях LHC. На самом деле, изменение в α_s^{fr} может быть еще сильнее если мы возьмем $\tau_0^{RHIC} > \tau_0^{LHC}$, что представляется разумным, так как из размерных соображений можно ожидать $\tau_0 \propto 1/T_0$. Однако с точки зрения изучения вариации R_{AA} при переходе от легких флейворов к тяжелым это не имеет значения (так как вариации α_s^{fr} от изменения τ_0 будут одинаковы) и достаточно просто фиксировать α_s^{fr} из данных

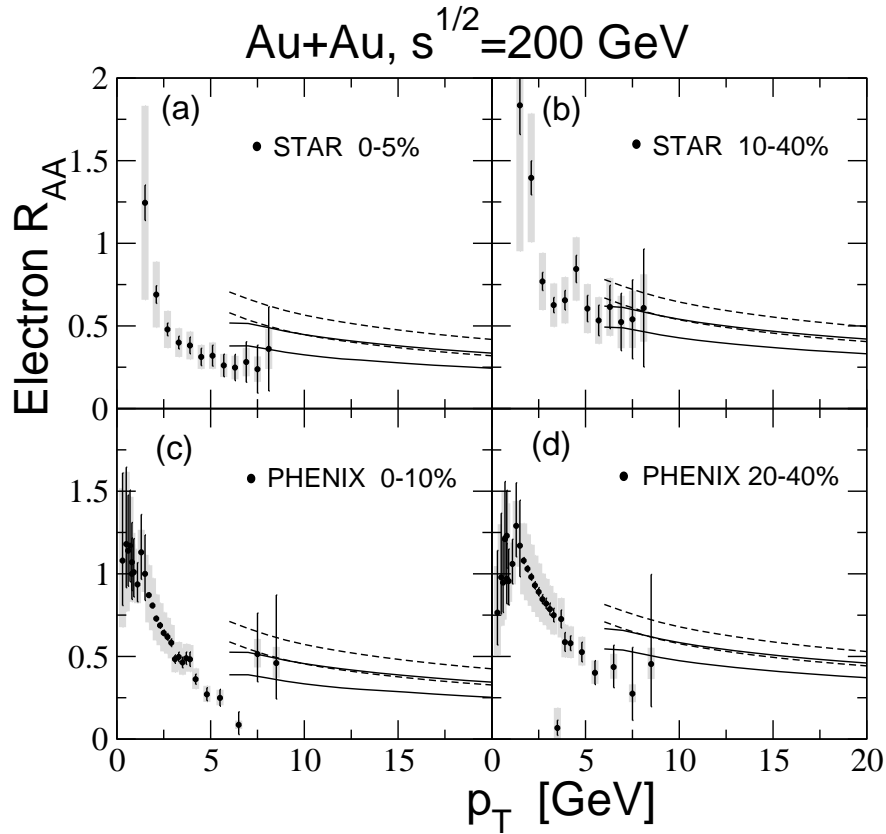


Рисунок 7.7: R_{AA} для нефотонных электронов в Au+Au соударениях при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ для центральных (a) 0–5%, (b) 10–40%, (c) 0–10%, (d) 20–40%. Сплошные кривые показывают суммарный эффект радиационных и столкновительных потерь, а пунктирные эффект радиационных потерь. Верхние кривые соответствуют $\alpha_s^{fr} = 0.4$, а нижние 0.5. Теоретические расчеты включают вклады c и b кварков. Экспериментальные данные получены STAR [212] и PHENIX [213].

по легким адронам при разумном значении τ_0 , и в дальнейшем использовать эти параметры и для тяжелых кварков.

На Рис. 7.7 мы сравниваем результаты нашей модели с данными коллабораций STAR [212] и PHENIX [213] с RHIC по R_{AA} для электронов. Сравнение с данными ALICE [214] с LHC показано на Рис. 7.8а. На Рис. 7.7, 7.8а мы показываем электронный R_{AA} с учетом электронов от c и b кварков при учете радиационных и столкновительных потерь (сплошные кривые) и только радиационных потерь (пунктирные кривые). Из Рис. 7.7, 7.8а видно, что наша модель, основанная пертурбативной КХД схеме, для того же окна по α_s^{fr} , как и для легких адронов, дает вполне удовлетворительное согласие и с данными по R_{AA} для электронов от распадов тяжелых кварков. Аналогично случаю R_{AA} для легких адронов, данные по электронам поддерживают $\alpha_s^{fr} \approx 0.5$ для RHIC, и $\alpha_s^{fr} \approx 0.4$ для LHC. Таким образом, возможность одновременного описания R_{AA} для легких адронов и нефотонных электронов в пертурбативной картине энергетических потерь представляется вполне возможной. Хотя, конечно, этот вывод пока нельзя считать окончательным, так как пересечение области p_T ,

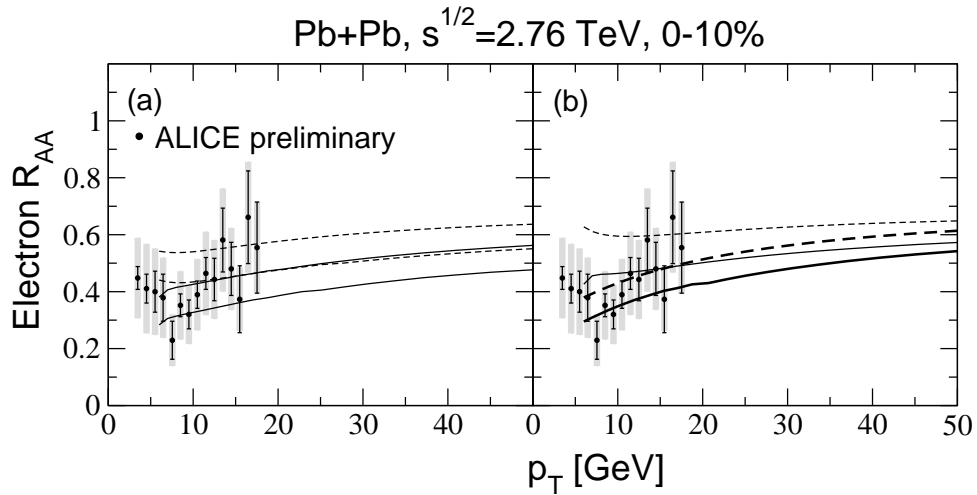


Рисунок 7.8: (a) Электронный R_{AA} для центральности 0-10% в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для $\alpha_s^{fr} = 0.4$ (верхние кривые) и 0.5 (нижние кривые) для суммарного вклада от c и b кварков. Экспериментальные данные получены ALICE [214]. (b) Электронный R_{AA} для вклада от c кварка (толстые линии) и b кварка (тонкие линии) для $\alpha_s^{fr} = 0.4$. На панелях (a) и (b) сплошные кривые показывают суммарный эффект от радиационных и столкновительных потерь, а пунктирные только от радиационных потерь.

где наши приближения имеют смысл, с изученной экспериментально довольно узкое (особенно для RHIC). А именно в этой области экспериментальные ошибки особенно велики.

Для того чтобы проиллюстрировать эффект столкновительного механизма для процессов $c \rightarrow e$ и $b \rightarrow e$ на Рис. 7.8b мы показываем кривые для R_{AA} отдельно для c (толстые кривые) и b (тонкие кривые) кварков с (сплошные) и без (пунктир) без столкновительных потерь (для $\alpha_s^{fr} = 0.4$). Можно видеть, что столкновительный механизм более важен для b кварка (особенно при малых p_T). При $p_T \lesssim 5 \div 6$ ГэВ наша трактовка столкновительного механизма как возмущения к радиационному с помощью соотношения (7.36) теряет точность (так как радиационные потери становятся слишком малы). Очевидно, что в этом режиме оба механизма энергетических потерь должны трактоваться на одних и тех же основаниях. Однако решение этой проблемы пока не найдено. Для чарма ситуация лучше, так как во всем диапазоне энергий (где релятивистское приближение имеет смысл) столкновительные потери остаются малы по сравнению с радиационными. Отметим, что как видно из Рис. 7.8b, различие между факторами подавления для c и b кварков при $p_T \gtrsim 6$ ГэВ сравнительно мало. Поэтому полный (c плюс b) R_{AA} довольно стабилен относительно вариации отношения сечений b/c , которое определено не очень надежно. Так даже при $p_T \sim 6 \div 10$ ГэВ изменение отношения b/c на $\pm 30\%$ изменяет R_{AA} только на $\pm(2 \div 3)\%$.

Интересно сравнить теоретические предсказания с данными по азимутальному коэффициенту анизотропии v_2 для электронов, которые чувствительны к L -

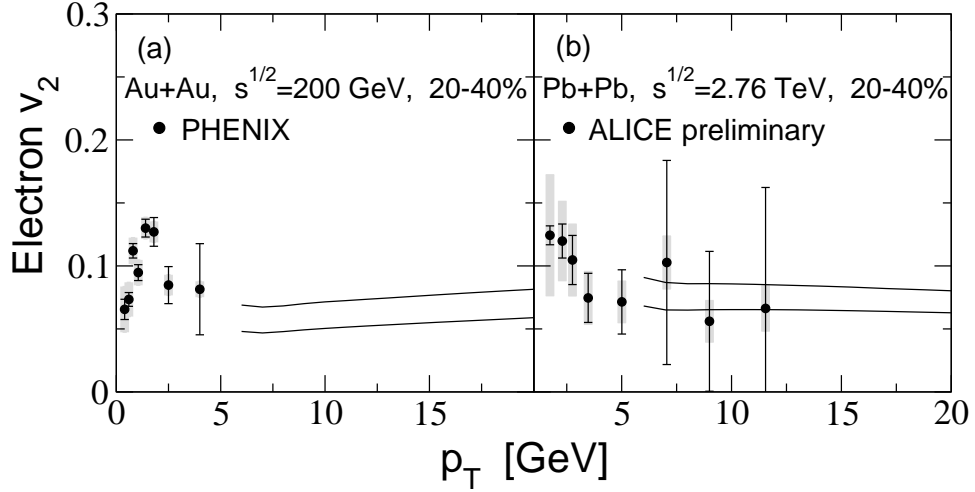


Рисунок 7.9: v_2 для нефотонных электронов для центральности 20–40% в (а) Au+Au соударениях при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, и в (б) Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Теоретические кривые получены для $\alpha_s^{fr} = 0.4$ (нижние кривые), и 0.5 (верхние кривые), и включают вклады c и b кварков. Экспериментальные данные получены (а) PHENIX [213], и (б) ALICE [214].

зависимости энергетических потерь тяжелых кварков. На Рис. 7.9 мы сравниваем наши результаты по v_2 для 20–40% интервала центральностей с данными (а) PHENIX [213] и (б) ALICE [214]. Как видно, согласие с данными ALICE [214] довольно хорошее. Но экспериментальные ошибки очень большие и интервал p_T ограничен для того чтобы сделать определенный вывод о предпочтительной величине α_s^{fr} . Для данных PHENIX [213] $p_T \lesssim 4$ ГэВ. Для таких малых p_T наши вычисления ненадежны. Тем не менее наш v_2 для $\alpha_s^{fr} = 0.5$ (предпочтительный для R_{AA} по пионам) при $p_T = 6$ ГэВ разумно согласуется с экспериментальным v_2 при $p_T \approx 4$ ГэВ.

Интересно сравнить наши предсказания и непосредственно с данными для R_{AA} для тяжелых мезонов. Недавно коллаборация ALICE [248, 249] получила их для D -мезонов. На Рис. 7.10 мы сравниваем наши расчеты с данными ALICE [248, 249] по R_{AA} для D -мезонов в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для 0-20% и 0-7.5% интервала центральностей. На Рис. 7.10 мы учитывали только $c \rightarrow D$ фрагментацию. Наши расчеты показывают, что эффект от b кварка (от $b \rightarrow B \rightarrow D$ вакуумного перехода) увеличивает R_{AA} только на $\sim 2\%$. Из Рис. 7.10 можно заключить, что тоже самое окно по α_s^{fr} что и для легких адронов может дать разумное согласие и с данными по D -мезонам.

В наших вычислениях в этой главе мы использовали модель КГП в виде системы статических центров [73] Как показано в разделе 3.5 главы 3, обобщение наших формул на описание КГП в схеме НТЛ [95] тривиально и сводится просто к замене потенциала в гамильтониане (3.22) для статической модели (v_{st}) на потенциал вычисляемый по динамической схеме НТЛ (v_{dyn}), который отличается заменой в дипольном сечении фактора $1/(q^2 + \mu_D)^2$ на $d/[q^2(q^2 + \mu_D)]$ с $d \approx 1.19$ (для $N_f = 2.5$). В работе [174]

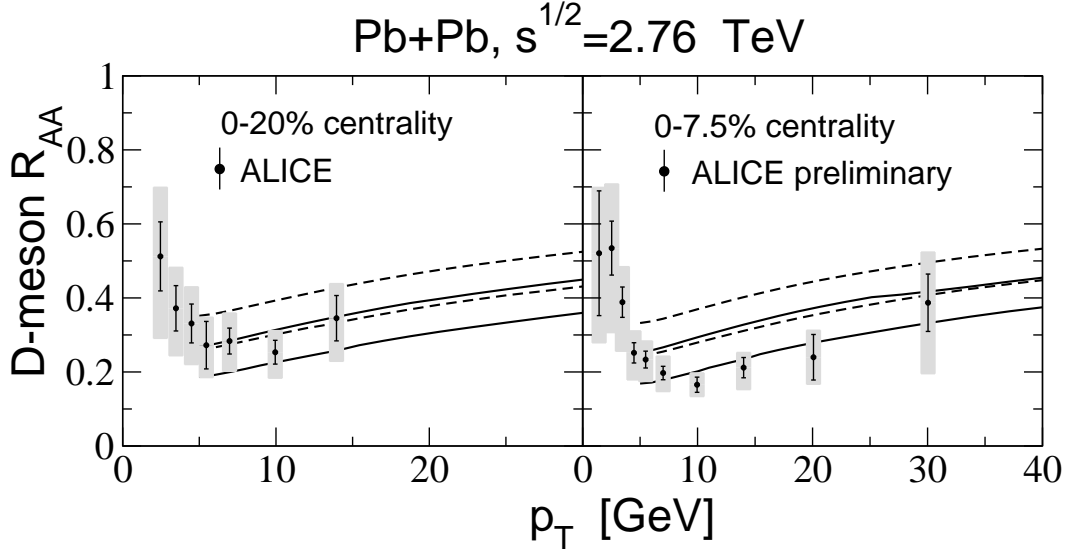


Рисунок 7.10: R_{AA} для D мезонов для центральностей 0-20% (слева) и 0-7.5% (справа) в Pb+Pb соударениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для $\alpha_s^{fr} = 0.4$ (верхние кривые) и 0.5 (нижние кривые) при $y = 0$. Сплошные кривые показывают суммарный эффект радиационных и столкновительных потерь, а пунктирные эффект радиационных потерь. Экспериментальные данные получены ALICE [248] (слева), [249] (справа) как среднее для D^0, D^+, D^{*+} мезонов.

утверждалось, что динамические эффекты усиливают подавление для тяжелых кварков и поэтому важны для описания данных по R_{AA} для нефотонных электронов. С нашей точки зрения этот вывод ошибочен. Разумеется, замена потенциала v_{stat} на v_{dyn} уменьшит предсказания для R_{AA} (если не менять одновременно α_s). Однако совершенно очевидно, что отношение $R_{AA}^{heavy}/R_{AA}^{light}$ при этом не может существенно измениться, так как динамические эффекты меняют индуцированное излучение глюонов для легких и тяжелых флейворов практически одинаковым образом. Действительно, типичные ρ при вычислении глюонного спектра не меняются при переходе от легких к тяжелым кваркам¹, это область $\rho \lesssim \sqrt{S_{LPM}}/m_g$ (здесь S_{LPM} фактор подавления ЛПМ, который типично для условий RHIC и LHC $\sim 0.2 \div 0.5$). В этой области ρ формы $v_{dyn}(\rho)$ и $v_{stat}(\rho)$ качественно одинаковы. Поэтому различие R_{AA} для динамической и статической схем для легких и тяжелых флейворов должно быть аналогичным. В результате, после того как мы фиксируем α_s по данным R_{AA} для легких адронов, динамическая схема должна давать R_{AA} для тяжелых флейворов такой же как и статическая модель. Мы проверили это аккуратными численными расчетами (с фиксированной α_s как в НТЛ схеме) и получили пренебрежимо малый эффект на отношение $R_{AA}^{heavy}/R_{AA}^{light}$ в динамической схеме. Как мы отмечали в разделе 3.5, использование НТЛ схемы не делает результаты более надежными, но в

¹Для тяжелых кварков типичные ρ могут уменьшиться только в области $x \gtrsim m_g/m_Q$, где кварковая масса сильно подавляет спектр, которая поэтому дает малый вклад.

тоже время не позволяет работать с бегущей α_s , что как показывают наши расчеты энергетических потерь в разделе 7.3.2 очень важно.

7.5 Выводы

В этой главе мы провели вычисление радиационных и столкновительных энергетических потерь для расширяющейся КГП для условий RHIC и LHC. Наши расчеты показывают, что для легких кварков и глюонов доминирующий вклад идет от радиационного механизма. Для c кварка ситуация почти аналогична ситуации для легких кварков, для b кварка доля радиационных потерь существенно уменьшается при малых энергиях $E \lesssim 10 - 15$ ГэВ. При высоких энергиях $E \gtrsim 100$ ГэВ радиационные потери растут с массой кварка, что противоречит предсказаниям модели мертвого конуса [123]. Мы показали, что для бегущей α_s рост энергетических потерь с энергией существенно слабее чем для фиксированного заряда.

Мы построили модель для расчета ядерной модификации спектров частиц в AA соударениях за счет потерь энергии быстрых партонов в КГП. Мы показали, что данные RHIC и LHC по ядерным факторам модификации R_{AA} для легких адронов, электронов от распадов тяжелых кварков, D -мезонов могут быть совместно описаны в пертурбативной картине при разумных значениях α_s^{fr} для плотности энтропии КГП согласованной с наблюдаемой множественностью заряженных адронов. Мы обнаружили, что для согласия с данными RHIC и LHC требуется уменьшение α_s^{fr} при переходе от энергий RHIC к LHC, которое может свидетельствовать о более сильном термическом подавлении заряда в более горячей КГП для LHC. Эффект столкновительных потерь на флейворную зависимость R_{AA} относительно мал при $p_T \gtrsim 10$ ГэВ. Он становится существенным только для вклада b кварка в спектр электронов при $\lesssim 6 \div 8$ ГэВ. Для коэффициента азимутальной асимметрии v_2 электронов мы также получили согласие с данными в пределах экспериментальных ошибок.

Заключение

В заключение перечислим основные результаты, полученные в диссертации.

1. В рамках пертурбативной КХД построена теория радиационных энергетических потерь быстрых партонов в КХД материи и неабелевого эффекта ЛПМ. Развитая теория основана на методе интеграла по путям на световом конусе (поэтому мы называем ее LCPI (от light cone path integral) формализмом). Подход применим для произвольных процессов расщепления быстрых частиц типа $a \rightarrow bc$ в аморфной среде индуцированных многократными перерассеяниями быстрых частиц в случайном внешнем поле среды. Спектр перехода $a \rightarrow bc$ по фейнмановской переменной x выражен через решение двумерного уравнения Шредингера с мнимым потенциалом, который пропорционален полному сечению рассеяния фиктивной системы $bc\bar{a}$ на отдельном конstituенте среды, $\sigma_{bc\bar{a}}$. LCPI подход является существенно более общим, чем развитый почти одновременно метод BDMPS [76] и развитые позднее подходы GLV [87] и AMY [92]. Подход LCPI одинаково применим для быстрых партонов в КХД материи и в КЭД для быстрых частиц в обычных аморфных средах.
2. В рамках LCPI формализма показано, что для быстрых партонов рождающихся в КХД материи конечного размера с постоянной плотностью радиационные энергетические потери ΔE как в режиме сильного, так и слабого эффекта ЛПМ имеют зависимость от длины пути в среде $\Delta E \propto L^2$ для достаточно малых L . Для режима сильного эффекта ЛПМ для безмассовых партонов L^2 зависимость была впервые обнаружена в [76]. Зависимость $\Delta E \propto L^2$ переходит в обычную линейную форму $\Delta E \propto L$ только когда для всех энергий излучаемых глюонов длина формирования L_f становится много меньше размера среды L .
3. Разработан эффективный метод для расчетов вероятности индуцированного перехода $a \rightarrow bc$ через решение уравнения Шредингера для волновой функции системы $bc\bar{a}$ в среде с плавными граничными условиями и с бегущим зарядом, который делает возможным аккуратное численное моделирование радиационных потерь в КГП для реалистических моделей эволюции КГП в условиях соударения тяжелых ядер.

4. Используя LCP1 формализм мы показали, что для условий AA соударений на RHIC и LHC радиационные потери энергии быстрых партонов в расширяющейся КГП больше столкновительных потерь на фактор $\sim 3 - 5$.
5. Мы впервые провели прямое вычисление вклада однократного рассеяния $N = 1$ в спектр индуцированного излучения глюонов вне рамок приближения мягких глюонов для произвольных фейнмановских x в импульсном представлении теории возмущений КХД. Используя полученные формулы для спектра глюонов, мы исследовали возможный эффект от конечных кинематических пределов на энергетические потери. Было показано, что, вопреки ранее сделанным в литературе утверждениям о сильном подавлении энергетических потерь при учете кинематических пределов [88], кинематический эффект мал уже для партонов с энергией ~ 5 ГэВ. Этот факт оправдывает применимость LCP1 подхода, который сформулирован в координатном представлении и пренебрегает кинематическими ограничениями по импульсам, для вычисления энергетических потерь струй в AA соударениях для условий RHIC и LHC.
6. Показано, что для партонов в конечной КГП вычисление индуцированного спектра глюонов в главном логарифмическом приближении, которое соответствует коллинеарному разложению жесткого блока диаграмм описывающих рождение глюона по поперечному импульсу t -канальных глюонов, для безмассовых партонов дает нулевой спектр при учете только однократного рассеяния. Показано, что ненулевой результат для спектра глюонов от вклада $N = 1$ рассеяния, полученный в этом приближении в подходе высших твистов [176, 177], связан с ошибками при выполнении коллинеарного разложения.
7. Путем аналитических расчетов вклада $N = 1$ рассеяния для процесса $q \rightarrow gq$ в импульсном представлении показано, что в режиме когда длина формирования превышает размер среды, индуцированный спектр глюонов растет с ростом массы кварка. Численные расчеты в подходе LCP1 при учете всех перерассеяний подтверждают это. Вклад глюонов с $L_f \gtrsim L$ для условий КГП для RHIC и LHC приводит к тому, что при энергиях $E \gtrsim 150 - 200$ ГэВ имеет место неравенство для энергетических потерь кварков

$$\Delta E_b > \Delta E_c > \Delta E_{u,d}.$$

Обнаруженная массовая зависимость спектра в режиме $L_f \gtrsim L$ находится в противоречии с предсказанием модели мертвого конуса Докшицера-Харзеева [123], которая предсказывает убывание спектра глюонов с массой кварка.

8. Мы показали, что для индуцированного (тормозного) излучения фотонов быстрыми легкими кварками в КГП в АА соударениях эффект конечного размера среды радикально меняет спектр фотонов. Он трансформирует спектр Бете-Гайтлера $\propto 1/x$ в спектр примерно $\propto 1/(1-x)$ (за исключением узкой области $1-x \lesssim R_A m_q^2/E_q$).
9. Построена модель для вычисления модификации спектров частиц с большими p_T в АА соударениях от взаимодействия струй с КГП с использованием индуцированного спектра глюонов вычисляемого в подходе LCPI с бегущей α_s с учетом флуктуаций длин путей партонов в среде. Модель учитывает также столкновительные потери, вычисляемые с аккуратной трактовкой кинематики процессов $2 \rightarrow 2$ и статистических факторов партонов в КГП. Показано, что развитая схема дает разумное согласие с данными RHIC и LHC по ядерному фактору модификации R_{AA} . Установлено, что данные RHIC и LHC по R_{AA} требуют уменьшения α_s в КГП при переходе от RHIC к LHC, что может свидетельствовать о более сильном термическом подавлении заряда в более горячей КГП при энергиях LHC. Вопреки имеющимся в литературе утверждениям о невозможности одновременного описания фактора R_{AA} для легких и тяжелых флейворов, наши результаты дают вполне разумное описание флейворной зависимости R_{AA} измеряемой по R_{AA} для легких адронов, электронов от распадов тяжелых мезонов, и D -мезонов.
10. Впервые построен квазиклассический формализм для расчета неабелевого аналога синхротронного излучения в коллективных цветных полях. Показано, что более ранний анализ синхротронного излучения в КХД в работе Шурыяка и Захеда [204] в методе собственного времени Швингера ведет к физически абсурдным предсказаниям. В рамках развитого нами формализма мы выполнили оценки энергетических потерь в коллективных цветных полях, которые могут генерироваться в КГП плазменными неустойчивостями. Показано, что даже в сценарии с существенным ($\sim 30\%$) вкладом коллективных полей в полную энергию КГП синхротронные потери должны быть не очень велики (порядка вклада столкновительных потерь).
11. Используя развитый формализм для энергетических потерь синхротронного типа, мы впервые провели расчет вклада в энергетические потери партонов от взаимодействия с трубками сильных цветных коллективных полей в фазе глазмы, которая может предшествовать фазе КГП. Мы показали, что глазма может приводить к излучению мягких глюонов в широком интервале углов. Однако наши расчеты показывают, что вклад глазмы в энергетические потери быстрых партонов существенно меньше радиационных энергетических потерь в КГП.

12. Мы получили в рамках LCPI формализма формулу для спектра процессов $e \rightarrow \gamma e$, $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ на конечной мишени в форме суммы спектра Бете-Гайтлера и абсорбционной поправки (аналогичной глауберовской поправке для сечения взаимодействия адронов с ядрами), которая описывает эффект ЛПМ. Полученная форма использовалась для численных расчетов с аккуратной трактовкой кулоновских эффектов при сравнении с данными по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$, полученными в SLAC [58] и CERN SPS [59]. Для сравнения с этими данными, которые дают спектр по полной излученной энергии, были получены простые формулы для K -фактора для описания эффекта от многофотонных процессов. Проведенное сравнение показало согласие теории с экспериментом с отклонениями на уровне радиационных поправок.

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. Электронно-лавинные процессы при сверхвысоких энергиях // ДАН СССР. — 1953. — Т. 92. — С. 735–740.
2. Migdal A.B. Bremsstrahlung and Pair Production in Condensed Media at High Energies // Phys. Rev. — 1956. — Vol. 103. — P. 1811–1820.
3. Zakharov B.G. Fully quantum treatment of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in QED and QCD // JETP Lett. — 1996. — 7. — Vol. 63, no. 2. — P. 952–957.
4. Захаров Б.Г. О справедливости эйконального приближения для расчета вероятности прохождения ультрарелятивистских позитрониев через вещество // Ядерная Физика. — 1987. — Т. 46. — С. 148–154.
5. Zakharov B.G. Landau-Pomeranchuk-Migdal effect for finite size targets // JETP Lett. — 1996. — Vol. 64. — P. 781–787.
6. Zakharov B.G. Radiative energy loss of high-energy quarks in finite size nuclear matter and quark - gluon plasma // JETP Lett. — 1997. — Vol. 65. — P. 615–620.
7. Zakharov B.G. Induced gluon radiation of high energy quark in finite-size QCD medium // Proceedings of the 32nd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 22-29, 1997, pp. 541-545, ed. by Jean Tran Thanh Van.
8. Zakharov B.G. Quark energy loss in an expanding quark-gluon plasma // Proceedings of the 33rd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 21-28, 1998, pp. 465-469, ed. by Jean Tran Thanh Van.
9. Zakharov B.G. Light cone path integral approach to the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect // Phys. Atom. Nucl. — 1998. — Vol. 61. — P. 838–854.
10. Zakharov B.G. Light cone path integral approach to the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect and the SLAC data on bremsstrahlung from high-energy electrons // Phys. Atom. Nucl. — 1998. — Vol. 62. — P. 1008–1018.

11. Zakharov B.G. Transverse spectra of radiation processes in medium // JETP Lett. — 1999. — Vol. 70. — P. 176–182.
12. Zakharov B.G. Transverse spectra of induced radiation // Proceedings of the 34th Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions, Les Arcs, France, March 20-27, 1999, pp. 249-252, ed. by Jean Tran Thanh Van.
13. Baier R., Schiff D., Zakharov B.G. Energy loss in perturbative QCD // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2000. — Vol. 50. — P. 37–69.
14. Zakharov B.G. On the energy loss of high-energy quarks in a finite size quark - gluon plasma // JETP Lett. — 2001. — Vol. 73. — P. 49–52.
15. Zakharov B.G. Description of the CERN SPS data on the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect for photon bremsstrahlung in quantum regime // JETP Lett. — 2003. — Vol. 78. — P. 759–762.
16. Zakharov B.G. Light-cone path integral approach to the induced radiation in QED and QCD: basic concepts and recent applications Transverse spectra of induced radiation // Proceedings of Diffracton 2004: International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics, Cala Gonone, Sardinia, Italy, 18-23 Sep 2004. Published in Nucl. Phys. Proc. Suppl. **146** (2005) pp. 151-155, ed. by R. Fiore, I.P. Ivanov, A. Papa.
17. Zakharov B.G. Radiative parton energy loss and jet quenching in high-energy heavy-ion collisions // JETP Lett. — 2004. — Vol. 80. — P. 617–622.
18. Zakharov B.G. The Role of finite kinematic bounds in the induced gluon emission from fast quarks in a finite size quark-gluon plasma // JETP Lett. — 2004. — Vol. 80. — P. 67–72.
19. Zakharov B.G. Induced photon emission from quark jets in ultrarelativistic heavy-ion collisions // JETP Lett. — 2004. — Vol. 80. — P. 1–6.
20. Zakharov B.G. Parton energy loss in an expanding quark-gluon plasma: Radiative versus collisional // JETP Lett. — 2007. — Vol. 86. — P. 444–450.
21. Aurenche P., Zakharov B.G. Collinear Photon Emission from the Quark-Gluon Plasma: The Light-Cone Path Integral Formulation // JETP Lett. — 2007. — Vol. 85. — P. 149–155.
22. Zakharov B.G. Jet quenching with running coupling including radiative and collisional energy losses // JETP Lett. — 2008. — Vol. 88. — P. 781–786.

23. Aurenche P., Zakharov B.G., Zaraket H. Failure of the collinear expansion in calculation of the induced gluon emission // *JETP Lett.* — 2008. — Vol. 87. — P. 605–610.
24. Zakharov B.G. Parton Energy Loss in Collinear Expansion // *Proceedings, 43rd Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 8-15, 2008*, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, B. Pietrzyk, Jean Tran Thanh Van.
25. Zakharov B.G. Jet Quenching from RHIC to LHC // *Proceedings, 5th International Workshop on Diffraction in high-energy physics (Diffraction 2008): La Londe-les-Maures, France, September 9-14, 2008*, pp. 398-402 ed. by R. Fiore, I. Ivanov, A. Papa, J. Soffer.
26. Zakharov B.G. Parton energy loss due to synchrotron-like gluon emission // *JETP Lett.* — 2008. — Vol. 88. — P. 475–480.
27. Zakharov B.G. Synchrotron-like gluon emission in the quark-gluon plasma // *Proceedings, 44th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions : La Thuile, Italy, March 14-21, 2009*, pp. 407-410, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, B. Pietrzyk, Jean Tran Thanh Van.
28. Aurenche P., Zakharov B.G. Anomalous mass dependence of radiative quark energy loss in a finite-size quark-gluon plasma // *JETP Lett.* — 2009. — Vol. 90. — P. 237–243.
29. Zakharov B.G. Jet Quenching from RHIC to LHC // *Proceedings, 46th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions: La Thuile, Italy, March 20-27, 2011*, ed. by E. Auge, J. Dumarchez, Jean Tran Thanh Van.
30. Zakharov B.G. Can we see from jet quenching that quark-gluon plasma becomes more perturbative at the LHC than at the RHIC? // *Quark matter. Proceedings, 22nd International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Quark Matter 2011, Annecy, France, May 23-28, 2011*, ed. by Y. Schutz, U.A. Wiedemann; *J. Phys.* — 2011. — Vol. G38. — P. 124161.
31. Zakharov B.G. Variation of jet quenching from RHIC to LHC and thermal suppression of QCD coupling constant // *JETP Lett.* — 2011. — Vol. 93. — P. 683–687.
32. Zakharov B.G. Nuclear suppression of light hadrons and single electrons at the RHIC and LHC // *J. Phys.* — 2013. — Vol. G40. — P. 085003.
33. Zakharov B.G. Nuclear modification factor for light and heavy flavors within pQCD and recent data from the LHC // *JETP Lett.* — 2013. — Vol. 96. — P. 616–620.

34. Aurenche P., Zakharov B.G. Parton energy loss in glasma // *Phys. Lett.* — 2013. — Vol. B718. — P. 937–942.
35. Rossi B., Greisen K. Cosmic-ray theory // *Rev. Mod. Phys.* — 1941. — Vol. 13. — P. 240–309.
36. Bethe H.A., Heitler W. On the stopping of fast particles and the creation of positive electrons // *Proc. Royal Soc.* — 1934. — Vol. A146. — P. 83.
37. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Теоретическая физика. — Издание 4-е, исправленное. — М.: Физматлит, 2002. — Т. IV. Квантовая электродинамика. — 720 с. — ISBN 5-9221-0058-0.
38. Тер-Микаелян М.Л. Spectrum of damping radiation in a refracting medium // *ДАН СССР.* — 1954. — Т. 94. — С. 1033.
39. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, АН Арм. ССР, 1969.
40. Тер-Микаелян М.Л. Электромагнитные процессы при высоких энергиях в аморфных и неоднородных средах // *УФН.* — 2003. — Т. 173. — С. 1265–1286.
41. Мигдал А.Б. Квантовое кинетическое уравнение для многократного рассеяния // *ДАН СССР.* — 1955. — Т. 105. — С. 77–79.
42. Galitsky V.M., Gurevich I.I. Coherence effects in ultra-relativistic electron bremsstrahlung // *Nuovo cimento.* — 1964. — Vol. 32. — P. 396–407.
43. Рязанов М.И. Тормозное излучение и образование пар при сверхвысоких энергиях в конденсированном аморфном веществе // *УФН.* — 1974. — Т. 114. — С. 393–414.
44. Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Влияние многократного рассеяния на излучение релятивистских частиц в аморфных и кристаллических средах // *УФН.* — 1987. — Т. 151. — С. 386–424.
45. Klein S. Suppression of Bremsstrahlung and pair production due to environmental factors // *Rev. Mod. Phys.* — 1999. — Vol. 71. — P. 1501–1538.
46. Ternovskii F.F. On the theory of radiative processes in piecewise homogeneous media // *Sov. Phys. JETP.* — 1961. — Vol. 12. — P. 123–129.
47. Pafomov V.E. Concerning bremsstrahlung // *Sov. Phys. JETP.* — 1965. — Vol. 22. — P. 848–851.

48. Ternovskii F.F. Effect of multiple scattering on the proper field of a fast charged particle // Sov. Phys. JETP. — 1961. — Vol. 12. — P. 344–347.
49. Pafomov V.E. Effect of Multiple Scattering on Transition Radiation // Sov. Phys. JETP. — 1965. — Vol. 20. — P. 353–357.
50. Laskin N.V., Mazmanishvili A.S., Shulga N.F. A method of path integration and the Landau-Pomeranchuk effect of suppression of fast particle radiation in matter // Phys. Lett. — 1985. — Vol. A112. — P. 240–242.
51. Laskin N.V., Mazmanishvili A.S., Nasonov N.N., Shulga N.F. Theory of Emission by Relativistic Particles in Amorphous and Crystalline Media // Sov. Phys. JETP. — 1985. — Vol. 62. — P. 438–447.
52. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов, М., Атомиздат, 1973.
53. Baier V.N., Katkov V.M. Processes involved in the motion of high energy particles in a magnetic field // JETP. — 1968. — Vol. 26. — P. 854–860.
54. Blankenbecler R., Drell S. Landau-Pomeranchuk-Migdal effect for finite targets // Phys. Rev. — 1996. — Vol. D53. — P. 6265–6281.
55. Blankenbecler R. Multiple scattering and functional integrals // Phys. Rev. — 1997. — Vol. D55. — P. 2441–2448.
56. Varfolomeev A.A., Glebov V.I., Denisov E.I. et al. Effect of the medium on the bremsstrahlung of 40-GeV electrons // Sov. Phys. JETP. — 1975. — Vol. 42. — P. 218–221.
57. Anthony P.L., Becker-Szendy R., Bosted P.E. et al. An Accurate measurement of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 75. — P. 1949–1952.
58. Anthony P.L., Becker-Szendy R., Bosted P.E. et al. Bremsstrahlung suppression due to the LPM and dielectric effects in a variety of materials // Phys. Rev. — 1997. — Vol. D56. — P. 1373–1390.
59. Hansen H.D., Uggerhøj U.I., Biino C. et al. Is the electron radiation length constant at high energies? // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 91. — P. 014801.
60. Bjorken J.D. Energy Loss of Energetic Partons in Quark-Gluon Plasma: Possible Extinction of High p_T Jets in Hadron-Hadron Collisions, FERMILAB-Pub-82/59-THY, 1982.

61. Jacobs P., Wang X.N. Matter in extremis: Ultrarelativistic nuclear collisions at RHIC // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2005. — Vol. 54. — P. 443–534.
62. Tannenbaum M.J. Highlights from BNL-RHIC 2011-2013 // *Int. J. Mod. Phys.* — 2014. — Vol. A29. — P. 1430017.
63. Singh R., Kumar L., Netrakanti P.K., Mohanty B. Selected Experimental Results from Heavy Ion Collisions at LHC // *Adv. High Energy Phys.* — 2013. — Vol. 2013. — P. 761474.
64. Heinz U., Snellings R. Collective flow and viscosity in relativistic heavy-ion collisions // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2013. — Vol. 63. — P. 123–151.
65. Huovinen P. Hydrodynamics at RHIC and LHC: What have we learned? // *Int. J. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. E22. — P. 1330029.
66. Dremin I.M., Leonidov A.V. The Quark-gluon medium // *Phys. Usp.* — 2011. — Vol. 53. — P. 1123–1149.
67. Iancu E. QCD in heavy ion collisions, Proceedings, 2011 European School of High-Energy Physics: Cheile Gradistei, Romania, September 7-20, 2011, p.197-266, ed. by C. Grojean, M. Mulders; arXiv:1205.0579.
68. Lappi T., McLerran L. Some features of the glasma // *Nucl. Phys.* — 2006. — Vol. A772. — P. 200–212.
69. McLerran L. Strongly Interacting Matter Matter at Very High Energy Density: 3 Lectures in Zakopane // *Acta Phys. Polon.* — 2010. — Vol. B41. — P. 2799–2826.
70. Lappi T. Small x physics and RHIC data // *Int. J. Mod. Phys.* — 2011. — Vol. E20. — P. 1–43.
71. Heinz U., Sorensen P., Deshpande A. et al. Exploring the properties of the phases of QCD matter - research opportunities and priorities for the next decade // arXiv:1501.06477.
72. Akiba Y., Angerami A., Caines H. et al. The Hot QCD White Paper: Exploring the Phases of QCD at RHIC and the LHC // arXiv:1502.02730.
73. Gyulassy M., Wang X.N. Multiple collisions and induced gluon Bremsstrahlung in QCD // *Nucl. Phys.* — 1994. — Vol. B420. — P. 583–614.
74. Wang X.N., Gyulassy M., Plumer M. The LPM effect in QCD and radiative energy loss in a quark gluon plasma // *Phys. Rev.* — 1995. — Vol. D51. — P. 3436–3446.

75. Baier R., Dokshitzer Y.L., Peigné S., Schiff D. Induced gluon radiation in a QCD medium // *Phys. Lett.* — 1995. — Vol. B345. — P. 277–286.
76. Baier R., Dokshitzer Y.L., Mueller A.H., Peigné S., Schiff D. Radiative energy loss of high-energy quarks and gluons in a finite volume quark - gluon plasma // *Nucl. Phys.* — 1997. — Vol. B483. — P. 291–320.
77. Baier R., Dokshitzer Y.L., Mueller A.H., Peigné S., Schiff D. Radiative energy loss and $p(T)$ broadening of high-energy partons in nuclei // *Nucl. Phys.* — 1997. — Vol. B484. — P. 265–282.
78. Baier R., Dokshitzer Y.L., Mueller A.H., Schiff D. Medium induced radiative energy loss: Equivalence between the BDMPS and Zakharov formalisms // *Nucl. Phys.* — 1998. — Vol. B531. — P. 033–053.
79. Feynman R.P., Hibbs A. *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill, 1965.
80. Baier R., Dokshitzer Y.L., Mueller A.H., Schiff D. Quenching of hadron spectra in media // *JHEP.* — 2001. — Vol. 0109. — P. 033–053.
81. Salgado C.A., Wiedemann U.A. Calculating quenching weights // *Phys. Rev.* — 2003. — Vol. D68. — P. 014008.
82. Salgado C.A., Wiedemann U.A. Medium modification of jet shapes and jet multiplicities // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 93. — P. 042301.
83. Armesto N., Salgado C.A., Wiedemann U.A. Medium induced gluon radiation off massive quarks fills the dead cone // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. D69. — P. 114003.
84. Eskola K.J., Honkanen H., Salgado C.A., Wiedemann U.A. The Fragility of high- $p(T)$ hadron spectra as a hard probe // *Nucl. Phys.* — 2005. — Vol. A747. — P. 511–529.
85. Armesto N., Dainese A., Salgado C.A., Wiedemann U.A. Testing the color charge and mass dependence of parton energy loss with heavy-to-light ratios at RHIC and CERN LHC // *Phys. Rev.* — 2005. — Vol. D71. — P. 054027.
86. Armesto N., Cacciari M., Hirano T., Nagle J.L., Salgado C.A. Constraint fitting of experimental data with a jet quenching model embedded in a hydrodynamical bulk medium // *J. Phys.* — 2010. — Vol. G37. — P. 025104.
87. Gyulassy M., Levai P., Vitev I. Jet quenching in thin quark gluon plasmas. 1. Formalism // *Nucl. Phys.* — 2000. — Vol. B571. — P. 197–233.

88. Gyulassy M., Levai P., Vitev I. Reaction operator approach to nonAbelian energy loss // Nucl. Phys. — 2001. — Vol. B594. — P. 371–419.
89. Knoll J., Voskresensky D.N. Nonequilibrium description of bremsstrahlung in dense matter (Landau-Pomeranchuk-Migdal effect) // Phys. Lett. — 1995. — Vol. B351. — P. 43–49.
90. Knoll J., Voskresensky D.N. Classical and quantum many body description of bremsstrahlung in dense matter (Landau-Pomeranchuk-Migdal effect) // Annals Phys. — 1996. — Vol. 249. — P. 532–581.
91. Aurenche P., Gelis F., Zaraket H. Landau-Pomeranchuk-Migdal effect in thermal field theory // Phys. Rev. — 2000. — Vol. D62. — P. 096012.
92. Arnold P.B., Moore G.D., Yaffe L.G. Photon emission from ultrarelativistic plasmas // JHEP. — 2001. — Vol. 0111. — P. 057.
93. Arnold P.B., Moore G.D., Yaffe L.G. Photon emission from quark gluon plasma: Complete leading order results // JHEP. — 2001. — Vol. 0112. — P. 009.
94. Keldysh L.V. Diagram Technique for Nonequilibrium Processes // JETP. — 1965. — Vol. 20. — P. 1018–1026.
95. Braaten E., Pisarski R.D. Soft Amplitudes in Hot Gauge Theories: A General Analysis // Nucl. Phys. — 1990. — Vol. B337. — P. 569–649.
96. Braaten E., Pisarski R.D. Deducing Hard Thermal Loops From Ward Identities // Nucl. Phys. — 1990. — Vol. B339. — P. 310–324.
97. Frenkel J., Taylor J.C. High Temperature Limit of Thermal QCD // Nucl. Phys. — 1990. — Vol. B334. — P. 199–216.
98. Frenkel J., Taylor J.C. Hard thermal QCD, forward scattering and effective actions // Nucl. Phys. — 1992. — Vol. B374. — P. 156–168.
99. Arnold P.B., Moore G.D., Yaffe L.G. Photon and gluon emission in relativistic plasmas // JHEP. — 2002. — Vol. 0206. — P. 030.
100. Turbide S., Gale C., Jeon S., Moore G.D. Energy loss of leading hadrons and direct photon production in evolving quark-gluon plasma // Phys. Rev. — 2005. — Vol. C72. — P. 014906.
101. Caron-Huot S., Gale C. Finite-size effects on the radiative energy loss of a fast parton in hot and dense strongly interacting matter // Phys. Rev. — 2010. — Vol. C82. — P. 064902.

102. Young C., Schenke B., Jeon S., Gale C. Realistic modelling of jets in heavy-ion collisions // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A910-911. — P. 494–497.
103. Wiedemann U.A., Gyulassy M. Transverse momentum dependence of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect // Nucl. Phys. — 1999. — Vol. B560. — P. 345–382.
104. Wiedemann U.A. Gluon radiation off hard quarks in a nuclear environment: Opacity expansion // Nucl. Phys. — 2000. — Vol. B588. — P. 303–344.
105. Wiedemann U.A. Jet quenching versus jet enhancement: A Quantitative study of the BDMPS-Z gluon radiation spectrum // Nucl. Phys. — 2001. — Vol. A690. — P. 731–751.
106. Casalderrey-Solana J., Iancu E. Interference effects in medium-induced gluon radiation // JHEP. — 2011. — Vol. 1108. — P. 015.
107. Blaizot J.P., Dominguez F., Iancu E., Mehtar-Tani Y. Medium-induced gluon branching // JHEP. — 2013. — Vol. 1301. — P. 143.
108. Mehtar-Tani Y., Milhano J.G., Tywoniuk K. Jet physics in heavy-ion collisions // Int. J. Mod. Phys. — 2013. — Vol. A28. — P. 1340013.
109. Blaizot J.P., Mehtar-Tani Y. Jet Structure in Heavy Ion Collisions // arXiv:1503.05958.
110. Arnold P., Iqbal S. The LPM effect in sequential bremsstrahlung // arXiv:1501.04964.
111. Gyulassy M., Levai P., Vitev I. Jet tomography of Au+Au reactions including multigluon fluctuations // Phys. Lett. — 2002. — Vol. B538. — P. 282–288.
112. Lokhtin I.P., Snigirev A.M. A Model of jet quenching in ultrarelativistic heavy ion collisions and high-p(T) hadron spectra at RHIC // Eur. Phys. J. — 2006. — Vol. C45. — P. 211–217.
113. Lokhtin I.P., Malinina L.V., Petrushanko S.V. et al. Heavy ion event generator HYDJET++ (HYDroynamics plus JETs) // Comput. Phys. Commun. — 2009. — Vol. 180. — P. 779–799.
114. Armesto N., Cunqueiro L., Salgado C.A. Q-PYTHIA: A Medium-modified implementation of final state radiation // Eur. Phys. J. — 2009. — Vol. C63. — P. 679–690.
115. Zapp K.C., Stachel J., Wiedemann U.A. A local Monte Carlo framework for coherent QCD parton energy loss // JHEP. — 2011. — Vol. 1107. — P. 118.

116. Zapp K.C., Wiedemann U.A. Coherent Radiative Parton Energy Loss beyond the BDMPS-Z Limit // *Eur. Phys. J.* — 2012. — Vol. C72. — P. 2028.
117. Buzzatti A., Gyulassy M. Jet Flavor Tomography of Quark Gluon Plasmas at RHIC and LHC // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 022301.
118. Buzzatti A., Gyulassy M. An overview of the CUJET model: Jet Flavor Tomography applied at RHIC and LHC // *Nucl. Phys.* — 2013. — Vol. A910-911. — P. 490–493.
119. Ermolaev B.I., Fadin V. S. Log - Log Asymptotic Form of Exclusive Cross-Sections in Quantum Chromodynamics // *JETP Lett.* — 1981. — Vol. 33. — P. 269–272.
120. Mueller A.H. On the Multiplicity of Hadrons in QCD Jets // *JETP Lett.* — 1981. — Vol. B104. — P. 161–164.
121. Dokshitzer Y.L., Khoze V.A., Mueller A.H., Troyan S.I. Basics of Perturbative QCD, ed. by J. Tran Thanh Van, Editions Frontiers, Gif-sur-Yvette, 1991.
122. Sjostrand T., Lonnblad L., Mrenna S., Skands P.Z. Pythia 6.3 physics and manual, FERMILAB-PUB-03-457, LU-TP-03-38 e-Print: hep-ph/0308153.
123. Dokshitzer Y.L., Kharzeev D.E. Heavy quark colorimetry of QCD matter // *Phys. Lett.* — 2001. — Vol. B519. — P. 199–206.
124. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля — М.: Издательство иностранной литературы, 1963. — 835 с.
125. Kovchegov Y.V., Mueller A.H. Gluon production in current nucleus and nucleon - nucleus collisions in a quasiclassical approximation // *Nucl. Phys.* — 1998. — Vol. B529. — P. 451–479.
126. Feinberg E.L. High energy successive interactions // *Sov. Phys. JETP.* — 1966. — Vol. 23. — P. 132–140.
127. Bjorken J.D., Kogut J.B., Soper D.E. Quantum Electrodynamics at Infinite Momentum: Scattering from an External Field // *Phys. Rev.* — 1971. — Vol. D3. — P. 1382–1399.
128. Lepage G.P., Brodsky S.J. Exclusive Processes in Perturbative Quantum Chromodynamics // *Phys. Rev.* — 1980. — Vol. D22. — P. 2157–2198.
129. M. Abramowitz, I.A. Stegun. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 1972, New York: Dover.
130. Tsai Yung-Su. Pair Production and Bremsstrahlung of Charged Leptons // *Rev. Mod. Phys.* — 1974. — Vol. 46. — P. 815.

131. Bethe H., Heitler W. On the Stopping of fast particles and on the creation of positive electrons // Proc. Roy. Soc. Lond. — 1934. — Vol. A146. — P. 83–112.
132. Eyges L. Straggling of Electrons near the Critical Energy // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76. — P. 264–269.
133. Low F.E. A Model of the Bare Pomeron // Phys. Rev. — 1975. — Vol. D12. — P. 163–173.
134. Nussinov S. Colored Quark Version of Some Hadronic Puzzles // Phys. Rev. Lett. — 1975. — Vol. 34. — P. 1286–1289.
135. Gunion J.F., Soper D.E. Quark Counting and Hadron Size Effects for Total Cross-Sections // Phys. Rev. — 1977. — Vol. D15. — P. 2617–2621.
136. Kuraev E.A., Lipatov L.N., Fadin V.S. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories // Sov. Phys. JETP. — 1977. — Vol. 45. — P. 199–204.
137. Balitsky I.I., Lipatov L.N. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories // Sov. J. Nucl. Phys. — 1978. — Vol. 28. — P. 822–829.
138. Lipatov L.N. The Bare Pomeron in Quantum Chromodynamics // Sov. Phys. JETP. — 1986. — Vol. 63. — P. 904–912.
139. Gunion J.F., Bertsch G. Hadronization By Color Bremsstrahlung // Phys. Rev. — 1982. — Vol. D25. — P. 746.
140. Gribov V.N., Lipatov L.N. Deep inelastic e p scattering in perturbation theory // Sov. J. Nucl. Phys. — 1972. — Vol. 15. — P. 438–450.
141. Dokshitzer Y.L. Deep inelastic e p scattering in perturbation theory // Sov. Phys. JETP. — 1977. — Vol. 46. — P. 641–653.
142. Altarelli G., Parisi G. Asymptotic Freedom in Parton Language // Nucl. Phys. — 1977. — Vol. B126. — P. 298.
143. Nikolaev N.N., Zakharov B.G. The Pomeron in diffractive deep inelastic scattering // J. Exp. Theor. Phys. — 1994. — Vol. 78. — P. 598–618.
144. Petreczky P. Lattice QCD at non-zero temperature // J. Phys. — 2012. — Vol. G39. — P. 093002.
145. Borsanyi S. Thermodynamics of the QCD transition from lattice // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A904-905. — P. 270c–277c.

146. Levai P., Heinz U.W. Massive gluons and quarks and the equation of state obtained from SU(3) lattice QCD // *Phys. Rev.* — 1998. — Vol. C57. — P. 1879–1890.
147. Qin S., Chang L., Liu Y. et al. Interaction model for the gap equation // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. C84. — P. 042202.
148. Cloet I.C., Roberts C.D. Explanation and Prediction of Observables using Continuum Strong QCD // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2014. — Vol. 77. — P. 1–69.
149. Shuryak E.V. Correlation functions in the QCD vacuum // *Rev. Mod. Phys.* — 1993. — Vol. 65. — P. 1–46.
150. Nikolaev N.N., Zakharov B.G., Zoller V.R. The s channel approach to Lipatov's pomeron and hadronic cross-sections // *JETP Lett.* — 1994. — Vol. 59. — P. 6–12.
151. Nikolaev N.N., Zakharov B.G., Zoller V.R. The Spectrum and solutions of the generalized BFKL equation for total cross-section // *Phys. Lett.* — 1994. — Vol. B328. — P. 486–494.
152. Nikolaev N.N., Zakharov B.G., Zoller V.R. The Direct calculation of the slope of the QCD pomeron's trajectory // *JETP Lett.* — 1994. — Vol. 60. — P. 694–698.
153. Nikolaev N.N., Zakharov B.G., Zoller V.R. Exploratory study of shrinkage of the diffraction cone for the generalized BFKL pomeron // *Phys. Lett.* — 1996. — Vol. B366. — P. 337–344.
154. Nikolaev N.N., Zakharov B.G. Deep inelastic scattering at HERA and the BFKL pomeron // *Phys. Lett.* — 1994. — Vol. B327. — P. 149–156.
155. Zakharov B.G. Coherent final state interaction in jet production in nucleus-nucleus collisions // *JETP Lett.* — 2002. — Vol. 76. — P. 201–205.
156. Dokshitzer Y.L., Khoze V.A., Troian S.I. Specific features of heavy quark production. LPHD approach to heavy particle spectra // *Phys. Rev.* — 1995. — Vol. D53. — P. 89–119.
157. Dokshitzer Y.L., Marchesini G., Webber B.R. Dispersive approach to power behaved contributions in QCD hard processes // *Nucl. Phys.* — 1996. — Vol. B469. — P. 93–142.
158. Gendenshtein L.E. Renormalization Group At Finite Temperatures And The Liberation Of Quarks // *Sov. J. Nucl. Phys.* — 1979. — Vol. 29. — P. 841–847.
159. Baier R., Pire B., Schiff D. High Temperature Behavior of the QCD Coupling Constant // *Phys. Lett.* — 1990. — Vol. B238. — P. 367.

160. van Eijck M.A., Stephens C.R., van Weert C.G. Temperature dependence of the QCD coupling // *Mod. Phys. Lett.* — 1994. — Vol. A9. — P. 309–320.
161. Chaichian M., Hayashi M. QCD coupling constant at finite temperature // *Acta Phys. Polon.* — 1996. — Vol. 27. — P. 1703–1718.
162. Aurenche P., Gelis F., Zaraket H. A Simple sum rule for the thermal gluon spectral function and applications // *JHEP.* — 2002. — Vol. 0205. — P. 043.
163. Nakamura A., Saito T., Sakai S. Lattice calculation of gluon screening masses // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. D69. — P. 014506.
164. Kaczmarek O., Zantow F. Static quark anti-quark interactions in zero and finite temperature QCD. I. Heavy quark free energies, running coupling and quarkonium binding // *Phys. Rev.* — 2005. — Vol. D71. — P. 114510.
165. Aurenche P., Gelis F., Kobes R., Zaraket H. Bremsstrahlung and photon production in thermal QCD // *Phys. Rev.* — 1998. — Vol. D58. — P. 085003.
166. Aurenche P., Gelis F., Zaraket H. KLN theorem, magnetic mass, and thermal photon production // *Phys. Rev.* — 2000. — Vol. D61. — P. 116001.
167. Gyulassy M., Levai P., Vitev I. NonAbelian energy loss at finite opacity // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85. — P. 5535–5538.
168. Wicks S., Horowitz W., Djordjevic M., Gyulassy M. Elastic, inelastic, and path length fluctuations in jet tomography // *Nucl. Phys.* — 2007. — Vol. A784. — P. 426–442. — WHDG original N=1.
169. Djordjevic Magdalena, Djordjevic Marko. Generalization of radiative jet energy loss to non-zero magnetic mass // *Phys. Lett.* — 2012. — Vol. B709. — P. 229–233.
170. Djordjevic Magdalena, Djordjevic Marko. Heavy flavor puzzle from data measured at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider: Analysis of the underlying effects // *Phys. Rev.* — 2014. — Vol. C90. — P. 034910.
171. Djordjevic Magdalena, Djordjevic Marko, Blagojevic B. RHIC and LHC jet suppression in non-central collisions // *Phys. Lett.* — 2014. — Vol. B737. — P. 298–302.
172. Xu J., Buzzatti A., Gyulassy M. Azimuthal jet flavor tomography with CUJET2.0 of nuclear collisions at RHIC and LHC // *JHEP.* — 2014. — Vol. 1408. — P. 063.
173. Djordjevic Magdalena, Djordjevic Marko. LHC jet suppression of light and heavy flavor observables // *Phys. Lett.* — 2014. — Vol. B734. — P. 286–289.

174. Djordjevic M. Jet suppression of pions and single electrons at Au+Au collisions at RHIC // *Phys. Rev.* — 2012. — Vol. C85. — P. 034904.
175. Vitev I. Testing the mechanism of QGP-induced energy loss // *Phys. Lett.* — 2006. — Vol. B639. — P. 38–45. — detailed comparison with RHIC N=3.
176. Wang X.N., Guo X. Multiple parton scattering in nuclei: Parton energy loss // *Nucl. Phys.* — 2001. — Vol. A696. — P. 788–832.
177. Zhang B.W., Wang X.N. Multiple parton scattering in nuclei: Beyond helicity amplitude approximation // *Nucl. Phys.* — 2003. — Vol. A720. — P. 429–451.
178. Bjorken J.D. Highly Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions: The Central Rapidity Region // *Phys. Rev.* — 1983. — Vol. D27. — P. 140–151.
179. Collins J.C., Soper D.E. Parton Distribution and Decay Functions // *Nucl. Phys.* — 1982. — Vol. B194. — P. 445.
180. Moore R.C. et al. [E609 Collaboration]. Energy Flow in Hard Proton - Nucleus Collisions at 400 GeV/c // *Phys. Lett.* — 1990. — Vol. B244. — P. 347–351.
181. Quack E., Kodama T. The Effect of energy loss in inclusive hadron production on nuclei // *Phys. Lett.* — 1993. — Vol. B302. — P. 495–500.
182. Shen C., Heinz U., Huovinen P., Song H. Systematic parameter study of hadron spectra and elliptic flow from viscous hydrodynamic simulations of Au+Au collisions at s=200 GeV // *Phys. Rev.* — 2010. — Vol. C82. — P. 054904.
183. Song H., Bass S.A., Heinz U. et al. Hadron spectra and elliptic flow for 200 A GeV Au+Au collisions from viscous hydrodynamics coupled to a Boltzmann cascade // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. C83. — P. 054910.
184. Baier R., Mueller A.H., Schiff D., Son D.T. 'Bottom up' thermalization in heavy ion collisions // *Phys. Lett.* — 2001. — Vol. B502. — P. 51–58.
185. Shuryak E.V. What RHIC experiments and theory tell us about properties of quark-gluon plasma? // *Nucl. Phys.* — 2005. — Vol. A750. — P. 64–83.
186. Mrowczynski S. Stream Instabilities of the Quark - Gluon Plasma // *Phys. Lett.* — 1988. — Vol. B214. — P. 587.
187. Mrowczynski S. Color filamentation in ultrarelativistic heavy ion collisions // *Phys. Lett.* — 1997. — Vol. B393. — P. 26–30.
188. Mrowczynski S. Color collective effects at the early stage of ultrarelativistic heavy ion collisions // *Phys. Rev.* — 1994. — Vol. C49. — P. 2191–2197.

189. Arnold P.B., Moore G.D. QCD plasma instabilities: The NonAbelian cascade // *Phys. Rev.* — 2006. — Vol. D73. — P. 025006.
190. Mrowczynski S. Early stage thermalization via instabilities, Proceedings, 3rd Conference, CPOD2006, Florence, Italy, July 3-6, 2006, ed. by F. Becattini.
191. Rebhan A., Strickland M., Attems M. Instabilities of an anisotropically expanding non-Abelian plasma: 1D+3V discretized hard-loop simulations // *Phys. Rev.* — 2008. — Vol. D78. — P. 045023.
192. Weibel E.S. Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution // *Phys. Rev. Lett.* — 1959. — Vol. 2. — P. 83–84.
193. Asakawa M., Bass S.A., Muller B. Anomalous transport processes in anisotropically expanding quark-gluon plasmas // *Prog. Theor. Phys.* — 2007. — Vol. 116. — P. 725–755.
194. Majumder A., Muller B., Bass S.A. Longitudinal Broadening of Quenched Jets in Turbulent Color Fields // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 042301.
195. McLerran L.D., Venugopalan R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei // *Phys. Rev.* — 1994. — Vol. D49. — P. 2233–2241.
196. McLerran L.D., Venugopalan R. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum // *Phys. Rev.* — 1994. — Vol. D49. — P. 3352–3355.
197. Iancu E., Leonidov A., McLerran L. The Color glass condensate: An Introduction, QCD perspectives on hot and dense matter. Proceedings, NATO Advanced Study Institute, Summer School, Cargese, France, August 6-18, 2001, ed. by J.P. Blaizot, E. Iancu, hep-ph/0202270.
198. Gelis F., Iancu E., Jalilian-Marian J., Venugopalan R. The Color Glass Condensate // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2010. — Vol. 60. — P. 463–489.
199. Lappi T. Energy density of the glasma // *Phys. Lett.* — 2006. — Vol. B643. — P. 11–16.
200. Lappi T. Energy dependence of the saturation scale and the charged multiplicity in pp and AA collisions // *Eur. Phys. J.* — 2011. — Vol. C71. — P. 1699.
201. Fujii H., Itakura K. Expanding color flux tubes and instabilities // *Nucl. Phys.* — 2008. — Vol. A809. — P. 88–109.
202. Romatschke P., Venugopalan R. The Unstable Glasma // *Phys. Rev.* — 2006. — Vol. D74. — P. 045011.

203. Iwazaki A. Decay of Color Gauge Fields in Heavy Ion Collisions and Nielsen-Olesen Instability // Prog. Theor. Phys. — 2009. — Vol. 121. — P. 809–822.
204. Shuryak E.V., Zahed I. Jet quenching in high-energy heavy ion collisions by QCD synchrotron - like radiation // Phys. Rev. — 2003. — Vol. D67. — P. 054025.
205. Dbeyssi A., Dirani D.A., Zaraket H. Synchrotron radiation in a chromo-magnetic field // Phys. Rev. — 2011. — Vol. D84. — P. 105033.
206. Muller B., K.Rajagopal. From entropy and jet quenching to deconfinement? // Eur. Phys. J. — 2005. — Vol. C43. — P. 371–374.
207. Matsui T., Satz H. J/Psi Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation // Phys. Lett. — 1986. — Vol. B178. — P. 416.
208. Mustafa M.G., Thoma M.H. Quenching of hadron spectra due to the collisional energy loss of partons in the quark gluon plasma // Acta Phys. Hung. — 2005. — Vol. A22. — P. 93–102.
209. Mustafa M.G. Energy loss of charm quarks in the quark-gluon plasma: Collisional versus radiative // Phys. Rev. — 2005. — Vol. C72. — P. 014905.
210. Dutt-Mazumder A.K., Alam J., Roy P., Sinha B. Stopping power of hot QCD plasma // Phys. Rev. — 2005. — Vol. D71. — P. 094016.
211. Adler S.S. et al. [PHENIX Collaboration]. Nuclear modification of electron spectra and implications for heavy quark energy loss in Au+Au collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200$ -GeV // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 032301.
212. Abelev B.I. et al. [STAR Collaboration]. Erratum: Transverse momentum and centrality dependence of high-pT non-photonic electron suppression in Au+Au collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200$ GeV // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106. — P. 159902.
213. Adare A. et al. [PHENIX Collaboration]. Heavy Quark Production in p+p and Energy Loss and Flow of Heavy Quarks in Au+Au Collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200$ GeV // Phys. Rev. — 2011. — Vol. C84. — P. 044905.
214. Sakai S. et al. [ALICE Collaboration]. Measurement of RAA and v_2 of electrons from heavy-flavour decays in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 2.76$ TeV with ALICE // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A904-905. — P. 661c–664c.
215. Armesto N., Cacciari M., Dainese A., Salgado C.A., Wiedemann U.A. How sensitive are high-p(T) electron spectra at RHIC to heavy quark energy loss? // Phys. Lett. — 2006. — Vol. B637. — P. 362–366.

216. Djordjevic M. An Overview of heavy quark energy loss puzzle at RHIC // J. Phys. — 2006. — Vol. G32. — P. S333–S342.
217. Wicks S., Horowitz W., Djordjevic M., Gyulassy M. Heavy quark jet quenching with collisional plus radiative energy loss and path length fluctuations // Nucl. Phys. — 2007. — Vol. A783. — P. 493–496.
218. Wicks S., Gyulassy M. Improving a radiative plus collisional energy loss model for application to RHIC and LHC // J. Phys. — 2007. — Vol. G34. — P. S989–S993.
219. Gossiaux P.B., Aichelin J., Gousset T., Guiho V. Competition of Heavy Quark Radiative and Collisional Energy Loss in Deconfined Matter // J. Phys. — 2010. — Vol. G37. — P. 094019.
220. Meistrenko A., Peshier A., Uphoff J., Greiner C. Collisional energy loss of heavy quarks // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A901. — P. 51–64.
221. Uphoff J., Fochler O., Xu Z., Greiner C. Open heavy flavor and J/Psi at RHIC and LHC // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A910-911. — P. 401–404.
222. Peshier A. Collisional jet quenching becomes probable // Phys. Rev. — 2007. — Vol. C75. — P. 034906.
223. Cucchieri A., Karsch F., Petreczky P. Magnetic screening in hot nonAbelian gauge theory // Phys. Lett. — 2001. — Vol. B497. — P. 80–84.
224. Braaten E., Thoma M.H. Energy loss of a heavy quark in the quark - gluon plasma // Phys. Rev. — 1991. — Vol. D44. — P. 2625–2630.
225. Thoma M.H. Collisional energy loss of high-energy jets in the quark gluon plasma // Phys. Lett. — 1991. — Vol. B273. — P. 128–132.
226. Ландау Л.Д. О множественном образовании частиц при столкновении быстрых частиц // Изв. АН СССР, серия физ. — 1953. — Т. 17. — С. 51.
227. Broniowski W., Florkowski W. Geometric relation between centrality and the impact parameter in relativistic heavy ion collisions // Phys. Rev. — 2002. — Vol. C65. — P. 024905.
228. Alver B., Baker M., Loizides C., Steinberg P. The PHOBOS Glauber Monte Carlo, arXiv:0805.4411.
229. Loizides C., Nagle J., P. Steinberg P. Improved version of the PHOBOS Glauber Monte Carlo, arXiv:1408.2549.

230. Abelev B.I. et al. [STAR Collaboration]. Systematic Measurements of Identified Particle Spectra in pp,d+ Au and Au+Au Collisions from STAR // *Phys. Rev.* — 2009. — Vol. C79. — P. 034909.
231. Chatrchyan S. et al. [CMS Collaboration]. Dependence on pseudorapidity and centrality of charged hadron production in PbPb collisions at a nucleon-nucleon centre-of-mass energy of 2.76 TeV // *JHEP.* — 2011. — Vol. 1108. — P. 141.
232. Aamodt K. et al. [ALICE Collaboration]. Centrality dependence of the charged-particle multiplicity density at mid-rapidity in Pb-Pb collisions at $s^{*}(1/2)=2.76$ TeV // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 032301.
233. Brambilla N., Eidelman S., Foka P. et al. QCD and Strongly Coupled Gauge Theories: Challenges and Perspectives // *Eur. Phys. J.* — 2014. — Vol. C74. — P. 10.
234. Owens J.F. Large Momentum Transfer Production of Direct Photons, Jets, and Particles // *Rev. Mod. Phys.* — 1987. — Vol. 59. — P. 465.
235. Combridge B.L. Associated Production of Heavy Flavor States in p p and anti-p p Interactions: Some QCD Estimates // *Nucl. Phys.* — 1979. — Vol. B151. — P. 429.
236. Kniehl B.A., Kramer G., Potter B. Fragmentation functions for pions, kaons, and protons at next-to-leading order // *Nucl. Phys.* — 2000. — Vol. B582. — P. 514–536.
237. Baier R., Mueller A.H., Schiff D. How does transverse (hydrodynamic) flow affect jet-broadening and jet-quenching ? // *Phys. Lett.* — 2007. — Vol. B649. — P. 147–151.
238. Mahmood A.H. et al. [CLEO Collaboration]. Measurement of the B-meson inclusive semileptonic branching fraction and electron energy moments // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. D70. — P. 032003.
239. Poling R. CLEO-c hot topics, hep-ex/0606016.
240. Cacciari M., Nason P., Vogt R. QCD predictions for charm and bottom production at RHIC // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 122001.
241. Kretzer S., Lai H.L., Olness F., Tung W.K. Cteq6 parton distributions with heavy quark mass effects // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. D69. — P. 114005.
242. Eskola K.J., Kolhinen V.J., Salgado C.A. The Scale dependent nuclear effects in parton distributions for practical applications // *Eur. Phys. J.* — 1999. — Vol. C9. — P. 61–68.

243. Adare A. et al. [PHENIX Collaboration]. Neutral pion production with respect to centrality and reaction plane in Au+Au collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=200$ GeV // Phys. Rev. — 2013. — Vol. C87. — P. 034911.
244. Abelev B. et al. [ALICE Collaboration]. Centrality Dependence of Charged Particle Production at Large Transverse Momentum in Pb–Pb Collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=2.76$ TeV // Phys. Lett. — 2013. — Vol. B720. — P. 52–62.
245. Chatrchyan S. et al. [CMS Collaboration]. Study of high- p_T charged particle suppression in PbPb compared to pp collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=2.76$ TeV // Eur. Phys. J. — 2012. — Vol. C72. — P. 1945.
246. Aurenche P., Zakharov B.G. Jet color chemistry and anomalous baryon production in AA-collisions // Eur. Phys. J. — 2011. — Vol. C71. — P. 1829.
247. Abelev B.B. et al. [ALICE Collaboration]. Neutral pion production at midrapidity in pp and Pb-Pb collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=2.76$ TeV // Eur. Phys. J. — 2014. — Vol. C74. — P. 3108.
248. Abelev B. et al. [ALICE Collaboration]. Suppression of high transverse momentum D mesons in central Pb-Pb collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=2.76$ TeV // JHEP. — 2012. — Vol. 1209. — P. 112.
249. Grelli A. [for ALICE Collaboration]. D meson nuclear modification factors in Pb-Pb collisions at $s(\text{NN})^{1/2}=2.76$ TeV with the ALICE detector // Nucl. Phys. — 2013. — Vol. A904-905. — P. 635c–638c.
250. Weinberg S. Dynamics at Infinite Momentum // Phys. Rev. — 1966. — Vol. 150. — P. 1313–1318.
251. Nikolaev N.N., Piller G., Zakharov B.G. Quantum coherence in heavy flavor production on nuclei // JETP. — 1995. — Vol. 81. — P. 851–859.

Приложение А

Вычисление двумерного функционального интеграла для двухчастичных состояний

Рассмотрим вычисление оператора эволюции матрицы плотности определенного формулой (1.24). Будем рассматривать состояние $a\bar{a}$, начальные и конечные координаты будем писать с индексами i и f . Будем записывать интеграл по траекториям $\{\boldsymbol{\rho}\}$ и $\{\boldsymbol{\rho}'\}$ в формуле (1.24) по стандартному рецепту Фейнмана [79] как многократный интеграл с разбиением интервала времени (в нашем случае z) на короткие участки. Мы разобьем интервал (z_i, z_f) на $N - 1$ интервалов с левой границей

$$z_k = z_i + \Delta z(k - 1), \quad (\text{A.1})$$

где $\Delta z = (z_f - z_i)/(N - 1)$, k пробегает значения от 1 до $N - 1$ (при этом разбиении $z_1 = z_i$, $z_N = z_f$). Тогда для $\bar{S}_{a\bar{a}}$, определенного формулой (1.24), можно написать

$$\begin{aligned} \bar{S}_{a\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_f, \boldsymbol{\rho}'_f, z_f | \boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}'_i, z_i) &= \left(\frac{\mu}{2\pi\Delta z} \right)^{2(N-1)} \int \prod_{k=2}^{N-1} d\boldsymbol{\rho}_k d\boldsymbol{\rho}'_k \\ &\times \exp \left\{ i \frac{\mu}{2\Delta z} \sum_{j=1}^{N-1} [(\boldsymbol{\rho}_{j+1} - \boldsymbol{\rho}_j)^2 - (\boldsymbol{\rho}'_{j+1} - \boldsymbol{\rho}'_j)^2] \right\} \bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\}). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Сделаем замену переменных

$$\mathbf{R}_j = (\boldsymbol{\rho}_j + \boldsymbol{\rho}'_j)/2, \quad \boldsymbol{\tau}_j = \boldsymbol{\rho}_j - \boldsymbol{\rho}'_j. \quad (\text{A.3})$$

В координатах \mathbf{R} , $\boldsymbol{\tau}$ формула (A.2) принимает вид

$$\begin{aligned} \bar{S}_{a\bar{a}}(\boldsymbol{\rho}_f, \boldsymbol{\rho}'_f, z_f | \boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}'_i, z_i) &= \left(\frac{\mu}{2\pi\Delta z} \right)^{2(N-1)} \int \prod_{k=2}^{N-1} d\mathbf{R}_k d\tau_k \\ &\times \exp \left\{ i \frac{\mu}{\Delta z} \sum_{j=1}^{N-1} (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j)(\tau_{j+1} - \tau_j) \right\} \bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\tau}\}), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

где мы учли, что усредненный фазовый фактор $\bar{\Phi}_{a\bar{a}}$ зависит только от траектории по переменной $\boldsymbol{\tau}$. Перепишем сумму в экспоненте в (A.4) в другой форме

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N-1} (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j)(\tau_{j+1} - \tau_j) &= \mathbf{R}_N(\tau_N - \tau_{N-1}) - \mathbf{R}_1(\tau_2 - \tau_1) \\ &+ 2 \sum_{j=1}^{N-2} \mathbf{R}_{j+1} \left(\tau_{j+1} - \frac{\tau_{j+2} + \tau_j}{2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Удобно взять $N = 2^m + 1$. Тогда из представления (A.5) легко увидеть, что если сначала проинтегрировать по всем R_j для нечетных j (это интегрирование не затрагивает фазовый фактор, так как он зависит только от $\boldsymbol{\tau}$), то это даст для каждого нечетного j фактор

$$\left(\frac{\pi\Delta z}{\mu} \right)^2 \delta \left(\tau_{j+1} - \frac{\tau_{j+2} + \tau_j}{2} \right). \quad (\text{A.6})$$

После этого интегрирование с помощью δ -функций дает

$$\tau_{j+1} = (\tau_{j+2} + \tau_j)/2. \quad (\text{A.7})$$

При этом, очевидно, в фазовом факторе ломаные траектории по $\boldsymbol{\tau}$ на каждом участке (z_j, z_{j+2}) превращаются теперь в прямые. А все выражение (A.5) при этом превращается в аналогичное выражение, но с удвоенными интервалами по z . Повторяя эту процедуру m раз, с пошаговым выпрямлением траекторий по $\boldsymbol{\tau}$, мы получаем фактор $S_{a\bar{a}}$ в форме произведения двух свободных функций Грина $K_v(\boldsymbol{\rho}_f, z_f | \boldsymbol{\rho}_i, z_i) K_v^*(\boldsymbol{\rho}'_f, z_f | \boldsymbol{\rho}'_i, z_i)$ и фазового фактора $\bar{\Phi}_{a\bar{a}}$ для прямой траектории $\boldsymbol{\tau}_l$ вида (1.28) по переменной $\boldsymbol{\tau}$, то есть в форме (1.27).

Приложение В

Раскрытие неопределенности $0 \cdot \infty$

для внешних концов

Рассмотрим вычисление вклада в спектр по x и \mathbf{q}_b для процесса $a \rightarrow bc$ в формуле (1.38) от двух членов в третьей строке формулы (1.43), которые содержат неопределенность $0 \cdot \infty$ (обозначим его $dP_{a+b}/dx d\mathbf{q}_b$ по индексам внешних концов a, b). Напомним, что выражение (1.38) соответствует переходу $a \rightarrow bc$ на конечной мишени (например, расположенной в области $0 < z < L$), когда частица a налетает из области $z = -\infty$. Этот вклад определяется формулой (мы положили $z_i = -\infty$ и $z_f = \infty$)

$$\begin{aligned} \frac{dP_{a+b}}{dx d\mathbf{q}_b} &= \frac{2}{(2\pi)^2} \operatorname{Re} \int d\boldsymbol{\tau}_b \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}_b) \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 g \\ &\times \left\{ [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) - 1] \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) + \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) [\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) - 1] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Фазовые факторы Φ_a, Φ_b , определенные формулами (1.39), (1.40), имеют пределы $\Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, z_1) \rightarrow 1$ при $z_1 \rightarrow -\infty$, $\Phi_b(\boldsymbol{\tau}_b, z_2) \rightarrow 1$ при $z_2 \rightarrow \infty$. Поэтому неопределенность $0 \cdot \infty$ при интегрировании по z_1 и z_2 возникает при $z_{1,2} < 0$ для первого члена в фигурных скобках в (B.1), и при $z_{1,2} > 0$ для второго члена в фигурных скобках в (B.1). Рассмотрим вклад от второго члена. Для раскрытия неопределенности $0 \cdot \infty$ вклада конечных областей по z несущественны, поэтому мы можем написать

$$\frac{dP_a}{dx d\mathbf{q}_b} = -\frac{2}{(2\pi)^2} \operatorname{Re} \int d\boldsymbol{\tau}_b \exp(-i\mathbf{q}_b \boldsymbol{\tau}_b) \int_0^{\infty} dz_1 \int_{z_1}^{\infty} dz_2 g \mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) \Gamma_a(\boldsymbol{\tau}_a), \quad (\text{B.2})$$

где мы ввели функцию профиля

$$\Gamma_a(\boldsymbol{\tau}_a) = 1 - \Phi_a(\boldsymbol{\tau}_a, \infty) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz n(z) \sigma_{a\bar{a}}(\boldsymbol{\tau}_a) \right]. \quad (\text{B.3})$$

Мы запишем функцию Грина в виде ее Фурье представления

$$\mathcal{K}_v(\boldsymbol{\tau}_b, z_2 | 0, z_1) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{q} \exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\tau}_b) \exp\left[-i(z_2 - z_1) \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M}\right]. \quad (\text{B.4})$$

Для адиабатического включения–отключения взаимодействия мы будем брать константу взаимодействия в виде $\lambda(z) = \lambda \exp(-\delta|z|)$, с пределом $\delta \rightarrow 0$ в конечных формулах. Это соответствует z -зависимости $\exp[-\delta(|z_1| + |z_2|)]$ полного вершинного фактора g в (B.1) определенного соотношением (1.6). Тогда используя (B.4), мы можем записать (B.2) как

$$\frac{dP_a}{dx d\mathbf{q}_b} = -\frac{2g}{(2\pi)^4} \text{Re} \int d\mathbf{q} J(\mathbf{q}_b - \mathbf{q}) \int_0^\infty dz_1 \exp(-2\delta z_1) \int_0^\infty d\xi \exp\left[-\delta\xi - i\xi \frac{\mathbf{q}^2 + \epsilon^2}{2M}\right], \quad (\text{B.5})$$

$$J(\mathbf{k}) = \int \boldsymbol{\tau}_b \exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\tau}_b) \Gamma_a(\boldsymbol{\tau}_a) = \frac{1}{x^2} \Gamma_a(\mathbf{k}/x). \quad (\text{B.6})$$

При получении (B.6) учтено, что $\boldsymbol{\tau}_a = x\boldsymbol{\tau}_b$. После интегрирования по z_1 и ξ и взятия предела $\delta \rightarrow 0$ получаем

$$\frac{dP_a}{dx d\mathbf{q}_b} = -\frac{g}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{q} J(\mathbf{q}_b - \mathbf{q}) \left(\frac{2M}{\epsilon^2 + \mathbf{q}^2}\right)^2. \quad (\text{B.7})$$

Выражая $2M/(\epsilon^2 + \mathbf{q}^2)$ через $\Psi(x, \mathbf{q})$ по формуле (D.9) и используя формулу (1.6) для вершинного фактора g , мы можем переписать (B.8) как

$$\frac{dP_a}{dx d\mathbf{q}_b} = -\frac{g}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{q} J(\mathbf{q}_b - \mathbf{q}) |\Psi(x, \mathbf{q})|^2. \quad (\text{B.8})$$

Это выражение в координатном представлении можно записать как

$$\frac{dP_a}{dx d\mathbf{q}_b} = \frac{g}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\tau} d\boldsymbol{\rho} \exp(-i\mathbf{q}_b\boldsymbol{\tau}) \Psi^*(x, \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\tau}) \Psi(x, \boldsymbol{\rho}) [\Phi_a(x\boldsymbol{\tau}, \infty) - 1]. \quad (\text{B.9})$$

Вычисление вклада $dP_b/dx d\mathbf{q}_b$ таким же образом дает

$$\frac{dP_b}{dx d\mathbf{q}_b} = \frac{g}{(2\pi)^2} \int d\boldsymbol{\tau} d\boldsymbol{\rho} \exp(-i\mathbf{q}_b\boldsymbol{\tau}) \Psi^*(x, \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\tau}) \Psi(x, \boldsymbol{\rho}) [\Phi_b(\boldsymbol{\tau}, -\infty) - 1]. \quad (\text{B.10})$$

Складывая (B.9) и (B.10), получаем (1.44). Мы провели вычисления для скалярных частиц. Включение спина не меняет процедуру раскрытия неопределенности $0 \cdot \infty$, и ответ записывается через волновую функцию Ψ для перехода $a \rightarrow bc$ в таком же виде.

Приложение С

Вычисление фазовых факторов

Мы начнем с вычисления усредненного двухчастичного фазового фактора, который до усреднения по состояниям среды определен формулой (1.25). Для определенности будем рассматривать состояние $a\bar{a}$. Из формулы (1.25) мы имеем

$$\bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\}) = \left\langle \exp \left\{ -ie_a \int dz [U(\boldsymbol{\rho}(z), z) - U(\boldsymbol{\rho}'(z), z)] \right\} \right\rangle, \quad (\text{C.1})$$

где знак $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по состояниям среды. Потенциал среды $U(\mathbf{r})$ (здесь $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$) записывается как сумма потенциалов отдельных атомов

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|), \quad (\text{C.2})$$

где N число атомов среды, $\phi(r)$ потенциал отдельного атома. Формулу (C.1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\}, \{\boldsymbol{\rho}'\}) &= \int d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N \rho_m(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \\ &\times \exp \left\{ -ie_a \int dz \sum_{j=1}^N [\phi(|\mathbf{r}(z) - \mathbf{r}_j|) - \phi(|\mathbf{r}'(z) - \mathbf{r}_j|)] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

где ρ_m распределение атомов среды, $\mathbf{r}(z) = (\boldsymbol{\rho}(z), z)$, $\mathbf{r}'(z) = (\boldsymbol{\rho}'(z), z)$. Мы будем пренебрегать корреляциями в положениях атомов и записывать ρ_m в факторизованном виде

$$\rho_m(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{k=1}^N \rho(\mathbf{r}_k), \quad (\text{C.4})$$

где $\rho(\mathbf{r})$ есть одночастичная плотность нормированная на единицу $\int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) = 1$. Тогда (C.3) принимает вид (мы заменили z на ξ для удобства записи дальнейших преобразований)

$$\bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\},\{\boldsymbol{\rho}'\}) = \left\{ \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \exp \left[-ie_a \int d\xi [\phi(|\mathbf{r}(\xi) - \mathbf{r}|) - \phi(|\mathbf{r}'(\xi) - \mathbf{r}|)] \right] \right\}^N. \quad (\text{C.5})$$

Мы будем считать, что одночастичная плотность не зависит от поперечных координат. Тогда записывая $d\mathbf{r} = d\mathbf{b}dz$, и вводя число атомов в единице объема $n = N\rho$, (C.5) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\},\{\boldsymbol{\rho}'\}) = & \left\{ 1 - \frac{1}{N} \int dz n(z) \int d\mathbf{b} \left[1 - \exp \left[-ie_a \int d\xi \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \times \left(\phi(\sqrt{(\boldsymbol{\rho}(\xi) - \mathbf{b})^2 + (\xi - z)^2}) - \phi(\sqrt{(\boldsymbol{\rho}'(\xi) - \mathbf{b})^2 + (\xi - z)^2}) \right) \right] \right] \right\}^N. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Нас интересует вычисление выражения (C.6) в режиме когда траектории $\boldsymbol{\rho}(\xi)$, $\boldsymbol{\rho}'(\xi)$ можно считать замороженными на продольной шкале порядка размера атома. Тогда, используя формулу для дипольного сечения

$$\begin{aligned} \sigma_{a\bar{a}}(|\boldsymbol{\rho}|) = & 2 \int d\mathbf{b} \left[1 \right. \\ & \left. - \exp \left[-ie_a \int d\xi \left(\phi(\sqrt{(\mathbf{b} - \boldsymbol{\rho})^2 + \xi^2}) - \phi(\sqrt{\mathbf{b}^2 + \xi^2}) \right) \right] \right], \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

мы получаем

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{a\bar{a}}(\{\boldsymbol{\rho}\},\{\boldsymbol{\rho}'\}) = & \left\{ 1 - \frac{1}{2N} \int dz n(z) \sigma_{a\bar{a}}(|\boldsymbol{\rho}(z) - \boldsymbol{\rho}'(z)|) \right\}^N \\ & \approx \exp \left[-\frac{1}{2} \int dz n(z) \sigma_{a\bar{a}}(|\boldsymbol{\rho}(z) - \boldsymbol{\rho}'(z)|) \right], \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

что доказывает формулы (1.26), (1.55) из главы 1. Усреднение трехчастичного фазового фактора $\bar{\Phi}_{b\bar{c}\bar{a}}$ производится аналогичным образом. В этом случае двухчастичное сечение просто заменяется трехчастичным сечением $\sigma_{b\bar{c}\bar{a}}$.

Приложение D

Эквивалентность определения волновой функции bc пары через функцию Грина стандартному определению в временной теории возмущений

В главе 1 мы ввели волновую функцию для системы bc при переходе $a \rightarrow bc$ в вакууме как интеграл от функции Грина \mathcal{K}_v

$$\Psi(x, \rho) = \frac{i\lambda}{4E\sqrt{\pi x(1-x)}} \int_{-\infty}^0 dz \mathcal{K}_v(\rho, 0|0, z), \quad (\text{D.1})$$

где формула для \mathcal{K}_v имеет вид

$$\mathcal{K}_v(\rho_2, z_2|\rho_1, z_1) = \left(\frac{M}{2\pi i(z_2 - z_1)} \right) \exp \left\{ i \left[\frac{M(\rho_2 - \rho_1)^2}{2(z_2 - z_1)} - \frac{(z_2 - z_1)\epsilon^2}{2M} \right] \right\}. \quad (\text{D.2})$$

Интегрирование по z в (D.1) можно выполнить аналитически используя соотношение (формула 9.6.23 в [129]) для функции Бесселя K_0

$$K_0(x) = \int_0^\infty dt \exp(-x \operatorname{ch} t) dt. \quad (\text{D.3})$$

Из (D.3) легко получить

$$\int_0^\infty d\xi \left(\frac{M}{2\pi i\xi} \right) \exp \left[\frac{iM\rho^2}{2\xi} - \frac{i\xi\epsilon^2}{2M} \right] = \frac{M}{i\pi} K_0(\rho\epsilon). \quad (\text{D.4})$$

Тогда из (D.1) получаем

$$\Psi(x, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\lambda \sqrt{x(1-x)}}{4\pi \sqrt{\pi}} K_0(\rho \epsilon). \quad (\text{D.5})$$

Нетрудно показать, что функция $\Psi(x, \boldsymbol{\rho})$ (D.5) совпадает с преобразованием Фурье от стандартной волновой функции фоковской компоненты bc в импульсном представлении

$$\Psi(x, \boldsymbol{\rho}) = \int d\mathbf{q} \exp(-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}) \Psi(x, \mathbf{q}) \quad (\text{D.6})$$

если вычислять $\Psi(x, \mathbf{q})$ в временной теории возмущений в системе $P \rightarrow \infty$ в импульсном представлении [250]. Вычисление волновой функции bc компоненты в системе $P \rightarrow \infty$ для перехода $a \rightarrow bc$ выполняется по формуле временной теории возмущений

$$\langle bc | \Psi \rangle = \frac{\langle bc | \hat{V} | a \rangle}{E_b + E_c - E_a}, \quad (\text{D.7})$$

где $\hat{V} = -\int d\mathbf{r} L_{int}$ есть член взаимодействия полей a, b, c в гамильтониане. При $E_a \rightarrow \infty$, используя формулу $E(\mathbf{p}, p_z) \approx p_z + (m^2 + \mathbf{p}^2)/2E$, имеем

$$E_b + E_c - E_a = \frac{\epsilon^2 + \mathbf{q}^2}{2E_a x(1-x)} \quad (\text{D.8})$$

с $\mathbf{q} = \mathbf{p}_b(1-x) - \mathbf{p}_c x$. Для случая $\mathbf{p}_a = 0$ имеем $\mathbf{p}_b = -\mathbf{p}_c$ и можно считать $\mathbf{q} = \mathbf{p}_b$. Из (D.7) (после выделения δ -функции по изменению импульса) получаем волновую функцию в (x, \mathbf{q}) представлении

$$\Psi(x, \mathbf{q}) = \frac{\lambda \sqrt{x(1-x)}}{\sqrt{4\pi}(\epsilon^2 + \mathbf{q}^2)}. \quad (\text{D.9})$$

$\Psi(x, \mathbf{q})$ нормирована так, что вероятность bc фоковской компоненты в физической частице a есть

$$P(a \rightarrow bc) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dx d\mathbf{q} |\Psi(x, \mathbf{q})|^2. \quad (\text{D.10})$$

Используя формулу

$$\frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{q} \frac{\exp(i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho})}{\epsilon^2 + \mathbf{q}^2} = K_0(\rho \epsilon) \quad (\text{D.11})$$

получаем, что волновая функция (D.9) при подстановке в (D.6) воспроизводит волновую функцию в $\boldsymbol{\rho}$ -представлении (D.5), полученную через функцию Грина.

Приложение Е

Вычисление сечения перехода $a \rightarrow bc$ на атоме через волновую функцию bc пары

Рассмотрим процесс $a \rightarrow bc$ на отдельном атоме. Все сечения таких процессов мы называем сечениями Бете-Гайтлера. Запишем волновую функцию быстрой физической частицы a (обозначим ее a_{ph}) при заданном прицельном параметре \mathbf{b} до ее взаимодействия с атомом в виде

$$|a_{ph}, \mathbf{b}\rangle = |a, \mathbf{b}\rangle \sqrt{1-n} + \int d\rho dx \Psi(x, \rho) |bc, x, \rho, \mathbf{b}\rangle, \quad (\text{E.1})$$

где

$$n = \int dx d\rho |\Psi(x, \rho)|^2 \quad (\text{E.2})$$

есть полная вероятность двухчастичной $|bc\rangle$ фоковской компоненты в физическом состоянии $|a_{ph}\rangle$. Голые двухчастичные состояния нормированы условием

$$\langle bc, x' \rho' \mathbf{b} | bc, x \rho \mathbf{b} \rangle = \delta(x' - x) \delta(\rho' - \rho). \quad (\text{E.3})$$

При этом соблюдается условие единичной нормировки $\langle a_{ph}, \mathbf{b} | a_{ph}, \mathbf{b} \rangle = 1$. Нас интересует ситуация когда энергии всех частиц велики и можно пренебречь изменением их поперечных координат в процессе взаимодействия с атомом. Их продольные импульсы после взаимодействия с атомом также не изменяются. Тогда весь эффект взаимодействия сводится к появлению в волновой функции после взаимодействия с атомом эйкональных фазовых факторов типа $S_a(\mathbf{b}) = \exp[-ie_a \int dz \varphi(\sqrt{\mathbf{b}^2 + z^2})]$, где φ потенциал атома (считаем, что он расположен при $\mathbf{r} = 0$). Таким образом, мы можем написать конечную волновую функцию при заданном \mathbf{b} в виде (обозначим ее

$|a_f\rangle\rangle$

$$|a_f, \mathbf{b}\rangle = S_a \left\{ |a, \mathbf{b}\rangle \sqrt{1-n} + \int d\rho dx S_{bc\bar{a}} \Psi(x, \rho) |bc, x, \rho, \mathbf{b}\rangle \right\}. \quad (\text{E.4})$$

Здесь мы ввели обозначение $S_{bc\bar{a}} = S_b S_c S_a^*$ (для простоты координаты частиц не указаны). Полную вероятность прохождения частицы a_{ph} без расщепления $a \rightarrow bc$ можно записать в виде (обозначим ее $P(a \rightarrow a)$)

$$P(a \rightarrow a) = \int d\mathbf{b} |\langle a_{ph}, \mathbf{b} | a_f, \mathbf{b} \rangle|^2. \quad (\text{E.5})$$

Используя формулы для волновых функций (E.1), (E.4) и удерживая члены до второго порядка по Ψ , получаем (считаем, что поток частиц нормирован на единицу)

$$P(a \rightarrow a) = \int d\mathbf{b} \left\{ 1 - 2\text{Re} \int dx \rho |\Psi(x, \rho)|^2 [1 - S_{bc\bar{a}}(\mathbf{b}, \rho)] \right\}. \quad (\text{E.6})$$

Здесь первый член в фигурных скобках соответствует свободному потоку, а второй описывает эффект взаимодействия с атомом. Из унитарности можно написать для полной вероятности перехода $a \rightarrow bc$

$$P(a \rightarrow bc) = 1 - P(a \rightarrow a) = 2\text{Re} \int d\mathbf{b} \int dx \rho |\Psi(x, \rho)|^2 [1 - S_{bc\bar{a}}(\mathbf{b}, \rho)]. \quad (\text{E.7})$$

Так как взаимодействие с атомом не меняет продольный импульс частиц то $P(a \rightarrow bc)$ есть сумма вероятностей перехода $a \rightarrow bc$ по всем x . Поэтому мы получаем для дифференциального по x сечения Бете-Гайтлера

$$\frac{\sigma_{BH}}{dx} = \int d\rho |\Psi(x, \rho)|^2 \sigma_{bc\bar{a}}(\rho, x). \quad (\text{E.8})$$

Здесь мы учли, что

$$\sigma_{bc\bar{a}}(x, \rho) = 2\text{Re} \int d\mathbf{b} [1 - S_{bc\bar{a}}(\mathbf{b}, \rho)]. \quad (\text{E.9})$$

В системе $bc\bar{a}$ частица \bar{a} расположена в центре масс пары bc , а расстояния от центра масс до частиц b и c даются $(1-x)\rho$ и $x\rho$, соответственно. Возможность перехода $a \rightarrow bc$ в нашем выводе связана с дипольным моментом пары bc , который делает ее взаимодействие с атомом отличным от взаимодействия с атомом частицы родителя a . В КХД переходы $a \rightarrow bc$ также связаны с дипольным (цветовым) моментом пары bc . Данная схема вычисления сечения Бете-Гайтлера была предложена при анализе рождения тяжелых кварков в процессе $g \rightarrow Q\bar{Q}$ в работе [251]. В этой работе можно найти детали обобщения представленного выше вывода на неабелевый случай, которое очень похоже на вывод приведенный здесь. Отметим, что, так как спиновые эффекты несущественны для $\sigma_{bc\bar{a}}$, то все спиновые факторы для сечений (E.8), в случае реальной КЭД и КХД, содержатся только в $|\Psi|^2$.

Приложение F

Вычисление многофотонного K-фактора

В экспериментах [58, 59] по эффекту ЛПМ для процесса $e \rightarrow \gamma e$ измерялся спектр $dN/d\omega$ по полной излученной электроном энергии ω . Эта энергия регистрировалась в калориметрах после отклонения электронного пучка в магнитном поле. Таким образом, потерянная энергия ω в данных [58, 59] есть сумма энергий всех излученных фотонов. Здесь мы получим K-фактор, который дает отношение измеряемого спектра по полной потерянной энергии к однофотонному спектру. Как мы говорили в разделе 2.5, для условий экспериментов [58, 59] можно описывать излучение каждого отдельного фотона эффективным сечением Бете-Гайтлера и рассматривать излучение многих фотонов в вероятностном подходе. Тогда спектр по полной потерянной электроном энергии может быть получен путем решения кинетического уравнения для функции распределения электронов. Этот подход применим при любых толщинах мишени. Однако в экспериментах [58, 59] использовались мишени с толщиной много меньше радиационной длины X_0 . Поэтому средние потери энергии много меньше начальной энергии электрона. В этом режиме хорошим приближением при вычислении $dN/d\omega$ может быть учет излучения одного и двух фотонов, что позволяет избежать решения полного кинетического уравнения. Тогда мы имеем

$$\frac{dN}{d\omega} \approx \frac{dN_1}{d\omega} + \frac{dN_2}{d\omega}, \quad (\text{F.1})$$

где индекс у N означает число излученных фотонов. Напомним, что в среде из-за эффекта ЛПМ полное число излучаемых фотонов становится конечным [1]. Хотя для конечной мишени для достаточно мягких фотонов спектр все равно растет как $1/\omega$ и поэтому имеет место инфракрасная расходимость числа фотонов. Но эти фотоны и инфракрасная расходимость практически не важны для спектра по потерям энергии при таких ω когда длина формирования фотонов еще мала по сравнению с

длиной мишени L , так как имеет место почти полное сокращение сечений реальных и виртуальных процессов от очень мягких фотонов.

Вклад от одного фотона может быть записан как

$$\frac{dN_1}{d\omega} = n \int_0^L dz U(z, E, E, \Delta) \sigma(E, \omega) U(L - z, E - \omega, E - \omega, \Delta). \quad (\text{F.2})$$

Здесь $\sigma(E, \omega) = d\sigma(E, \omega)/d\omega$ есть эффективное сечение Бете-Гайтлера в среде для процесса $e \rightarrow \gamma e$ для излучения фотона энергии ω электроном с энергией E , факторы U в (F.2) дают вероятность того, что на участках $(0, z)$ и (z, L) фотоны не излучаются, то есть их можно рассматривать как факторы Судакова для реального процесса $e \rightarrow \gamma e$. Мы определяем U таким образом

$$U(l, E, \omega_{max}, \omega_{min}) = \exp \left[-ln \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} d\omega \sigma(E, \omega) \right]. \quad (\text{F.3})$$

Параметр Δ в (F.2) играет роль инфракрасного обрезания по энергии фотонов. Как будет видно ниже, зависимость от Δ исчезает в конечных формулах. Мы выделим в формуле (F.2) фактор $U(L, E, E, \omega)$ и остающийся после этого фактор

$$U(z, E, E, \Delta) U(L - z, E - \omega, E - \omega, \Delta) U^{-1}(L, E, E, \omega) \quad (\text{F.4})$$

вычислим раскладывая экспоненты до второго порядка по сечениям. Тогда после простых вычислений мы получаем

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{d\omega} = nL \sigma(E, \omega) U(L, E, E, \omega) \left\{ 1 - \frac{nL}{2} \int_{\Delta}^{\omega} d\omega_1 \sigma(E, \omega_1) \right. \\ \left. + \frac{nL}{2} \int_{\omega}^E d\omega_1 \sigma(E, \omega_1) - \frac{nL}{2} \int_{\Delta}^{E-\omega} d\omega_1 \sigma(E - \omega, \omega_1) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{F.5})$$

Двухфотонный вклад может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{d\omega} = n^2 \int_0^L dz_1 \int_{z_1}^L \int_{\Delta}^{\omega-\Delta} d\omega_1 U(z_1, E, E, \Delta) \sigma(E, \omega_1) U(z_2 - z_1, E - \omega_1, E - \omega_1, \Delta) \\ \times \sigma(E - \omega_1, \omega_2) U(L - z_2, E - \omega, E - \omega, \Delta), \end{aligned} \quad (\text{F.6})$$

где $\omega_1 + \omega_2 = \omega$. Как и для однофотонного вклада мы выделим в (F.6) судаковский фактор $U(L, E, E, \omega)$. После этого мы будем иметь в подынтегральном выражении фактор

$$\frac{U(z_1, E, E, \Delta) U(z_2 - z_1, E - \omega_1, E - \omega_1, \Delta) U(L - z_2, E - \omega, E - \omega, \Delta)}{U(L, E, E, \omega)}. \quad (\text{F.7})$$

Учет отклонения от единицы фактора (F.8) не имеет смысла, так как выражение (F.6) уже содержит две степени сечения и для уничтожения зависимости от обрезания Δ , имеющейся в (F.8), надо было бы раскладывать факторы Судакова в однофотонном вкладе до более высоких степеней по сечениям и учитывать излучение трех фотонов. Тогда, заменяя (F.8) единицей, мы можем написать после интегрирования по $z_{1,2}$

$$\frac{dN_2}{d\omega} = \frac{(nL)^2 U(L, E, E, \omega)}{2} \int_{\Delta}^{\omega-\Delta} d\omega_1 \sigma(E, \omega_1) \sigma(E - \omega_1, \omega_2). \quad (\text{F.8})$$

С учетом (F.5), (F.8) мы можем написать $dN/d\omega$ через однофотонный спектр $dP/d\omega = nLd\sigma/d\omega$ в виде

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{dP(E, \omega)}{d\omega} \exp \left[- \int_{\omega}^E d\omega' \frac{dP(E, \omega')}{d\omega'} \right] \cdot \left[1 + \frac{1}{2} F \right], \quad (\text{F.9})$$

где

$$F = \int_{\Delta}^E d\omega' \frac{dP(E, \omega')}{d\omega'} - \int_{\Delta}^{E-\omega} d\omega' \frac{dP(E - \omega, \omega')}{d\omega'} - \int_{\Delta}^{\omega-\Delta} d\omega_1 \left\{ \frac{dP(E, \omega_1)}{d\omega_1} + \frac{dP(E, \omega_2)}{d\omega_2} - \frac{dP(E, \omega_1)}{d\omega_1} \cdot \frac{dP(E - \omega_1, \omega_2)}{d\omega_2} \left(\frac{dP(E, \omega)}{d\omega} \right)^{-1} \right\}. \quad (\text{F.10})$$

В полученной формуле (F.9) экспоненциальный фактор является главным. Он учитывает условие отсутствия излучения фотонов с энергией больше, чем зарегистрированная в калориметре (ω), а фактор F описывает некоторое отличие сечения реальных и виртуальных процессов для фотонов с энергией $< \omega$ и возможное отличие судаковских факторов для электронов после потери части энергии от судаковского фактора при начальной энергии электрона. Функция F инфракрасно стабильна (даже для спектра Бете-Гайтлера с зависимостью $1/\omega$ при $\omega \rightarrow 0$), и в ней уже можно положить $\Delta = 0$. В терминах однофотонного спектра dP/dx по безразмерной фейнмановской переменной x фактор F (F.10) переписывается как (2.77), и мы получаем K -фактор приведенный в разделе 2.5.